

# Diseño Estructural en Concreto Armado

**MARIA GRACIELA FRATELLI**

**ARQUITECTA**

**INGENIERA CIVIL**

**MASTER. SCIENT. EN INGENIERIA ESTRUCTURAL**

**MASTER. SCIENT. EN INGENIERIA SISMO RESISTENTE**

**Dra. EN CIENCIAS**

© Copyright 1998 by María Graciela Protelli

Reservados todos los derechos de autor y de edición para todo el mundo.

Depósito Legal 1F25219986201543

Ninguna parte de esta publicación, incluido el título y el diseño de la cubierta, pueden ser reproducidos o transmitidos de manera alguna ni por ningún medio de impresión o fotocopia, sin el permiso previo escrito de la autora.

Advertencia: Ni la autora, ni ninguna persona nombrado en su nombre: a) Garantiza o manifiesta de manera expresa o implícita sobre la perfección, precisión o utilidad de la información contenida en esta publicación o que el uso de cualquier información o método presentado en esta publicación no infrinja derechos poseídos previamente y b) Assume ninguna responsabilidad con respecto al uso o por los daños resultantes del uso de cualquier información, métodos o procesos revelados en esta publicación.

Nota: Se han realizado esfuerzos para corregir los naturales errores de procesamiento de datos. Se agradece la colaboración del lector a: Apartado 17628 Correo Parque Central - Caracas 1010 - Venezuela

# INDICE

	Página
<b><u>1.-CONCEPTOS BASICOS</u></b>	
1.1.- Generalidades	9
Tabla 1.1.- Relación agua/cemento en el concreto	10
1.2.- Especificaciones sobre el refuerzo	11
Tabla 1.2.- Sección de las barras de acero	11
Tabla 1.3.- Combinación de barras de diferentes diámetros	12
Tabla 1.4.- Distribución de las barras de acero	13
1.3.- Resistencia requerida y resistencia de diseño	14
Tabla 1.5.- Factores de mayoración de cargas	14
Tabla 1.6.- Factores de minoración de resistencia	15
<b><u>2.- FLEXION Y CORTE. DISEÑO DE VIGAS</u></b>	
2.1.- Flexión simple	16
Secciones simplemente armadas	16
Tabla 2.1.- Diseño de secciones rectangulares a rotura	19
Tabla 2.2.- Recubrimientos mínimos	20
Tabla 2.3.- Número máximo de barras que caben en ancos de vigas	20
Ejemplo 2.1.- Verificación del momento de agotamiento en vigas	21
Ejemplo 2.2.- Diseño de viga simplemente armada	21
Secciones doblemente armadas	22
Tabla 2.4.- Valores de $d'/d$	23
Ejemplo 2.3.- Análisis de sección doblemente armada	25
Ejemplo 2.4.- Diseño de acero en vigas doblemente armadas	26
Secciones T y L	27
Ejemplo 2.5.- Análisis de sección T	28
Ejemplo 2.6.- Diseño de viga T	29
Armadura de pranento	31
2.2.- Resistencia a corte	31
Ejemplo 2.7.- Diseño a corte de una viga	33
2.3.- Longitud de desarrollo y empalme de armaduras	34
Tabla 2.5.- Tipos de empalmes por solape	35
Reglas prácticas para las longitudes de desarrollo de armaduras	36
2.4.- Distribución del refuerzo en losas macizas	37
2.5.- Diagramas envolventes de momentos flectores y fuerzas de corte	37
Tabla 2.6.- Momentos flectores y fuerzas de corte aproximados para vigas y losas continuas	38
Ejemplo 2.8.- Resolución de viga continua por envolventes	39
<b><u>3.- DISEÑO DE ENTREPISOS</u></b>	40
3.1.- Criterios generales	40
3.2.- Losas armadas en una dirección	40
Posición de la sobrecarga accidental	42
Tabla 3.1.- Altura mínima de vigas o espesor mínimo de losas	43
Ejemplo 3.1.- Losas continuas macizas	43
Diseño de losa de escalera	47
Ejemplo 3.2.- Diseño de escalera	47
3.3.- Placas o losas cruzadas. Método de Henry Marcus	49
Tabla 3.2.- Valores de $x$ en función de la forma de sustentación	50
Tabla 3.3.- Coeficientes para el método de Marcus	52
Ejemplo 3.3.- Diseño de placa simplemente apoyada	56
Tabla 3.4.- Coeficientes para el cálculo de placas sin armadura de torsión en las esquinas libres	58

Ejemplo 3.4.- Diseño de entrepiso con placas continuas	59
Placas de entrepiso con volados	63
Ejemplo 3.5.- Diseño de placa de entrepiso con volados	63
3.4.- Entrepisos alivianados nervados	69
3.5.- Entrepisos macizos sin vigas	69
Tabla 3.5.- Valor de la distancia mínimas de puntos de doblez de la armadura en entrepisos sin vigas	72
Tabla 3.6.- Porcentaje de momentos negativos y positivos en las bandas	73
<b>4.- VIGAS PARED</b>	74
4.1.- Criterios de diseño	74
Cedencia del acero longitudinal	74
Falla por corte	75
Aplastamiento del concreto en los apoyos	75
Aplastamiento junto al borde comprimido	76
4.2.- Resistencia a flexión de las vigas-pared	76
4.3.- Resistencia a corte de las vigas-pared	79
Ejemplo 4.1.- Diseño de viga de gran altura	80
<b>5.- COMPRESION. DISEÑO DE COLUMNAS</b>	
5.1.- Compresión simple	83
Tabla 5.1.- Ligaduras en columnas	84
Ejemplo 5.1.- Diseño de columna corta circular zunchada	86
Ejemplo 5.2.- Diseño de columna cuadrada ligada	87
5.2.- Miembros en flexo-compresión	88
Flexo-compresión normal	88
Ejemplo 5.3.- Trazado del diagrama de interacción de una columna solicitada a flexo-compresión normal	90
Diagramas de interacción	93
Ejemplo 5.4.- Diseño del acero de una columna utilizando los diagramas de interacción	95
Flexo-compresión oblicua o biaxial	96
Ejemplo 5.5.- Diseño del acero para una columna con flexo-compresión biaxial	97
5.3.- Columnas esbeltas	100
Tabla 5.2- Factores K de longitud efectiva en columnas	101
Nomograma para hallar los factores K	102
Método de amplificación de momentos	103
Ejemplo 5.6.- Diseño de columna larga en flexo-compresión	104
5.4.- Resistencia del concreto al aplastamiento	107
5.5.- Resistencia a punzonado	108
<b>6.- DISEÑO DE MUROS ESTRUCTURALES</b>	
6.1.- Generalidades sobre muros	110
6.2.- Pantallas con cargas gravitacionales	112
6.3.- Pantallas solicitadas por cargas laterales de viento o sismo	114
6.4.- Disposiciones para resistir los esfuerzos cortantes en muros	116
Ejemplo 6.1.- Diseño de muro estructural en zona sísmica	118
Diagramas de interacción para muros con núcleos laterales	122
6.5.- Dinteles de muros acoplados	124
Ejemplo 6.2.- Diseño de un dintel de acoplamiento	125
6.6.- Armado de muros con alas. Ejemplos prácticos.	126
<b>7.- DISEÑO DE TANQUES DE AGUA</b>	127
7.1 Generalidades de flexo-tracción en miembros de concreto.	127

7.2.- Depósitos de agua, estanques y cisternas	127
7.3.- Tanques de agua rectangulares	129
Tabla 7.1.- Deflexiones, momentos y reacciones en placas con un borde libre	130
Ejemplo 7.1.- Diseño de tanque rectangular sobre elevado	134
7.4.- Diseño de depósitos cilíndricos	138
Tablas 7.2 y 7.3.- Factores para el diseño de los tanques cilíndricos	140
Ejemplo 7.2.- Diseño de depósito cilíndrico apoyado en el suelo	141
<b><u>8.- FUNDACIONES DIRECTAS AISLADAS Y CONTINUAS</u></b>	<b>143</b>
8.1.- Generalidades	143
8.2.- Bases aisladas	146
Pedestales	146
Vigas de riostra	147
Bases de concreto sin amar	148
8.3.- Bases aisladas cuadradas	149
Tabla 8.1.- Factores dependientes de la profundidad de la fundación	150
Ejemplo 8.1.- Diseño de base cuadrada	152
Tablas 8.2 a 8.6.- Dimensiones de las bases y distribución del acero	155
8.4.- Bases aisladas rectangulares	161
Ejemplo 8.2.- Diseño de base rectangular	163
8.5.- Bases continuas para muros	164
Ejemplo 8.3.- Diseño de base continua de muro	165
8.6.- Secciones críticas a flexión y corte	166
<b><u>APENDICE A</u></b>	
Pesos unitarios de materiales de construcción	167
<b><u>APENDICE B</u></b>	
Cargas variables sobre los entrepisos	168
<b><u>APENDICE C</u></b>	
Vigas flexadas. Momentos máximos y flechas	169
<b><u>APENDICE D</u></b>	
Propiedades mecánicas y características de los suelos	171
<b><u>BIBLIOGRAFIA</u></b>	<b>173</b>



# Diseño Estructural en Concreto Armado

## Conceptos Básicos

### 1.1.- GENERALIDADES

En el presente Capítulo se dan los principios básicos para el diseño en concreto armado de los miembros de los pórticos analizados precedentemente.

Con referencia al diseño de los pórticos de acero, consultar la Referencia 5, ya que las estructuras metálicas exigen tomar en cuenta especiales detalles en lo referente a la estabilidad local y global de los miembros componentes y de sus conexiones. Asimismo la ejecución e inspección en taller y en obra deben ser minuciosas, para lograr alta calidad en el resultado obtenido.

El concreto es un material pétreo artificial, que se obtiene al mezclar en determinadas proporciones cemento, agregados gruesos y fines, con agua. El concreto y el agua forman una pasta que rodea a los agregados, dando por resultado un material de gran durabilidad que fragua y endurece, incrementando su resistencia con el paso del tiempo. El concreto simple es resistente a la compresión, pero es débil en tracción, por lo cual se lo debe armar convenientemente con barras de acero que absorben los esfuerzos de tracción y evitan la formación de grietas en la masa del concreto.

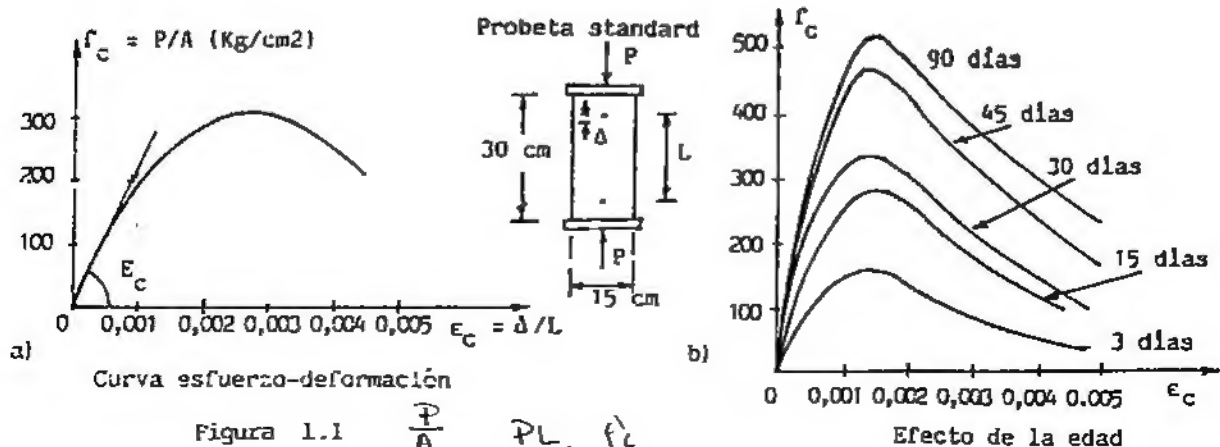
Las curvas de esfuerzo-deformación del concreto simple que se obtienen de ensayos en probetas standard sujetas a carga axial en compresión uniformemente distribuida de corta duración, se indica en la figura 1.1 a). En este diagrama se observa que la curva presenta un máximo seguido de un trazo descendente, produciéndose la rotura del espécimen para una carga menor que la máxima. A la carga máxima le corresponde una deformación unitaria  $\epsilon_c \approx 0,003$

El módulo de elasticidad del concreto es :

$$E_c = 0,14 w_c^{1,5} \sqrt{f'_c} \quad (\text{en Kg/cm}^2) \quad (1.1)$$

Para el concreto normal :

$$E_c = 15.100 \sqrt{f'_c} \quad (1.2)$$



donde  $w_c$  es el peso unitario del concreto, en Kg/m<sup>3</sup> y  $f'_c$  la resistencia especificada del concreto en compresión, en Kg/cm<sup>2</sup>.

Los valores de  $f'_c$  referidos a la relación agua/cemento se indican en la Tabla 1.1 para el concreto normal a los 28 días, y los diagramas esfuerzos-deformaciones para diferentes calidades de concreto se grafican en la figura 1.2.

T A B L A 1.1

RELACION AGUA/CEMENTO MAXIMA PERMISIBLE PARA CONCRETO SIN INCORPORADOR DE AIRE		
$f'_c$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	Relación absoluta por peso	Litros por saco de cemento de 42,5 Kg.
150	0,73	31,1
200	0,60	25,5
250	0,50	21,3
300	0,40	17,0

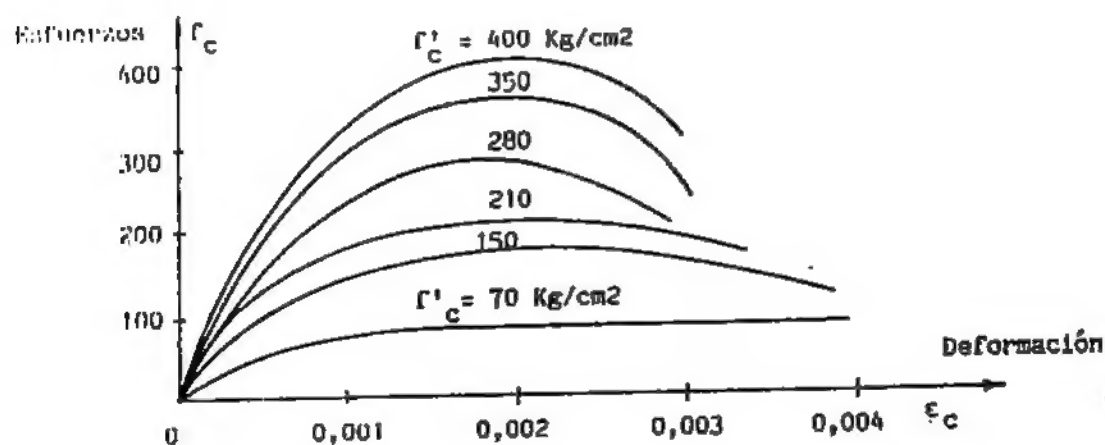


Figura 1.2

En el caso en que concreto esté expuesto a condiciones especiales, se deben cumplir ciertas exigencias. Ver Referencia 8. Por ejemplo, cuando se requiera un concreto impermeable, la relación de agua en peso es 0,45 y 0,55 para el caso de agua de mar y agua dulce respectivamente. Si el concreto está expuesto a moderadas o altas concentraciones de sulfatos, deberá emplearse una calidad especialmente resistente a los sulfatos, con relación de agua en peso que no supere la relación agua/cemento de 0,5.

Además, el concreto luego de vaciado, debe mantenerse a una temperatura de más de 10°C y en condición húmeda, al menos durante los primeros 7 días. Cuando se desee acelerar el incremento de la resistencia y reducir el tiempo de curado, se podrá efectuar un curado con vapor de alta presión, vapor a presión atmosférica, calor y humedad, u otro proceso aceptado, los cuales se detallan en la Ref. 8. Sin embargo, cuando el curado sea acelerado, la resistencia a la compresión del concreto en la etapa de carga considerada, debe ser por lo menos igual a la resistencia de diseño requerida.

También es posible utilizar procedimientos más sofisticados de curado con membranas impermeabilizantes aplicando diferentes tipos de recubrimientos a base de resinas o plásticos.



## 1.2.- ESPECIFICACIONES SOBRE EL REFUERZO

El refuerzo está constituido por armaduras de barras corrugadas, permitiendo se el uso de barras lisas en el refuerzo helicoidal de columnas o pilotes, y en ligaduras. También se permite el refuerzo en forma de perfiles de acero, formando secciones mixtas.

El acero de refuerzo es usualmente laminado en caliente o trabajado en frío (Ver Referencia 5). Los diferentes tipos de acero se caracterizan por su límite de cedencia  $f_y$  como muestra la figura 1.3.

El acero dulce común evidencia un marcado escalón de cedencia y una considerable ductilidad. En los aceros de alta resistencia no existe un límite de cedencia bien definido y para determinarlo se traza una paralela al tramo recto del diagrama esfuerzo-deformación desde el valor correspondiente al 0,002 de la deformación unitaria, hasta cortar la curva.

A los efectos de diseño, en flexión se utilizará una resistencia de la armadura no mayor a  $f_y = 5.600 \text{ Kg/cm}^2$ . En columnas, la resistencia cedente  $f_y$  de la armadura helicoidal no será mayor a  $4.200 \text{ Kg/cm}^2$ .

El módulo de elasticidad para todo tipo de acero es :

$$E_s = 2,1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

(1.3)

T A B L A 1.2

Diámetro (pulgadas)	Diámetro (mm)	Area 2 (cm <sup>2</sup> )	Peso (Kg/m)	Perímetro (cm)	(cm <sup>2</sup> )											
					S E C C I O N T O T A L D E A C E R O											
					Número de barras de refuerzo											
ø	d	A	U	P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1/4	6,4	0,32	0,25	2,01	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20	3,52	3,85
3/8	9,5	0,71	0,55	2,98	0,71	1,42	2,13	2,84	3,55	4,26	4,97	5,68	6,39	7,10	7,81	8,52
1/2	12,7	1,27	0,99	3,99	1,27	2,54	3,81	5,08	6,35	7,62	8,89	10,16	11,43	12,70	13,93	15,97
5/8	15,9	1,98	1,55	4,99	1,98	3,96	5,94	7,92	9,90	11,88	13,86	15,84	17,82	19,80	21,78	23,76
3/4	19,0	2,84	2,23	5,97	2,84	5,68	8,52	11,36	14,20	17,04	19,88	22,72	25,56	28,40	31,24	34,08
7/8	22,2	3,87	3,04	6,97	3,87	7,74	11,61	15,48	19,35	23,22	27,09	30,95	34,83	38,70	42,57	46,44
1	25,4	5,07	3,97	7,98	5,07	10,14	15,21	20,28	25,35	30,42	35,49	40,56	45,63	50,70	55,77	60,84
1 1/8	28,6	6,41	5,00	8,98	6,42	12,85	19,27	25,70	32,12	38,54	44,97	51,39	57,82	64,24	70,66	77,09
1 1/4	31,75	7,92	6,21	9,96	7,92	15,83	23,75	31,66	39,58	47,50	55,42	63,33	71,24	79,16	87,08	93,00
1 3/8	34,9	9,58	7,47	10,97	9,57	19,13	28,70	38,26	47,83	57,40	66,96	76,53	86,09	95,66	105,23	114,79
1 1/2	38,1	11,40	8,94	12,29	11,40	22,80	34,20	45,60	57,00	68,40	79,80	91,20	102,60	114,00	125,40	136,80

En los ejemplos ilustrativos de estructuras de concreto armado que se desarrollan en el presente Capítulo, se supone que el acero de refuerzo tiene comportamiento elástico-plástico. Los diámetros de las barras más usuales en la práctica, con los respectivos pesos, áreas de la sección transversal y perímetros, se dan en la Tabla 1.2.

La sección total de un grupo de barras con diferentes diámetros, en combinaciones de 4 a 8 barras, se indica en la Tabla 1.3, para facilitar el diseño de las secciones de los miembros estructurales de los pórticos que se analizan.

COMBINACIONES DE BARRAS DE DIFERENTES DIAMETROS (Pulgadas)									
4 barras		cm <sup>2</sup>	1 d 5/8	4 d 7/8	14,44	6 d 3/8	1 d 5/8	6,24	
			1 d 3/4	4 d 7/8	18,32	4 d 3/8	3 d 1/2	6,65	
4 d 3/8		2,84	3 d 3/4	2 d 1	18,66	3 d 3/8	3 d 1/2	7,21	
3 d 3/8	1 d 1/2	3,40	5 d 7/8		19,35	5 d 3/8	2 d 5/8	7,51	
2 d 3/8	2 d 1/2	3,96	5 d 7/8	1 d 1	20,55	2 d 3/8	5 d 1/2	7,77	
3 d 3/8	1 d 5/8	4,11	2 d 3/4	3 d 1	20,89	1 d 3/8	6 d 1/2	8,33	
1 d 3/8	3 d 1/2	4,52	3 d 7/8	2 d 1	21,75	4 d 3/8	3 d 5/8	8,78	
4 d 1/2		5,08	2 d 7/8	3 d 1	22,95	7 d 1/2		8,89	
2 d 3/8	2 d 5/8	5,38	1 d 3/4	4 d 1	23,12	6 d 1/2	1 d 5/8	9,60	
3 d 1/2	1 d 5/8	5,79	1 d 7/8	4 d 1	24,50	3 d 3/8	4 d 5/8	10,05	
2 d 1/2	2 d 5/8	6,50	5 d 1		25,35	5 d 1/2	2 d 5/8	10,31	
1 d 3/8	3 d 5/8	6,65				6 d 1/2	1 d 3/4	10,46	
3 d 1/2	1 d 3/4	6,65	6 barras		cm <sup>2</sup>	4 d 1/2	3 d 5/8	11,02	
1 d 1/2	3 d 5/8	7,21	6 d 3/8		4,26	2 d 3/8	5 d 5/8	11,32	
4 d 5/8		7,92	5 d 3/8	1 d 1/2	4,82	3 d 1/2	4 d 5/8	11,73	
2 d 1/2	2 d 3/4	8,22	4 d 3/8	2 d 1/2	5,38	5 d 1/2	2 d 3/4	12,03	
3 d 5/8	1 d 3/4	8,78	5 d 3/8	1 d 5/8	5,53	2 d 1/2	5 d 5/8	12,44	
2 d 5/8	2 d 3/4	9,64	3 d 3/8	3 d 1/2	5,94	1 d 3/8	6 d 5/8	12,59	
1 d 1/2	3 d 3/4	9,79	2 d 3/8	4 d 1/2	6,50	1 d 1/2	6 d 5/8	13,15	
3 d 5/8	1 d 7/8	9,81	4 d 3/8	2 d 5/8	6,80	4 d 1/2	3 d 3/4	13,60	
1 d 5/8	3 d 3/4	10,50	1 d 3/8	5 d 5/8	7,06	7 d 5/8		13,86	
4 d 3/4		11,36	6 d 1/2		7,62	6 d 5/8	1 d 3/4	14,72	
2 d 5/8	2 d 7/8	11,70	3 d 3/8	3 d 5/8	8,07	3 d 1/2	4 d 3/4	15,17	
3 d 3/4	1 d 7/8	12,39	5 d 1/2	1 d 5/8	8,33	5 d 5/8	2 d 3/4	15,58	
2 d 3/4	2 d 7/8	13,42	4 d 1/2	2 d 5/8	9,04	6 d 5/8	1 d 7/8	15,75	
1 d 5/8	3 d 7/8	13,59	5 d 1/2	1 d 3/4	9,19	4 d 5/8	3 d 3/4	16,44	
3 d 3/4	1 d 1	13,59	2 d 3/8	4 d 5/8	9,34	2 d 1/2	5 d 3/4	16,74	
1 d 3/4	3 d 7/8	14,45	3 d 1/2	3 d 5/8	9,75	3 d 5/8	4 d 3/4	17,30	
4 d 7/8		15,48	2 d 1/2	4 d 5/8	10,46	5 d 5/8	2 d 7/8	17,64	
2 d 3/4	2 d 1	15,82	1 d 3/8	5 d 5/8	10,61	2 d 5/8	5 d 3/4	18,16	
3 d 7/8	1 d 1	16,68	4 d 1/2	2 d 3/4	10,76	1 d 1/2	6 d 3/4	18,31	
2 d 7/8	2 d 1	17,88	1 d 1/2	5 d 5/8	11,17	1 d 5/8	6 d 7/8	19,02	
1 d 3/4	3 d 1	18,05	6 d 5/8		11,88	4 d 5/8	3 d 7/8	19,53	
1 d 7/8	3 d 1	19,08	3 d 1/2	3 d 3/4	12,33	7 d 3/4		19,88	
4 d 1		20,28	5 d 5/8	1 d 3/4	12,74	6 d 3/4	1 d 7/8	20,91	
5 barras		cm <sup>2</sup>	4 d 5/8	2 d 3/4	13,60	3 d 5/8	4 d 7/8	21,42	
5 d 3/8		3,55	5 d 5/8	1 d 7/8	13,77	5 d 3/4			

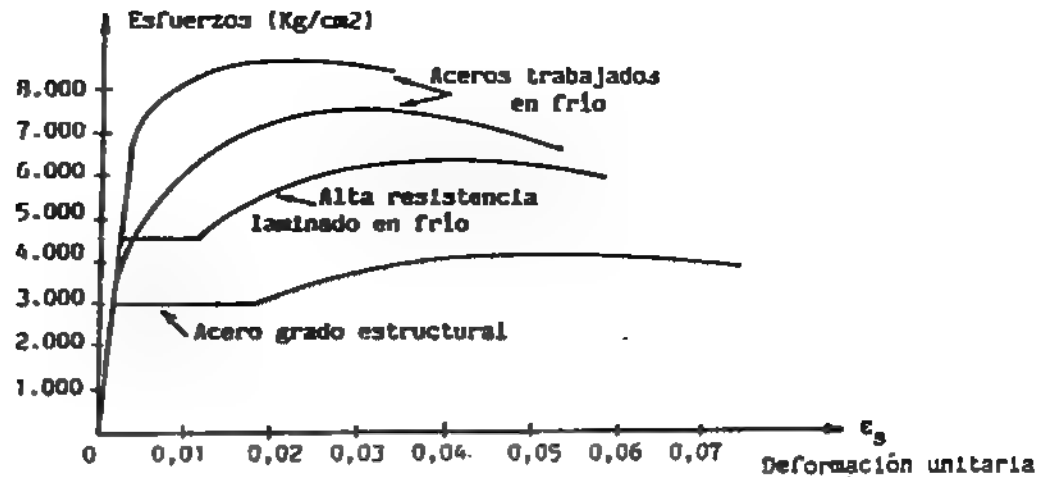


Figura 1.3.- Curvas esfuerzo-deformación para el acero

En las losas, placas, muros o zapatas, además, se utilizan mallas de refuerzo formadas por alambres lisos o corrugados unidos por puntos de soldadura en los cruces.

La Tabla 12.4 a continuación, da las áreas de las barras de refuerzo por metro de ancho para losas, placas, zapatas o muros de concreto armado, según diferentes espaciamientos uniformes.

T A B L A 1.4

**DISTRIBUCION DE LAS BARRAS DE ACERO**  
Entrar en la Tabla con los valores de  $A_s$  (cm<sup>2</sup>/m)

Espac. (cm)	Diámetro de las barras (pulgadas)						
	ø1/4	ø3/8	ø1/2	ø5/8	ø3/4	ø7/8	ø 1
8	4,0	8,9	15,9	24,8	35,5	48,4	63,4
9	3,6	7,9	14,1	22,0	31,6	43,0	56,3
10	3,2	7,1	12,7	19,8	28,4	38,7	50,7
11	2,9	6,5	11,5	18,0	25,8	35,2	46,1
12	2,7	5,9	10,6	16,5	23,7	32,2	42,2
13	2,5	5,5	9,8	15,2	21,8	29,8	39,0
14	2,3	5,1	9,1	14,1	20,3	27,6	36,2
15	2,1	4,7	8,5	13,2	18,9	25,8	33,8
16	2,0	4,4	7,9	12,4	17,8	24,2	31,7
17	1,9	4,2	7,5	11,6	16,7	22,8	29,8
18	1,8	3,9	7,1	11,0	15,8	21,5	28,2
19	1,7	3,7	6,7	10,4	14,9	20,4	26,7
20	1,6	3,6	6,4	9,9	14,2	19,4	25,4
25	1,3	2,8	5,1	7,9	11,4	15,5	20,3
30	1,1	2,4	4,2	6,6	9,5	12,9	16,9
35	0,9	2,0	3,6	5,7	8,1	11,1	14,5
40	0,8	1,8	3,2	5,0	7,1	9,7	12,7
45	0,7	1,6	2,8	4,4	6,3	8,6	11,3
50	0,6	1,4	2,5	4,0	5,7	7,7	10,1

### 1.3.- RESISTENCIA REQUERIDA Y RESISTENCIA DE DISEÑO

La resistencia exigida para el diseño de los miembros de concreto armado debe responder a las pautas correspondientes al método de rotura. Estas Normas (Ref.1) requieren que la resistencia sea adecuada para que los miembros soporten las cargas mayoradas en las combinaciones estipuladas, y se asegure un comportamiento adecuado en régimen de servicio.

La resistencia debe ser en todos los casos igual o menor a la de diseño.  $U$  representa la resistencia requerida a momento flector  $M_u$ , a carga axial  $P_u$ , a fuerza cortante  $V$  o a cualquier otra carga.

En teoría de rotura los factores de seguridad son de dos tipos :

- \* Factores de mayoración de cargas
- \* Factores de minoración de resistencia

#### FACTORES DE MAYORACION DE CARGAS $\Phi$

T A B L A 1.5

$U = 1,4 CP + 1,7 CV$
$U = 0,75 ( 1,4 CP + 1,7 CV ) + 1,0 S$
$U = 0,9 CP + 1,0 S$
$U = 0,75 ( 1,4 CP + 1,7 CV + 1,7 W )$
$U = 0,9 CP + 1,3 W$
$U = 1,4 CP + 1,7 CV + 1,7 H$
$U = 0,9 CP + 1,7 H$
$U = 1,4 CP + 1,7 CV + 1,4 F$
$U = 0,9 CP + 1,4 F$
$U = 1,4 CP + 1,7 CV$
$U = 0,75 ( 1,4 CP + 1,4 T + 1,7 CV )$
$U = 1,4 ( CP + T )$

Los diferentes tipos de cargas son :

<u>GRAVITACIONALES</u>	{	PERMANENTES CP (peso propio, sobrecargas fijas)
		VARIABLES CV (sobrecargas de uso o móviles)
<u>ACCIDENTALES</u>	{	SISMO S
		VIENTO W
<u>EMPUJES</u> H		DE TIERRA, POLVO, GRANOS O MATERIALES SUELTOS EN GENERAL (incluyendo la presión del agua contenida en los mismos)
<u>FLUIDOS</u> F		PESO Y PRESION DE FLUIDOS (con densidades bien definidas)
<u>EFFECTOS SECUNDARIOS</u> T		ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES, FLUENCIA, RETRACCION O CAMBIOS DE TEMPERATURA

La resistencia requerida se obtiene de multiplicar las cargas de servicio por los factores de mayoración, tomando en cuenta :

- a) La incertidumbre acerca de la magnitud de las cargas supuestas en el diseño
- b) La inseguridad de la exactitud de las hipótesis simplificativas y las ecuaciones del análisis estructural
- c) Los errores de cálculo

Todas las cargas involucradas en el diseño deben afectarse por los factores de mayoración correspondientes, y de las posibles combinaciones de las mismas se elegirá la más desfavorable para regir el análisis.

La Tabla 1.5 da los diferentes factores de mayoración de cargas. En el caso de las cargas de sismo, se suponen mayoradas de antemano en el análisis. De no ser así, se debe adoptar

$$* U = 0,75 (1,4 CP + 1,7 CV + 1,9 S)$$

$$** U = 0,9 CP + 1,4 S$$

En todos los casos se cumplirá :

$$U \leq \phi$$

(Resistencia nominal)

La resistencia nominal de la sección transversal de un miembro estructural de concreto armado es la que se obtiene suponiendo que las dimensiones y las propiedades de los materiales son exactamente las especificadas en el proyecto. Por ello, a la resistencia nominal se la debe afectar de los factores de minoración de resistencia  $\phi$  que se detallan a continuación, como medida de seguridad adicional.

Al determinar U según la Tabla 12.5, es necesario prestar la atención necesaria a los signos, pues un tipo de cargas puede producir efectos de sentido contrario al de otras. Además, se deben considerar todas las combinaciones posibles de cargas para determinar la condición más crítica de diseño.

Cuando se puedan producir impactos, como en rampas, ductos de ascensores, puentes grúa, etc. deben considerarse también sus efectos en el análisis.

#### FACTORES DE MINORACION DE RESISTENCIA $\phi$

Los factores minorantes de resistencia toman en cuenta :

- a) La ductilidad de la estructura
- b) La importancia del miembro en la estructura. (Por ejemplo, la falla de una columna es más grave que la falla de una viga).
- c) La variación en la calidad y resistencia de los materiales empleados, o la falta de exactitud en las dimensiones de los miembros, defectos de vaciado, etc.

La resistencia de diseño de un miembro estructural se calcula multiplicando la resistencia nominal por el correspondiente factor de minoración  $\phi < 1$  según se menciona a continuación

- 1) En flexión sin carga axial.....  $\phi = 0,9$
- 2) Tracción axial y flexotracción.....  $\phi = 0,9$
- 3) Compresión axial y flexocompresión :
  - Miembros zunchados.....  $\phi = 0,75$
  - Miembros con estribos o ligaduras .....  $\phi = 0,70$
- 4) Corte y torsión .....  $\phi = 0,85$
- 5) Aplastamiento del concreto .....  $\phi = 0,70$

El factor de seguridad resulta :  $FS = FM/\phi$

## Flexión y Corte. Diseño de Vigas

### 2.1.- FLEXION SIMPLE

La resistencia de los miembros de concreto armado sujetos a flexión simple se determina a partir de ciertas hipótesis simplificativas entre las cuales se pueden enumerar :

- \* La distribución de las deformaciones en la sección transversal es lineal
- \* El concreto no resiste esfuerzos de tracción
- \* La deformación unitaria máxima del concreto es  $\epsilon_c = 0,003$
- \* No existe deslizamiento relativo entre las barras de acero y el concreto
- \* La distribución de esfuerzos en la zona de compresión del concreto adopta la forma rectangular que muestra la figura 2.1.

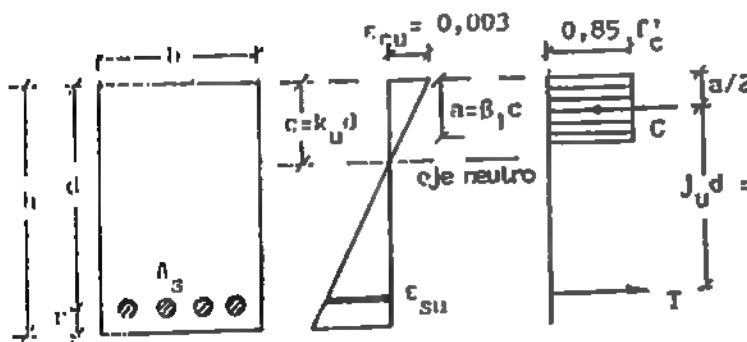


FIGURA 2.1.

$$C = 0,85 f'_c a b$$

$$T = A_s f_y = \rho b d f_y$$

$$a = \beta_1 c = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} \quad (2.1)$$

$$j_u = 1 - 0,59 \omega \quad (2.2)$$

$$j_u d = d - \frac{a}{2} = d (1 - 0,59 \omega)$$

$$0,65 \leq \beta_1 = (1,05 - \frac{f'_c}{1,400})$$

$\beta_1$	$f'_c$
0,85	$\leq 280$
0,84	300
0,80	350

$$k_u = \rho \frac{f_y}{\beta_1 0,85 f'_c}$$

### Secciones simplemente armadas

La figura 2.1 muestra la distribución de esfuerzos y deformaciones de una sección rectangular simplemente armada. Para que la sección sea dúctil se debe cumplir :

$$\epsilon_{su} > \epsilon_y$$

$c$  es la profundidad del eje neutro en el límite de agotamiento de la resistencia  
 $f_y$  es la deformación en el acero correspondiente al esfuerzo cedente a tracción.

$$\epsilon_y = f_y / E_s \quad (2.3)$$

La expresión del momento de agotamiento para las secciones simplemente armadas con acero de comportamiento elasto-plástico es :

$$M_u = \phi A_s f_y d (1 - 0,59 \omega) = \phi A_s f_y j_u d \quad (2.4)$$

$$\phi = 0,9$$

En el caso de aceros especiales se usará el valor de  $f_{su} > f_y$  en las ecuaciones precedente, en lugar de  $f_y$ . La cuantía geométrica de la armadura a tracción resulta :

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.)$$

Se debe cumplir :

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} \quad (2.6)$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b \quad (2.7)$$

siendo  $\rho_b$  la cuantía correspondiente a la falla balanceada :

$$\rho_b = \beta_1 \frac{0.85 f'_c}{f_y} \frac{6.300}{(6.300 + f_y)} \quad (2.8)$$

En zona sísmica se respeta :  $\rho_{\max} = 0.5 \rho_b \quad (2.9)$

$\beta_1$  es el coeficiente de forma, determinado experimentalmente :

$$0.65 \leq \beta_1 = 1.05 - \frac{f'_c}{1.400} \quad (2.10)$$

$\beta_1$  es el coeficiente que transforma el área de esfuerzos con distribución parabólica en la zona del concreto comprimido, en su equivalente de forma rectangular. Resulta así :

$$a = \beta_1 c \quad (2.11)$$

Los valores de  $\beta_1$  se indican en la figura 2.1. El límite inferior de  $\beta_1$  igual a 0.65 se adoptó para resistencias del concreto mayores a 560 Kg/cm<sup>2</sup>. Para concretos de  $f'_c \leq 280$  Kg/cm<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 0.85$ .

La distribución rectangular de esfuerzos se conoce por "bloque de esfuerzos" y no es la distribución real en la zona comprimida para el estado de agotamiento resistente, pero permite simplificar el análisis y da los mismos resultados que los obtenidos en los ensayos.

La componente a compresión del concreto C se ubica en la mitad de la altura a del bloque rectangular de esfuerzos :

$$C = 0.85 f'_c a b \quad (2.12)$$

La sección se define como balanceada cuando el concreto en su fibra más comprimida y el acero en su fibra más traccionada alcancen simultáneamente las máximas deformaciones de trabajo,  $\epsilon_{cu} = 0.003$  y  $\epsilon_y = 0.002$  respectivamente. La resultante T de los esfuerzos de tracción en el acero vale :

$$T = A_s f_y = \rho b d f_y \quad (2.13)$$

y la profundidad del eje neutro es :

$$c = k_u d \quad (2.14)$$

donde :

$$k_u = \frac{\rho f_y}{\beta_1 0.85 f'_c} \quad (2.15)$$

Se define asimismo la cuantía mecánica de la sección :

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} \quad (2.16)$$

Para asegurar el comportamiento dúctil de la sección flexada, se debe limitar el valor de  $\omega$ . En secciones simplemente armadas,

$$0.75 \omega_b \geq \omega \geq \frac{14}{f'_c} \quad (2.17)$$

y en zona sísmica :  $0.5 \omega_b \geq \omega \geq \frac{14}{f'_c} \quad (2.18)$

$\omega_b$  es la cuantía mecánica de la sección balanceada, que se obtiene de sustituir  $\rho$  por  $\rho_b$  en la ecuación 2.1. Cuando resulta :

$$\omega > 0.5 \omega_b$$

la sección debe armarse doblemente.

El momento de agotamiento puede asimismo expresarse por :

$$M_u = \phi f'_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega) \quad (2.19)$$

El coeficiente adimensional  $\mu$  resulta :

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b d^2} = 0.9 \omega (1 - 0.59 \omega) \quad (2.20)$$

La Tabla 2.1 relaciona los valores de  $\mu$  con la cuantía mecánica  $\omega$  y el factor  $j_u$ , que permite hallar el brazo del par interno o brazo mecánico de la sección  $j_u d$ .

$$j_u = 1 - 0.59 \omega \quad (2.21)$$

En diseño, para asegurar la ductilidad del elemento flexado, se adoptará el valor de :

$$\omega = 0.18$$

al que corresponde un  $\mu = 0.1448$  y  $j_u = 0.894$ . Por lo tanto, de ec. 2.20 se despeja la altura mínima de la sección dúctil simplemente armada :

$$d \geq \sqrt{\frac{M_u}{\mu f'_c b}} \quad (2.22)$$

La altura total  $h$  resulta :

$$h = d + r \geq d + r' + d_b/2 \quad (2.23)$$

siendo  $r'$  el recubrimiento del acero a tracción, el cual no podrá ser menor que el diámetro  $d_b$  de las barras ni inferior a la dimensión máxima del agregado grueso aumentada en 5mm, ni a los valores especificados en la Tabla 2.2.

El recubrimiento para la protección de la armadura se mide desde la superficie del concreto hasta la superficie más próxima del acero para la cual se aplican los requisitos del recubrimiento, que resulta el borde más saliente del estribo, ligadura o zuncho, si el refuerzo transversal encierra las barras principales, o el borde de la capa más externa de las barras, si se emplea más de una capa de refuerzo sin estribos o ligaduras.

En ambientes corrosivos o en condición de exposición más severas, el recubrimiento del concreto deberá aumentarse adecuadamente o disponer de otras protecciones.

Las barras de refuerzo y cualquier otro elemento metálico expuesto a la intemperie deberán estar protegidos contra la corrosión (Ver Referencia 8). Además, cuando las condiciones particulares de una obra requieran recubrimientos de protección contra el fuego mayores a los especificados en la Tabla 2.2, privarán los requisitos más exigentes.

La separación libre  $s$  entre barras paralelas de una capa no será menor que  $d_b$  ni menor que 2.5 cm. La Tabla 2.3 da el número de barras permitidas en cada capa, para diferentes anchos de vigas, y en la figura 2.2 se grafica la separación entre barras y el recubrimiento en los elementos flexados que se menciona precedentemente.

En vigas y columnas se admite la posibilidad de disponer barras en contacto, formando grupos o gavillas. En elementos que trabajan a flexión el grupo no podrá ser mayor a dos barras, situadas en un mismo plano vertical, una sobre otra y en contacto. Entre ejes de parejas deberá mantenerse una distancia horizontal no menor que 2.5  $d_b$  ni inferior a ( $d_b + 25$  mm) como muestra la figura 2.2 c).

El espaciamiento libre vertical entre dos grupos o entre un grupo y una barra no será menor a  $d_b$ . En ningún caso se permitirá el contacto de dos barras situadas en un mismo plano horizontal. Además, en las vigas no se permite agavillar barras mayores del N° 11 (1 3/8").



T A B L A 2.1

## DISEÑO DE SECCIONES RECTANGULARES A ROTURA

$$\text{Momento específico } \mu = \frac{M_u}{f_c' b d^2} = 0,9 \omega (1 - 0,59 \omega)$$

$\omega$		0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0,05	$\mu$	0.0437	0.0445	0.0454	0.0462	0.0471	0.0479	0.0487	0.0496	0.0504	0.0513
	$J_u$	0.971	0.970	0.969	0.969	0.968	0.968	0.967	0.966	0.966	0.965
0,06	$\mu$	0.0521	0.0529	0.0538	0.0546	0.0554	0.0563	0.0571	0.0579	0.0587	0.0596
	$J_u$	0.965	0.964	0.963	0.963	0.962	0.962	0.961	0.960	0.960	0.959
0,07	$\mu$	0.0604	0.0612	0.0620	0.0629	0.0637	0.0645	0.0653	0.0662	0.0670	0.0678
	$J_u$	0.959	0.958	0.958	0.957	0.956	0.956	0.955	0.955	0.954	0.953
0,08	$\mu$	0.0686	0.0694	0.0702	0.0710	0.0719	0.0727	0.0735	0.0743	0.0751	0.0759
	$J_u$	0.953	0.952	0.952	0.951	0.950	0.950	0.949	0.948	0.948	0.947
0,09	$\mu$	0.0767	0.0775	0.0783	0.0791	0.0799	0.0807	0.0815	0.0823	0.0831	0.0834
	$J_u$	0.947	0.946	0.946	0.945	0.945	0.944	0.944	0.943	0.942	0.942
0,10	$\mu$	0.0847	0.0855	0.0863	0.0871	0.0879	0.0886	0.0894	0.0902	0.0910	0.0918
	$J_u$	0.941	0.940	0.940	0.939	0.939	0.938	0.937	0.937	0.936	0.936
0,11	$\mu$	0.0926	0.0934	0.0941	0.0949	0.0957	0.0965	0.0973	0.0980	0.0988	0.0996
	$J_u$	0.935	0.935	0.934	0.933	0.933	0.932	0.932	0.931	0.930	0.930
0,12	$\mu$	0.1004	0.1011	0.1019	0.1027	0.1034	0.1042	0.1050	0.1057	0.1065	0.1073
	$J_u$	0.929	0.929	0.928	0.927	0.927	0.926	0.926	0.925	0.924	0.924
0,13	$\mu$	0.1080	0.1088	0.1095	0.1103	0.1111	0.1118	0.1126	0.1133	0.1141	0.1148
	$J_u$	0.923	0.923	0.922	0.922	0.921	0.920	0.920	0.919	0.919	0.918
0,14	$\mu$	0.1156	0.1163	0.1171	0.1178	0.1186	0.1193	0.1201	0.1208	0.1216	0.1223
	$J_u$	0.917	0.917	0.916	0.916	0.915	0.914	0.914	0.913	0.913	0.912
0,15	$\mu$	0.1231	0.1238	0.1245	0.1253	0.1260	0.1267	0.1275	0.1282	0.1289	0.1297
	$J_u$	0.912	0.911	0.910	0.910	0.909	0.909	0.908	0.907	0.907	0.906
0,16	$\mu$	0.1304	0.1311	0.1319	0.1326	0.1333	0.1340	0.1348	0.1355	0.1362	0.1369
	$J_u$	0.906	0.905	0.904	0.904	0.903	0.903	0.903	0.902	0.901	0.900
0,17	$\mu$	0.1377	0.1384	0.1391	0.1398	0.1405	0.1412	0.1420	0.1427	0.1434	0.1441
	$J_u$	0.900	0.899	0.899	0.898	0.897	0.897	0.896	0.896	0.895	0.894
0,18	$\mu$	0.1448	0.1455	0.1462	0.1469	0.1476	0.1483	0.1490	0.1497	0.1504	0.1511
	$J_u$	0.894	0.893	0.893	0.892	0.891	0.891	0.890	0.890	0.889	0.888
0,19	$\mu$	0.1518	0.1525	0.1532	0.1539	0.1546	0.1553	0.1560	0.1567	0.1574	0.1581
	$J_u$	0.888	0.887	0.887	0.886	0.886	0.886	0.885	0.884	0.883	0.883
0,20	$\mu$	0.1588	0.1594	0.1601	0.1608	0.1615	0.1622	0.1629	0.1635	0.1642	0.1649
	$J_u$	0.882	0.881	0.881	0.880	0.880	0.879	0.878	0.878	0.877	0.877
0,21	$\mu$	0.1656	0.1663	0.1669	0.1676	0.1683	0.1690	0.1696	0.1703	0.1710	0.1716
	$J_u$	0.876	0.876	0.875	0.874	0.874	0.873	0.873	0.871	0.871	0.871
0,22	$\mu$	0.1723	0.1730	0.1736	0.1743	0.1750	0.1756	0.1763	0.1769	0.1776	0.1783
	$J_u$	0.870	0.870	0.869	0.868	0.868	0.867	0.867	0.866	0.865	0.865
0,23	$\mu$	0.1789	0.1796	0.1802	0.1809	0.1815	0.1822	0.1828	0.1835	0.1841	0.1848
	$J_u$	0.864	0.864	0.863	0.863	0.862	0.861	0.860	0.860	0.860	0.859
0,24	$\mu$	0.1854	0.1861	0.1867	0.1873	0.1880	0.1886	0.1893	0.1899	0.1905	0.1912
	$J_u$	0.858	0.858	0.857	0.857	0.856	0.855	0.855	0.854	0.854	0.853
0,25	$\mu$	0.1918	0.1924	0.1931	0.1937	0.1943	0.1950	0.1956	0.1962	0.1960	0.1975
	$J_u$	0.852	0.852	0.851	0.851	0.850	0.850	0.849	0.848	0.848	0.847
0,26	$\mu$	0.1981	0.1987	0.1994	0.2000	0.2006	0.2012	0.2018	0.2024	0.2031	0.2037
	$J_u$	0.847	0.846	0.845	0.845	0.844	0.844	0.843	0.842	0.842	0.841
0,27	$\mu$	0.2043	0.2049	0.2055	0.2061	0.2067	0.2073	0.2080	0.2086	0.2092	0.2098
	$J_u$	0.841	0.840	0.840	0.839	0.838	0.838	0.837	0.837	0.836	0.835

T A B L A 2.2

Características del ambiente	Recubrimiento mínimo (en cm.)			
	Losas y placas	Muros	Cáscaras y placas plegadas	Vigas y columnas
Piezas al abrigo de la intemperie	1,5	2	1,5	2,5
Piezas expuestas a la intemperie en ambientes no agresivos	2	2,5	1,5	3
Piezas expuestas a la intemperie en ambientes medianamente agresivos	3	3,5	2	4
Piezas en contacto con el terreno	4	4		4
Piezas vaciadas contra el terreno y permanentemente en contacto con el	7	7		7

T A B L A 2.3

NUMERO MAXIMO DE BARRAS QUE CABEN EN LOS ANCHOS DE VIGAS

b (cm)	Ø 1/2"	Ø 5/8"	Ø 3/4"	Ø 7/8"	Ø 1"
15	2	2	2	2	2
20	3	3	3	3	3
25	4	4	4	4	4
30	6	5	5	5	4
35	7	7	6	6	5
40	8	8	7	7	6
45	10	9	8	8	7
50	11	10	10	9	8
55	12	11	11	10	9
60	14	13	12	11	10

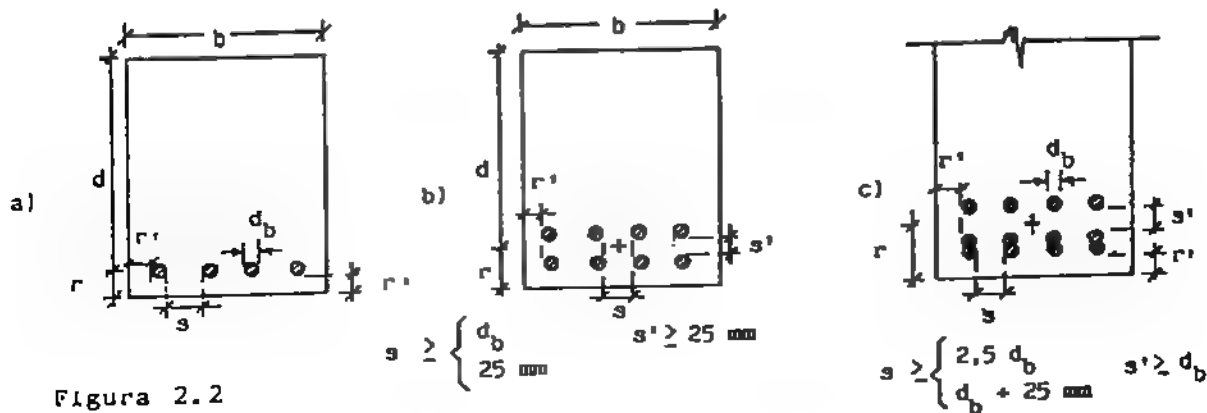


Figura 2.2

\* Ref. 1 Tabla 7.7.1.

Cuando se requiera utilizar el diámetro  $d_b$  de la barra, un grupo de barras se considerará como una única barra con un área equivalente al área total del grupo, con diámetro  $d_b$  correspondiente a ese área.

En el caso de barras agavilladas en miembros a flexión, no podrán cortarse en un mismo plano, sino que deben cortarse en diferentes puntos en forma escalonada, a distancias iguales o mayores a  $40 d_b$ .

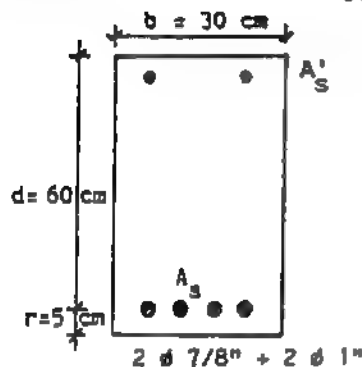
### EJEMPLO 2.1.-

Determine el momento de agotamiento resistente de la sección indicada, para las siguientes calidades de materiales :

$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

De Tabla 1.2 :  $A_s = 7,74 + 10,14 = 17,88 \text{ cm}^2$



Se verifica :

$$A_s \geq A_{s \min} = \frac{14}{f_y} b d = \frac{14}{4.200} \times 30 \times 60 = 6 \text{ cm}^2$$

Cumple

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = \frac{A_s}{b \cdot d} \frac{f_y}{f'_c} = \frac{17,88 \times 4.200}{280 \times 30 \times 60} = 0,149 < 0,18$$

La sección es dúctil

De Tabla 2.1 :  $\mu = 0,1223$   $j_u = 0,912$

Para determinar  $M_u$  se puede usar la ec. 2.4 o la 2.19.

Para flexión, el factor de minoración de resistencia  $\phi$  vale :  $\phi = 0,9$ . Por lo tanto :

$$M_u = \phi A_s f_y j_u d = 0,9 \times 17,88 \times 4.200 \times 0,912 \times 60 = 37 \text{ tm}$$

$$M_u = \mu f'_c b d^2 = 0,1223 \times 280 \times 30 \times 60^2 = 37 \text{ tm}$$

En zona sísmica, colocar adicionalmente :

$$A'_s = A_{s \min} = 6 \text{ cm}^2 \quad (2 \text{ } \phi \text{ } 7/8")$$

### EJEMPLO 2.2.-

Diseñe la sección de concreto armado con ancho  $b = 35 \text{ cm}$ , simplemente armada, para :

$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

Las solicitaciones en régimen de servicio son :

$$M_{CP} = 8 \text{ tm}$$

$$M_{CV} = 5 \text{ tm}$$

$$M_S = \pm 2 \text{ tm}$$

Según la Tabla 1.5, las combinaciones de solicitaciones mayoradas resultan :

$$M_{u1} = 1,4 M_{CP} + 1,7 M_{CV} = 1,4 \times 8 + 1,7 \times 5 = 19,7 \text{ tm}$$

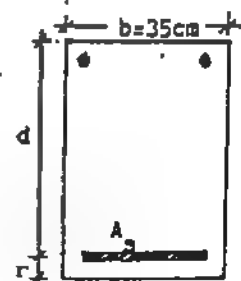
$$M_{u2} = 0,75 (1,4 M_{CP} + 1,7 M_{CV} \pm 1,9 M_S) = 0,75 (19,7 \pm 1,9 \times 2) = \begin{cases} 17,62 \text{ tm} \\ 11,92 \text{ tm} \end{cases}$$

$$M_{u3} = 0,9 M_{CP} \pm 1,4 M_S = \begin{cases} 10 \text{ tm} \\ 4,4 \text{ tm} \end{cases}$$

Por lo tanto, en el diseño controla el  $M_{u1}$ ,

Adoptando  $\omega = 0,18$ , resulta  $\mu = 0,1448$  y de ec. 2.22 se obtiene :

$$d = \sqrt{\frac{M_u}{\mu f'_c b}} = \sqrt{\frac{1.970.000}{0,1448 \times 280 \times 35}} = 37,25 \text{ cm}$$



$$d = 40 \text{ cm}$$

Por exceso, se adopta  $d = 40 \text{ cm}$ , y suponiendo que el acero cabe en una capa,  $r = 5 \text{ cm}$  y  $h = 45 \text{ cm}$   
 Por lo tanto,

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b d^2} = \frac{1.970.000}{280 \times 35 \times 40^2} = 0,1256$$

De Tabla 2.1:  $\omega = 0,153$   $j_u = 0,91$  Resulta  $\omega > \omega_{\min} = \frac{14}{f'_c} = 0,05$  Correcto

Diseño de acero:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d} = \frac{1.970.000}{0,9 \times 4.200 \times 0,91 \times 40} = 14,31 \text{ cm}^2 > A_{s \min}$$

Cumple

De Tabla 1.3:  $A_s = 3 \# 5/8" + 3 \# 3/4" = 14,46 \text{ cm}^2$

En la Tabla 2.3 se verifica que las 6 barras de acero caben en una sola capa. Por lo tanto,  $r$  se mantiene en  $5 \text{ cm}$ .

$$A'_s = A_{s \min} = \frac{14}{f_y} b d = \frac{14}{4.200} \times 35 \times 40 = 4,67 \text{ cm}^2 \quad (2 \# 3/4")$$

### SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS

Cuando la altura útil  $d$  de las secciones de concreto armado está limitada, y la cuantía mecánica  $\omega$  resulta elevada, no cumpliendo la condición exigida en la ecuación 2.17 o 2.18, la viga debe armarse doblemente.

El acero en compresión  $A'_s$  otorga mayor ductilidad a la viga e incrementa considerablemente su capacidad resistente, en relación a la sección armada únicamente con acero a tracción. En la práctica, las secciones doblemente armadas tienen sus dimensiones conocidas, de modo que el diseño se reduce únicamente a calcular el acero necesario  $A_s$  y  $A'_s$ .

Teniendo como datos el momento solicitante  $M_u$ , las dimensiones de la sección y las características resistentes de los materiales a usar, se debe determinar el valor de la cuantía mecánica  $\omega$ .

Para ello se calcula  $\mu$  de la ecuación 2.20 y se lee  $\omega$  y  $j_u$  de la Tabla 2.1. Cuando  $\omega \leq 0,18$ , la sección resulta simplemente armada, pero si:  
 se puede optar por:  $0,18 < \omega \leq 0,5 \omega_b$

- Amar simple verificando deflexiones
- Amar doble, de modo de diseñar una sección dúctil

Si por el contrario resulta  $\omega > 0,5 \omega_b$  se debe amar doble, o aumentar las dimensiones de la sección. En las secciones doblemente armadas resulta:

$$\omega = (\rho - \rho') \frac{f_y}{f'_c} \quad (2.24)$$

$$k_u = \frac{\omega}{0,85 \beta_1} \quad (2.25)$$

Para el diseño del acero en secciones doblemente armadas, se debe determinar la magnitud del esfuerzo  $f'_s$  a que está sometido el acero en compresión. Para ello se calcula la relación  $d'/d$  en la viga y se la compara con el valor dado en la Tabla 2.4. Ver figura 2.3.

Cuando:

$$(d'/d)_{\text{diseño}} \leq (d'/d)_{\text{tabla}} \quad \text{resulta: } f'_s = f_y$$

Si la condición anterior no se cumple, es decir cuando  $(d'/d)_{\text{diseño}} > (d'/d)_{\text{tabla}}$ , la deformación del acero a compresión es en este caso :

$$\epsilon'_s < \epsilon_y$$

por lo cual, para hallar  $f'_s$  se utiliza la ecuación :

$$f'_s = \epsilon_{cu} \left( 1 - \frac{d'}{k_u d} \right) E_s < f_y \quad (2.26)$$

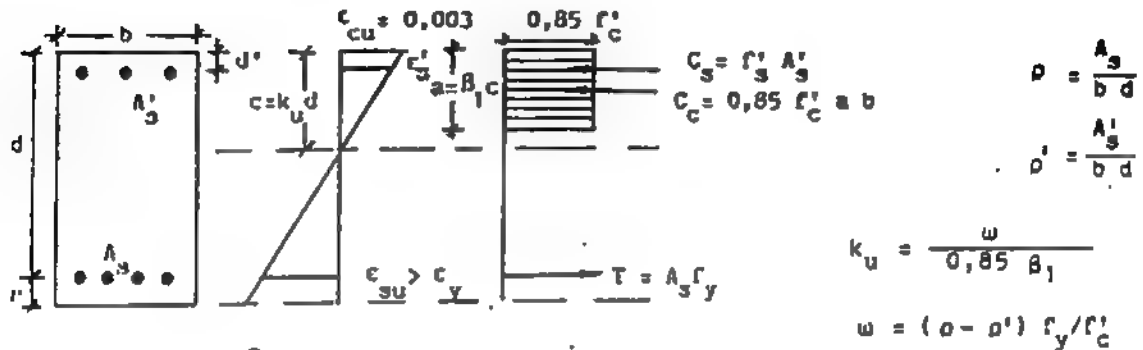


Figura 2.3

TABLA 2.4

VALORES DE  $d'/d$

$k_u = \frac{(\rho - \rho') f_y}{0.85 \beta_1 f'_c}$	$f_y \text{ (kg/cm}^2\text{)}$			
	2.400	2.800	4.000	4.200
0	0	0	0	0
0,05	0,0304	0,027	0,017	0,0156
0,10	0,0607	0,054	0,035	0,0313
0,15	0,0977	0,081	0,052	0,0469
0,20	0,1214	0,109	0,069	0,0627
0,25	0,1570	0,136	0,087	0,0782
0,30	0,1820	0,163	0,104	0,0940
0,35	0,2120	0,190	0,121	0,1095
0,40	0,2428	0,217	0,139	0,1254
0,45	0,2730	0,244	0,156	0,1408
0,50	0,3040	0,272	0,173	0,1567
0,55	0,3330	0,305	0,191	0,1727
0,60	0,3640	0,360	0,208	0,1887

La resultante total en compresión es :

$$C = C_s + C_c = f'_s A'_s + 0.85 f'_c a b \quad (2.27)$$

El comportamiento estructural de una sección doblemente armada es similar a la superposición del caso de la sección simplemente armada resistiendo un momento  $M_0$  y del par  $\Delta M$  formado por la pareja de barras a compresión y tracción respectivamente, como muestra la figura 2.4.

$$M_u = \phi (M_0 + \Delta M) \quad (2.28)$$

El momento  $M_0$  se halla como en las secciones simplemente armadas y el  $\Delta M$  es el par resultante de la pareja de aceros a tracción y compresión respectivamente. Ver figura 2.4.

$$\Delta M = T_2 (d - d')$$

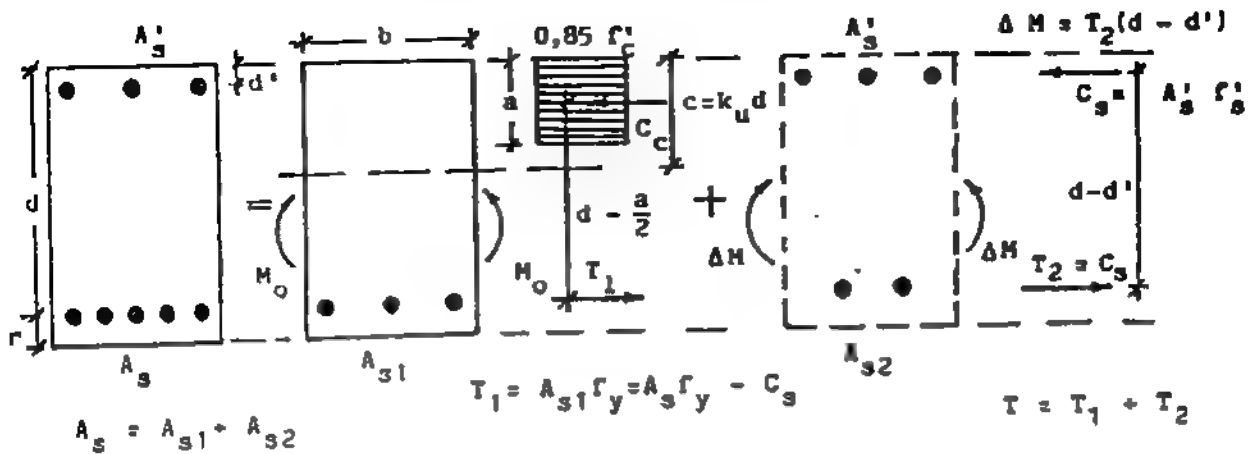


Figura 2.4.-

El comportamiento de elementos flexados con diferentes porcentajes de acero para  $A_s$  y  $A'_s$  en una sección transversal de concreto armado solicitada a flexión simple, se indica en la figura 2.5. Las líneas llenas corresponden al comportamiento de secciones simplemente armadas y las punteadas a las mismas secciones doblemente armadas con cuantías de acero a compresión similares a las de tracción.

La curva A corresponde a la sección del concreto en tracción, con rotura frágil. La curva B es la que resulta con una cuantía muy baja de acero en tracción, con limitada ductilidad, y la C representa el comportamiento dúctil de una sección con un índice bajo de refuerzo.

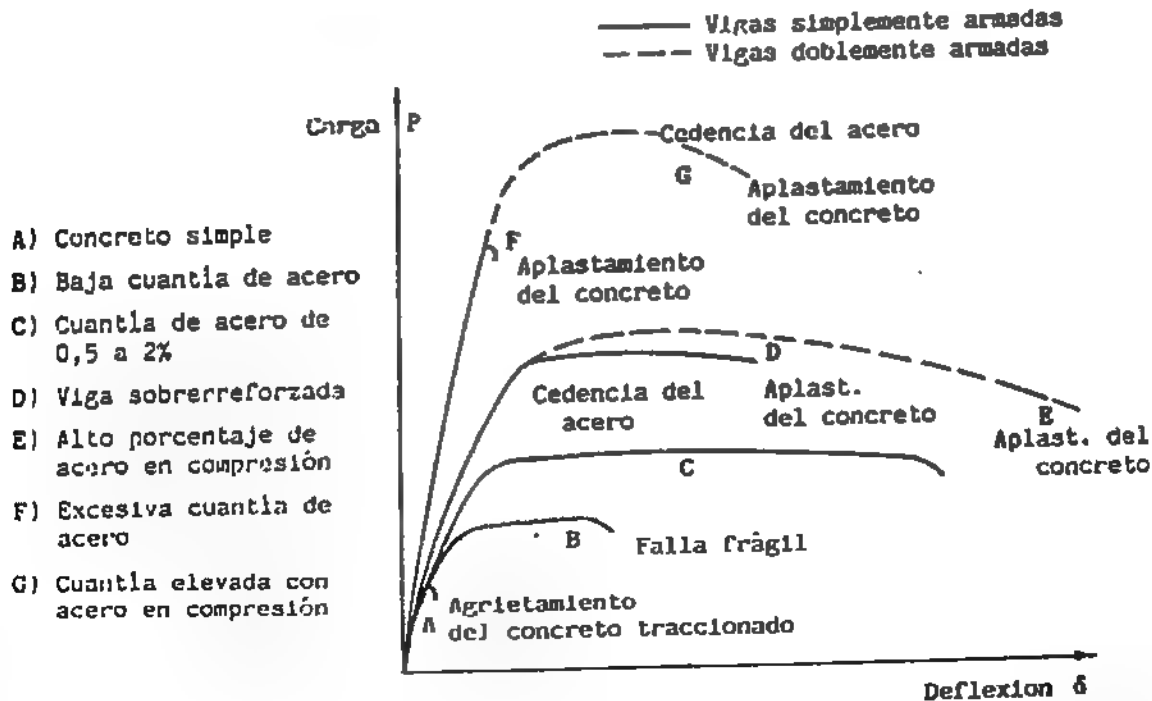


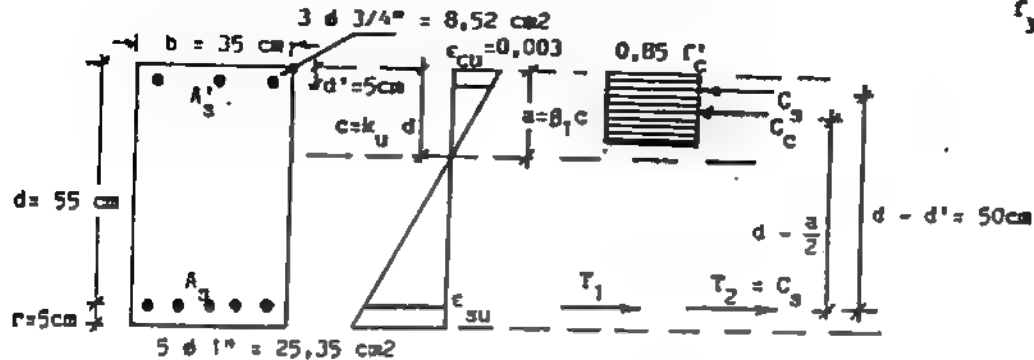
Figura 2.5.- Curvas carga-deflexión en vigas con diferente cuantía de acero, solicitadas a flexión simple

El comportamiento más dúctil corresponde a una sección doblemente armada, en el caso sub reforzado. Los casos F y G representan secciones sobrerreforzadas, de comportamiento frágil para

el caso de secciones simplemente armadas, y algo más dúctil para las doblemente armadas. Como es evidente, la presencia de acero a compresión otorga a los miembros flexados un apreciable margen de ductilidad.

### EJEMPLO 2.3.-

Analice la sección indicada y determine su resistencia en flexión.  $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$   
 $f_y = 4.000 "$



La cuantía geométrica de la armadura a tracción y compresión se halla :

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{25,35}{35 \times 55} = 0,013168$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b d} = \frac{8,52}{35 \times 55} = 0,004426$$

Y la cuantía mecánica :  $w = (\rho - \rho') \frac{f_y}{f'_c} = 0,125 > w_{\min} = \frac{14}{f'_c} = 0,05$  Cumple

Para determinar la profundidad del eje neutro :

De figura 2.1,  $\beta_1 = 0,85$

$$k_u = \frac{w}{0,85 \beta_1} = \frac{0,125}{0,85^2} = 0,173$$

$$c = k_u d = 0,173 \times 55 = 9,5 \text{ cm}$$

$$\therefore a = \beta_1 c = 0,85 \times 9,5 = 8,08 \text{ cm}$$

Se calcula a continuación el valor del esfuerzo  $f'_s$  del acero a compresión.

$$\frac{d'}{d} = \frac{5}{55} = 0,09$$

De la Tabla 2.4 se lee, para  $k_u = 0,173$  :

$$\frac{d'}{d} = 0,06$$

Por lo tanto resulta :

$$\left(\frac{d'}{d}\right)_{\text{real}} > \left(\frac{d'}{d}\right)_{\text{tabla}}$$

y el valor de  $f'_s$  se halla mediante la ec. 2.26 :

$$f'_s = \epsilon_{cu} \left(1 - \frac{d'}{k_u d}\right) E_s = 0,003 \times \left(1 - \frac{5}{9,5}\right) \times 2,1 \times 10^6 = 2.984 \text{ Kg/cm}^2 < f_y = 4.000 \text{ Kg/cm}^2$$

La fuerza de compresión resistida por el acero  $A'_s$  vale :

$$C_s = A'_s f'_s = 8,52 \times 2.984 = 25.424 \text{ Kg}$$

$$T_2 = C_s$$

$$\Delta M = T_2 (d - d') = 25.424 \times 50 = 12.720 \text{ Kgm}$$

$$T_1 = A_s f_y - C_s = 25,35 \times 4.000 - 25.424 = 75.976 \text{ Kg}$$

$$M_o = T_1 (d - a/2) = 75.976 \times (55 - 8,08/2) = 38.717 \text{ Kgm}$$

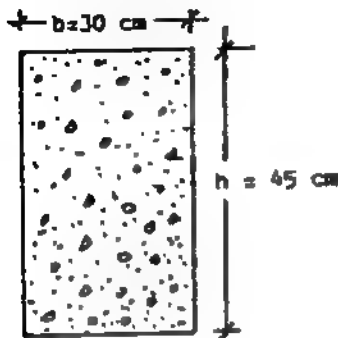
$$\therefore M_u = \phi (M_o + \Delta M) = 0,9 \times (38.717 + 12.720) = 46,29 \text{ tm}$$

**EJEMPLO 2.4.-**

Diseño el acero para la viga cuyas dimensiones se indican, solicitada por un momento mayorado  $M_u = 25 \text{ tm}$ .

$$f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$



Suponiendo las barras del acero ubicadas en una sola capa:

$$r = 5 \text{ cm} \quad \therefore \quad d = 40 \text{ cm}$$

De ec. 2.20:

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b d^2} = \frac{2.500.000}{250 \times 30 \times 40^2} = 0,208$$

De Tabla 2.1 se lee:  $\omega = 0,27$

Según ecs. 2.8 y 2.16:

$$\rho_b = B_1 \cdot \frac{0,85 f'_c}{f_y} \cdot \frac{6.300}{(6.300 + f_y)} = \frac{0,85^2 \times 250 \times 6.300}{4.200 \times 10.500} = 0,0258$$

$$\omega_b = \rho_b \frac{f_y}{f'_c} = 0,0258 \cdot \frac{4.200}{250} = 0,433$$

De acuerdo con la ec. 2.18, se debe cumplir:

$$0,5 \omega_b = 0,217 \geq \omega = 0,27$$

No cumple. Por lo tanto, se armará doble la sección ensilizada.

Para que la sección resulte dúctil se adopta:  $\omega = 0,18$   $\therefore \mu = 0,1448$   $J_u = 0,894$  según la Tabla 2.1.

$$\phi M_o = \mu f'_c b d^2 = 0,1448 \times 250 \times 30 \times 40^2 = 17.376 \text{ Kgcm}$$

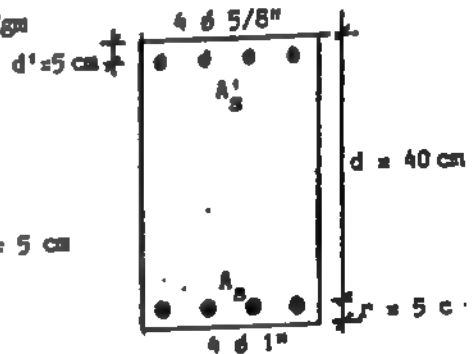
$$\therefore \phi \Delta M = 25.000 - 17.376 = 7.624 \text{ Kgcm}$$

$$A_{s1} = \frac{\phi M_o}{\phi f_y J_u d} = \frac{1.737.600}{0,9 \times 4.200 \times 0,894 \times 40} = 12,85 \text{ cm}^2$$

Se adopta  $d' = 5 \text{ cm}$

$$A_{s2} = \frac{\phi \Delta M}{\phi f_y (d - d')} = \frac{762.400}{0,9 \times 4.200 \times 35} = 5,76 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 12,85 + 5,76 \text{ cm}^2 = 18,61 \text{ cm}^2$$



De la Tabla 1.3 se obtiene: 4  $\phi$  1":  $A_s = 20,28 \text{ cm}^2 > A_{s \text{ min}} = \frac{14}{f_y} b d = \frac{14}{4.200} \times 30 \times 40 = 4 \text{ cm}^2$  Cumple

Según la ec. 2.25:

$$k_u = \frac{\omega}{0,85 B_1} = \frac{0,18}{0,85^2} = 0,25$$

Resulta:  $\left(\frac{d'}{d}\right)_{\text{real}} = \frac{5}{40} = 0,125 > \left(\frac{d'}{d}\right)_{\text{tabla}} = 0,0782$  (de Tabla 2.4)

Por lo tanto,  $f'_s = \epsilon_{cu} \left(1 - \frac{d'}{k_u d}\right) E_s = 0,003 \times \left(1 - \frac{5}{0,25 \times 40}\right) \times 2,1 \times 10^6 = 3.150 \text{ Kg/cm}^2 < f_y$  Correcto

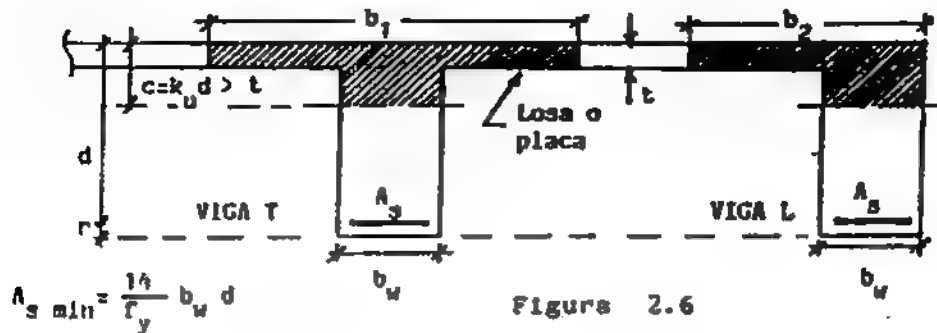
$$\therefore A'_s = \frac{\phi \Delta M}{\phi f'_s (d - d')} = \frac{762.400}{0,9 \times 3.150 \times 35} = 7,68 \text{ cm}^2 > A_{s \text{ min}}$$

Se elige: 4  $\phi$  5/8" :  $A_s = 7,92 \text{ cm}^2$



### SECCIONES T y L

Las secciones T o L son vigas con un ala en compresión de longitud  $b$ , que colabora para soportar los momentos flectores solicitantes. Ver figura 2.6.



En vigas T se elige como ancho de colaboración el menor de los  $b_1$ :

$$b_1 \leq \begin{cases} \text{Luz de la viga} / 4 \\ 16 t + b_w \\ \text{Distancia entre centros de vigas adyacentes (la menor)} \end{cases}$$

En vigas T aisladas se debe cumplir:

$$\begin{cases} t \geq b_w / 2 \\ b \leq 4 b_w \end{cases}$$

En vigas L se elige como ancho de colaboración el menor de los  $b_2$ :

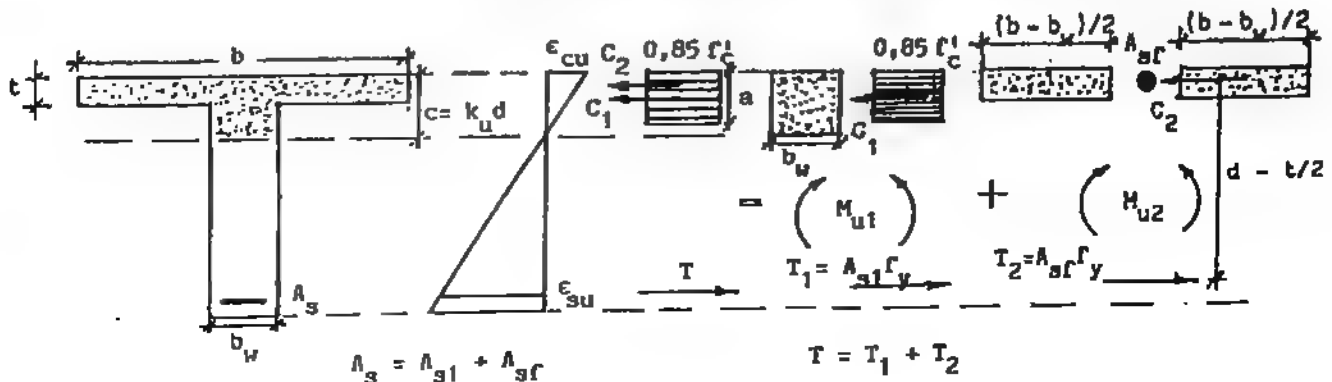
$$b_2 \leq \begin{cases} \text{luz de la viga} / 12 + b_w \\ 6 t + b_w \\ \text{Mitad de la distancia entre centros de viga adyacente} \end{cases}$$

En las viga T se pueden presentar dos casos, en relación a la posición que ocupa el eje neutro:

- El eje neutro cae dentro del ala de la viga, es decir corta la losa o placa
- El eje neutro corta el nervio de la viga, en el ancho  $b_w$

El caso a) corresponde a una viga rectangular de ancho  $b$ , donde se ha eliminado una parte del concreto de la zona traccionada. Como no se acepta la hipótesis del concreto trabajando a tracción, la viga - en este caso se analiza como de sección rectangular de ancho  $b$ , en la forma vista anteriormente.

El caso b) es el de una viga T, donde el ala se halla comprimida en su totalidad, y también una parte del nervio, por lo cual su resistencia es algo menor que si fuera rectangular de ancho  $b$  en toda la zona comprimida. A continuación se analizará este tipo de vigas.



La figura 2.7 muestra la forma de trabajo de una viga T. En este caso, el bloque rectangular de esfuerzos equivalentes presenta un ancho variable en su altura  $a$ , por lo cual la resultante de compresión  $C$  debe analizarse separadamente en sus dos componentes  $C_1$  y  $C_2$ .

$$C = C_1 + C_2 = 0,85 f'_c a b_w + 0,85 f'_c t (b - b_w) \quad (2.29)$$

$C_1$  es la resultante del bloque de esfuerzos correspondiente a la zona comprimida del alma de la viga de ancho  $b_w$ , y  $C_2$  a las alas, a los lados del nervio.

$C_1$  está aplicada en la mitad de la altura  $a = \beta_1 c$  y  $C_2$  en la mitad del espesor  $t$  del ala. El área de acero en tracción necesaria para el equilibrio de la sección de concreto del nervio, de altura  $c$ , es  $A_{s1}$  y el acero para equilibrar la resultante de las alas, es  $A_{sf}$ .

$$A_{sf} = \frac{0,85 f'_c t (b - b_w)}{f_y} \quad (2.30)$$

$A_{sf}$  se conoce como "área de acero ficticia", estáticamente equivalente a la fuerza de compresión correspondiente a los salientes del ala. Esto se interpreta como si las alas a los lados del nervio equivalieran a una determinada área de acero a compresión, por lo cual las vigas T pueden analizarse como doblemente armadas. El área total de acero resulta:

$$A_s = A_{s1} + A_{sf} \quad (2.31)$$

Además, la fuerza de tracción en el acero vale:

$$T = T_1 + T_2 = (A_{s1} + A_{sf}) f_y \quad (2.32)$$

Las cuantías geométricas para el nervio y las alas se obtienen:

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d} \quad \rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} \quad (2.33)$$

y la cuantía mecánica resulta:

$$\omega = (\rho_w - \rho_f) \frac{f}{f'_c} \quad (2.35)$$

Para hallar la profundidad del eje neutro se calculará:

$$k_u = \frac{\omega}{0,85 \beta_1}$$

El momento mayorado se obtiene:

$$M = \phi (M_{u1} + M_{u2}) \quad (2.36)$$

donde

$$M_{u1} = A_{s1} f_y j_u d \quad (2.37)$$

$$M_{u2} = A_{sf} f_y (d - \frac{t}{2}) \quad (2.38)$$

### EJEMPLO 2.5.-

Analice la sección T indicada, determinando el  $M_u$  correspondiente.

$$f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

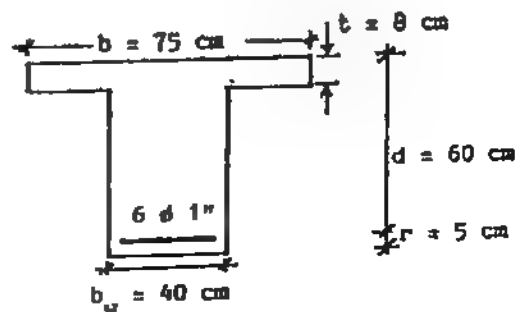
$$f_y = 4.000 "$$

De Tabla 1.3:  $A_s = 30,42 \text{ cm}^2$

Se determinará la profundidad del eje neutro.

$$\omega = \frac{A_s}{b d} \frac{f_y}{f'_c} = \frac{30,42 \times 4.000}{75 \times 60 \times 250} = 0,108$$

como una viga rectangular de ancho  $b$ .



De ec. 2.25 :

$$k_u = \frac{\omega}{0,85 \beta_1} = \frac{0,108}{0,85^2} = 0,15$$

$$c = k_u d = 0,15 \times 60 = 9 \text{ cm} > t = 8 \text{ cm} \quad \text{Es viga T}$$

$$A_{sf} = \frac{C_2}{f_y} = \frac{0,85 f'_c t (b - b_w)}{f_y} = \frac{0,85 \times 250 \times 8 \times 35}{4.000} = 14,87 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_s - A_{sf} = 30,42 - 14,87 = 15,55 \text{ cm}^2$$

Se verifica el valor de  $\omega$  como viga rectangular de ancho  $b_w$  :

$$0,18 > \omega = \frac{A_{s1} f_y}{b_w d f'_c} = \frac{15,55 \times 4.000}{40 \times 60 \times 250} = 0,103 > \omega_{\min} = \frac{14}{f'_c} = \frac{14}{280} = 0,05$$

De Tabla 2.1, para  $\omega = 0,103$  se lee :  $\mu = 0,0871$   $J_u = 0,939$  Cumple

$$\therefore \phi M_{u1} = \mu f'_c b_w d^2 = 0,0871 \times 250 \times 40 \times 60^2 = 31,35 \text{ tm}$$

$$\phi M_{u2} = 0,9 A_{sf} f_y \left( d - \frac{t}{2} \right) = 0,9 \times 14,87 \times 4.000 \times 56 = 30 \text{ tm}$$

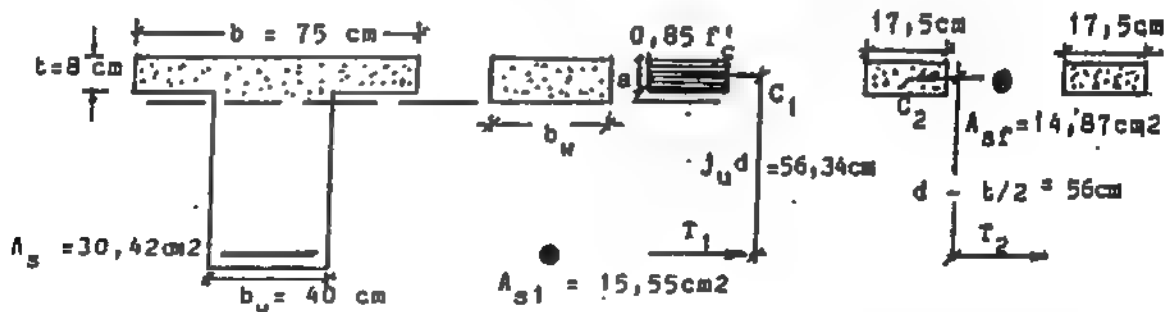
$$M_u \phi (M_{u1} + M_{u2}) = 31,35 + 30 = 61,35 \text{ tm}$$

Debe observarse, sin embargo, que si esta viga se analiza como rectangular de ancho  $b$  se obtiene :

$$\text{Para } \omega = 0,108 \quad \mu = 0,091$$

$$\text{Por lo tanto, } M_u = \mu f'_c b d^2 = 0,091 \times 250 \times 75 \times 60^2 = 61,42 \text{ tm}$$

El resultado es prácticamente coincidente con el anterior, si bien la ductilidad de la viga T es mayor.



#### EJEMPLO 2.6.-

Diseñe la viga indicada, para los siguientes datos :

$$b = 85 \text{ cm} \quad b_w = 35 \text{ cm} \quad t = 10 \text{ cm}$$

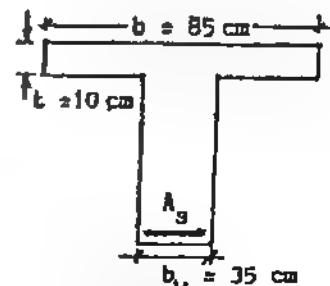
$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2 \quad f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2 \quad M_u = 70 \text{ tm}$$

El problema se resuelve por tanteos, comenzando con :

$$\omega = 0,18$$

$$\text{De ecs. 2.8 y 2.18 : } 0,5 \omega_b = \rho_b \frac{f_y}{f'_c} = 0,5 \times 0,85^2 \times \frac{6.300}{6.300 + f_y} = 0,216$$

Por lo tanto,  $\omega < 0,5 \omega_b$  Cumple



Además,  $w > w_{\min} = \frac{14}{f'_c} = \frac{14}{280} = 0,05$  Cumple

De Tabla 2.1, para  $w = 0,18$  :  $\mu = 0,1448$

Según la ec. 2.2 :  $d = \sqrt{\frac{M_u}{\mu f'_c b}} = \sqrt{\frac{7.000.000}{0,1448 \times 280 \times 85}} = 45 \text{ cm}$

Se supone que las barras caben en una capa, por lo cual  $h = d + r = 45 + 5 = 50 \text{ cm}$

$$k_u = \frac{w}{0,85 \theta_1} = \frac{0,18}{0,85^2} = 0,25 \quad k_u d = 11,25 \text{ cm} > t$$

∴ es viga T

$$C_2 = 0,85 f'_c t (b - b_w) = 0,85 \times 280 \times 10 \times 50 = 119 \text{ t}$$

$$A_{s1} = \frac{C_2}{f_y} = \frac{119.000}{4.200} = 28,33 \text{ cm}^2$$

$$\phi M_{u2} = 0,9 A_{s1} f_y \left(d - \frac{t}{2}\right) = 0,9 \times 119.000 \times 40 = 42,84 \text{ tm}$$

$$\phi M_{u1} = M_u - \phi M_{u2} = 70 - 42,84 = 27,16 \text{ tm}$$

$$\mu = \frac{\phi M_{u1}}{f'_c b_w d^2} = \frac{2.716.000}{280 \times 35 \times 45^2} = 0,1368$$

∴ De Tabla 2.1 :  $w = 0,169$   $J_u = 0,9$

$$A_{s1} = \frac{\phi M_{u1}}{\phi f_y J_u d} = \frac{2.716.000}{0,9 \times 4.200 \times 0,9 \times 45} = 17,74 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 17,74 + 28,33 = 46,07 \text{ cm}^2$$

De la Tabla 1.2 se lee : 10  $\phi$  1" pero en la Tabla 2.3 se verifica que el acero no cabe en una capa.  
Por lo tanto se adopta :  $r = 7,5 \text{ cm}$   $d = 47,5 \text{ cm}$   $h = 55 \text{ cm}$

$$\phi M_{u2} = 0,9 \times 119.000 (47,5 - 5) = 45,52 \text{ tm}$$

$$\phi M_{u1} = 70 - 45,52 = 24,48 \text{ tm}$$

$$\mu = \frac{\phi M_{u1}}{f'_c b_w d^2} = \frac{2.448.000}{280 \times 35 \times 47,5^2} = 0,11$$

De Tabla 2.1 :  $w = 0,133$   $J_u = 0,922$

$$A_{s1} = \frac{2.448.000}{0,9 \times 4.200 \times 0,922 \times 47,5} = 14,78 \text{ cm}^2$$

De Tabla 1.3 :  $4 \phi 1" = 20,28$   
 $6 \phi 7/8" = 23,22$   
 $A_s = 43,5 \text{ cm}^2$

De ecs. 2.33 y 2.34 :

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{43,5}{35 \times 47,5} = 0,026$$

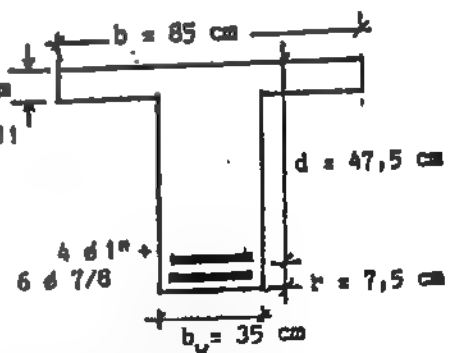
$$\rho_f = \frac{A_{s1}}{b_w d} = \frac{14,78}{35 \times 47,5} = 0,017$$

Para verificar la ductilidad de la viga T :

$$w = (\rho_w - \rho_f) \frac{f_y}{f'_c} = (0,026 - 0,017) \frac{4.200}{280} = 0,135$$

Resulta :  $w < 0,18$

Correcto



### Armadura de paramento

Cuando la altura de una viga supera los 75 cm se debe colocar una armadura adicional de paramento  $A_{sp}$  igual por lo menos al 10% del área de la armadura de tracción  $A_s$  diseñada por flexión, la cual  $A_{sp}$  consistirá en barras de pequeño diámetro. Estas se distribuyen simétricamente junto a las caras laterales de la viga, en la zona traccionada por flexión, con una separación no mayor al ancho del alma ni superior a los 30 cm. Ver la figura 2.8.

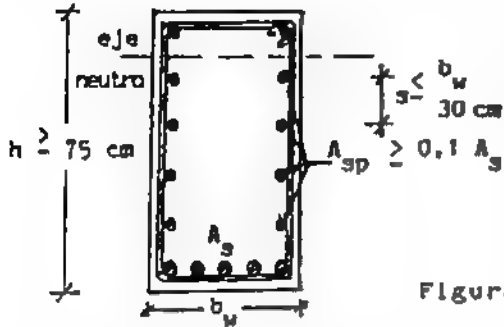


Figura 2.8

A la armadura de paramento se la conoce también por armadura longitudinal de piel, y cumple la función de evitar las fisuras que pueden aparecer por encima del recubrimiento del acero principal por tracción.

Este refuerzo adicional puede incluirse en los cálculos de la resistencia de la viga sólo cuando se realice un análisis de compatibilidad de deformaciones que permita determinar los esfuerzos en las barras o alambres individuales.

### 2.2.- RESISTENCIA A CORTE

Cuando un miembro estructural soporta momentos flectores variables a lo largo de su eje longitudinal, sus diferentes secciones sufren deslizamientos relativos. Para resistir estos deslizamientos se crean esfuerzos tangenciales de corte que transforman el estado monoaxial de esfuerzos en flexión por un estado biaxial o plano.

El efecto más importante en un miembro de concreto armado sometido a esfuerzos cortantes es la presencia de esfuerzos inclinados de tracción, con respecto al eje longitudinal del elemento, lo cuales pueden producir la falla prematura, con una carga inferior a la que origina la falla por flexión. Ver figura 2.9.

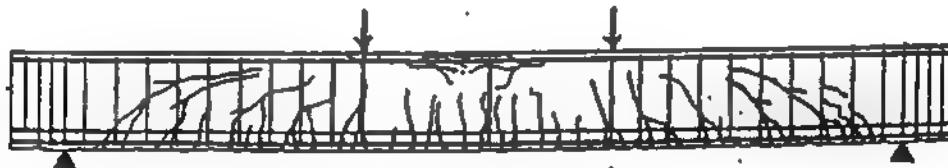


Figura 2.9.- Fisuración por flexión y corte

Mientras que las grietas por tracción debidas a la flexión suelen ser verticales - los esfuerzos de tracción diagonal debidos al corte, producen grietas inclinadas perpendiculares a su dirección. Para controlar la formación de las grietas verticales, se coloca acero longitudinal y para evitar la formación de grietas diagonales por corte, se colocan barras de acero transversal, en forma de estribos, o barras inclinadas a 45°.

Los esfuerzos de corte son parcialmente resistidos por el concreto y por el acero transversal o diagonal. En miembros sometidos únicamente a flexión y corte, la resistencia nominal a corte del concreto es:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2.40)$$

Sin embargo, en zona sísmica, se acepta:  $V_c = 0$ , transfiriendo todos los esfuerzos de corte al acero. La resistencia nominal del acero que resiste corte, a una distancia  $d$  de la cara del apoyo de la viga se obtiene:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (2.41)$$

$A_v$  es el área de la sección transversal de la armadura de corte, en forma de estribos perpendiculares al eje del miembro, y  $s$  su separación.

\*Ref. 1.- 10.6.6

La fuerza cortante total mayorada  $V_u$  debe cumplir :

$$V_u \leq \phi (V_c + V_s) = \phi V_n \quad \text{para } \phi = 0,85 \quad (2.42)$$

$V_n$  es la resistencia nominal a corte de la sección de concreto con armadura transversal en forma de estribos. La resistencia cedente de diseño de la armadura de corte debe cumplir :  $f_y \leq 4.200 \text{ Kg/cm}$

Si resulta :

$$V_u > 2,1 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2.43)$$

se excede el valor límite permitido para la resistencia a corte del acero, y la sección debe ser aumentada.

Entre las funciones básicas del acero transversal por corte de una viga flexada se pueden enumerar :

- Restringe el crecimiento de las grietas inclinadas, logrando mayor profundidad de la zona comprimida.
- Mejora la capacidad de adherencia del acero longitudinal, evitando la falla por desgarramiento.
- Aumenta la ductilidad del conjunto, y si los estribos son cerrados, confinan el concreto evitando la rotura frágil.

Cuando se conoce la fuerza mayorada de corte  $V_u$  para una determinada sección de la viga que se analiza, se obtiene el valor del esfuerzo mayorado  $v_u$  :

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_w d} \quad (2.44)$$

En todos los casos debe cumplirse :

$$v_c \leq 0,53 \sqrt{f'_c} \quad Md = 1 \quad (2.45)$$

Además :

$$v_s = v_u - v_c \quad (2.46)$$

$$v_s \text{ min} = 3,5 \text{ Kg/cm}^2 \quad (2.47)$$

Las normas para separación de estribos en vigas exigen :

$$\text{Si : } v_s < 1,06 \sqrt{f'_c} \quad s \leq \begin{cases} d/2 \\ 60 \text{ cm} \end{cases} \quad (2.48)$$

$$\text{Si : } 1,06 \sqrt{f'_c} \leq v_s \leq 2,1 \sqrt{f'_c} \quad s \leq \begin{cases} d/4 \\ 30 \text{ cm} \end{cases} \quad (2.49)$$

La condición dada en ec. 2.49 debe asimismo cumplirse en la longitud  $4d$  medida desde la cara del apoyo. También, por construcción se exige :

$$s \geq 7 \text{ cm} \quad (2.50)$$

Por norma :

$$s \leq \frac{A_v f_y}{v_s b_w} \quad (2.51)$$

$$A_v \geq \frac{3,5 b_w s}{f_y} \quad (2.52)$$

$A_v$  se obtiene como suma de las áreas de todas las secciones transversales de las ramas que forman el estribo. En zona sísmica, se deben colocar estribos cerrados. Ver fig. 2.10.

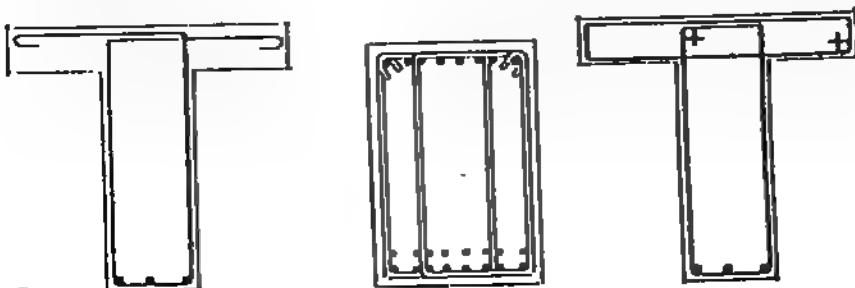
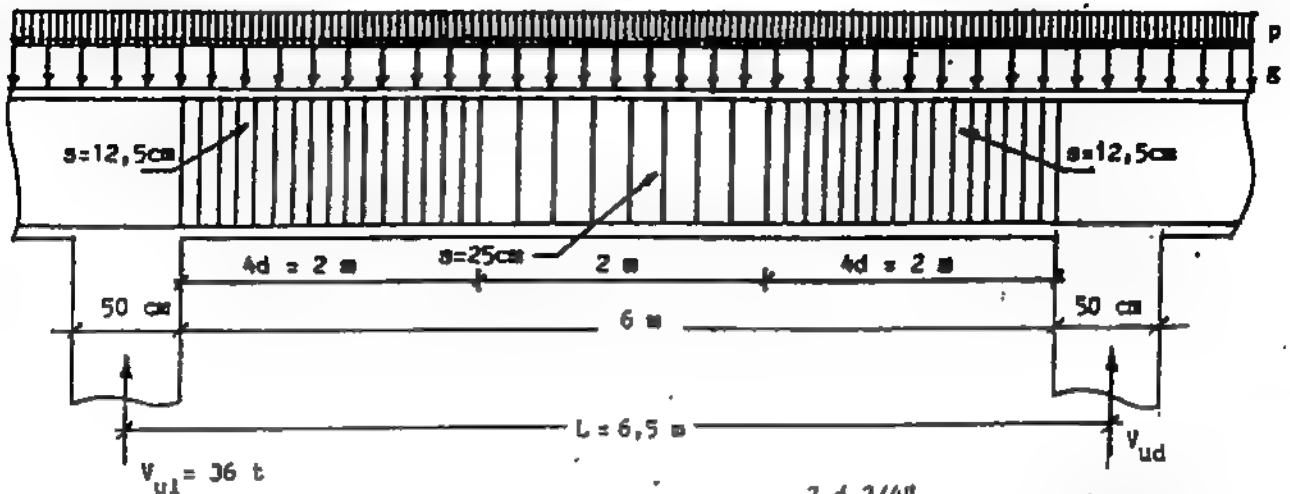


Figura 2.10.-

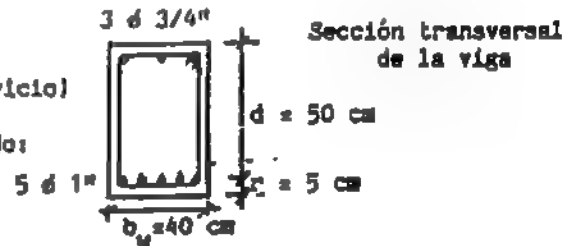
Estribos cerrados en vigas en zona sísmica

**EJEMPLO 2.7.-**

Diseño la armadura transversal de la viga que se indica, con estribos cerrados de dos ramas en acero de  $f_y = 2.800 \text{ Kg/cm}^2$  y  $f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$ .



Datos : Carga muerta  $g = 4 \text{ t/m}$  (Cargas de servicio)  
Carga viva  $p = 3 \text{ t/m}$   
Reacción mayorada en el apoyo izquierdo:  
 $V_{u1} = 36 \text{ t}$



Cargas mayoradas :

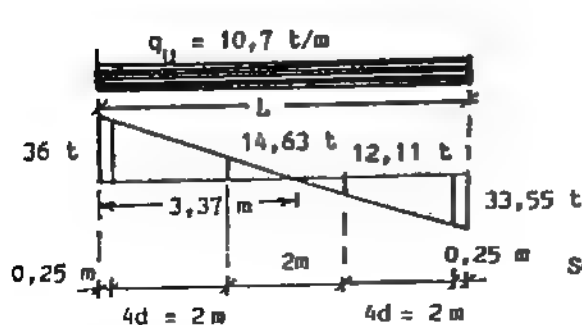
$$q_u = 1,4 g + 1,7 p = 5,6 + 5,1 = 10,7 \text{ t/m}$$

Reacción mayorada en el apoyo derecho :  $V_{ud} = 10,7 \times 6,5 - 36 = 33,55 \text{ t}$

Los esfuerzos de corte resultan :

$$v_{u1} = \frac{V_{u1}}{b_w d} = \frac{36.000}{0,85 \times 40 \times 50} = 21,18 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{b_w d} = \frac{33.550}{0,85 \times 40 \times 50} = 19,74 \text{ Kg/cm}^2$$



$$v_c = 0,53 \sqrt{f'_c} = 8,38 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{s1} = 21,18 - 8,38 = 12,8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{s2} = 19,74 - 8,38 = 11,36 \text{ Kg/cm}^2 > v_{s \text{ min}} = 3,5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_s < v_{s \text{ max}} = 2,1 \sqrt{f'_c} = 33,2 \text{ Kg/cm}^2$$

Cumple

Separación de estribos :

$$v_s < 1,06 \sqrt{f'_c} = 16,76 \quad \therefore \text{se cumple la ec. 2.48.}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq d/2 = 25 \text{ cm}$$

En longitud  $4d$  :  $s = \frac{d}{4} = 12,5 \text{ cm}$

Se utilizarán estribos de  $\phi 1/2"$  :  $A_v = 2 \times 1,27 = 2,54 \text{ cm}^2$

La separación de los estribos deberá además cumplir en la cara del apoyo :

$$s \leq \frac{A_v f_y}{v_s b_w} = \frac{2,54 \times 2.800}{12,6 \times 40} = 13,9 \text{ cm} > s = 12,5 \text{ cm} \leftarrow \text{Controla}$$

Verificación de la separación de los estribos en el centro de la viga, a distancia  $4d$  de las caras de los apoyos :

$$v_{ul} = \frac{14.630}{0,85 \times 40 \times 50} = 8,6 \text{ Kg/cm}^2$$

$v_{al} = 8,6 - 8,38 = 0,22 < v_{s \text{ min}} = 3,5 \text{ Kg/cm}^2$  No cumple. Adoptar  $v_{s \text{ min}}$  y colocar los estribos en el centro de la viga, en longitud  $2s$ , con espaciamiento :  $\frac{d}{2} = 25 \text{ cm}$ .

### 2.3.- LONGITUD DE DESARROLLO Y EMPALMES DE ARMADURAS

La longitud de desarrollo  $l_d$  en cm, para las armaduras en tracción, resulta :  
(barras o alambres estriados)

$$l_d = \eta l_{db} \geq 30 \text{ cm}$$

siendo  $l_{db}$  la longitud básica de desarrollo y  $\eta$  un factor de modificación. Los valores de  $l_{db}$  se obtienen :

$$\text{Para barras } \leq \phi 1 \frac{3}{8}'' : l_{db} = 0,06 A_b f_y / \sqrt{f'_c} \geq 0,006 d_b f_y$$

Los factores de modificación son :

Para las armaduras superiores (con 30 cm o más de concreto por debajo) .....  $\eta = 1,4$

Para armaduras con  $f_y > 4.200 \text{ Kg/cm}^2$  .....  $\eta = 2 - \frac{4.200}{f_y}$

La longitud básica de desarrollo  $l_{db}$  modificada por el factor  $\eta$ , puede multiplicarse por los siguientes factores de reducción  $\xi$  cuando :

a) la separación de las armaduras centro a centro sea  $\geq 15 \text{ cm}$  y estén ubicadas a 8 cm o más desde la cara del miembro al borde de la barra, en la dirección de la separación :

$$\xi = 0,8$$

b) se colocan armaduras en exceso con relación a las necesarias según el análisis de los miembros a flexión.

$$\xi = \frac{A_s \text{ requerido}}{A_s \text{ proporcionando}}$$

c) las armaduras están encerradas por zunchos de diámetro  $\geq 1/4''$  y con un paso  $\leq 10 \text{ cm}$

$$\xi = 0,75$$

La longitud de desarrollo  $l_d$  en cm, para las armaduras a compresión, resulta :  
(barras o alambres estriados)

$$l_d = \xi l_{db} \geq 20 \text{ cm}$$

En este caso,

$$l_{db} = 0,08 d_b f_y / \sqrt{f'_c} \geq 0,004 d_b f_y$$

Los valores de  $\xi$  para las barras comprimidas corresponden a los mismos casos b) y c) para las barras traccionadas.  $A_b$  es el área de la sección transversal de una barra, y  $d_b$  su diámetro.



Las longitudes de desarrollo de las barras individuales de un grupo, sometidas a tracción o compresión, serán la de la barra individual, incrementada en un 20% para grupos de tres barras, y en un 33% para grupos de cuatro barras.

En miembros sometidos a flexión, las barras traccionadas deben doblarse a través del alma a fin de anclarlas o hacerlas continuas en la zona comprimida. En estos casos, las secciones críticas para el desarrollo de las armaduras corresponden a los puntos de esfuerzo máximo.

Las armaduras se prolongarán más allá de la sección en la cual ya no se requieren para resistir flexión, una distancia igual a la altura útil del miembro o  $12 d_b$ , la que sea mayor, excepto en los extremos simplemente apoyados y en el extremo libre de voladizo.

Las armaduras que se continúan tendrán una prolongación no menor a la longitud de desarrollo  $l_d$  más allá de la sección donde se doblan o interrumpen las armaduras en tracción que no se requerirán más para resistir la flexión.

La longitud de desarrollo de las armaduras para momentos positivos exige que al menos una tercera parte de esta armadura se prolongará hasta los apoyos si estos son exteriores y una cuarta parte si son interiores, y deben penetrar en el apoyo al menos 15 cm.

Las armaduras destinadas a resistir momentos negativos se prolongarán dentro del tramo según lo dispuesto para los miembros sometidos a flexión. Al menos  $1/3$  del total de las armaduras en tracción colocadas para resistir momentos negativos en un apoyo, se prolongarán más allá del punto de inflexión una distancia no menor que la altura útil del miembro,  $12 d_b$  o  $1/16$  de la luz libre, la que sea mayor.

En lo referente a empalmes por solape, éstos no se usarán en barras de diámetro  $\geq 1\frac{3}{8}$ ", las cuales se empalmarán mediante soldadura o conexiones mecánicas.

Los empalmes por solape de un grupo de barras se basarán en las longitudes de solape exigidas para las barras individuales, incrementándolas en un 20% para los grupos de 3 barras y en un 33% para los de 4 barras. En ninguna sección podrá haber más de un empalme por solape de barras individuales.

La longitud mínima de solape para barras y alambres estriados sometidos a tracción será la que se requiere para los empalmes Clase A, B o C definidos en la Tabla 2.5, pero no menor a 30 cm.

Empalme Clase A .....	$1_d$
Empalme Clase B .....	$1,3\ 1_d$
Empalme Clase C .....	$1,7\ 1_d$

siendo  $1_d$  la longitud de desarrollo en tracción

T A B L A 2.5

TIPOS DE EMPALMES POR SOLAPE SOMETIDOS A TRACCION

$\frac{A_s \text{ proporcionado}}{A_s \text{ requerido}}$	Porcentaje máximo de $A_s$ empalmado dentro de la longitud de solape requerida		
	50%	75%	100%
$\geq 2$	Clase A	Clase A	Clase B
$< 2$	Clase B	Clase C	Clase C

Los empalmes se escalonarán al menos cada 60 cm. Los empalmes de las barras de un tensor se deben realizar mediante soldadura o conexiones mecánicas, escalonando los empalmes entre barras adyacentes - 75 cm como mínimo.

La longitud mínima para los empalmes por solape sometidos a compresión, será la longitud de desarrollo a compresión  $l_d$  especificada precedentemente, la cual deberá cumplir además:

$$l_d \geq 0,007 f_y d_b \quad \text{para } f_y < 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$l_d \geq 30 \text{ cm}$$

$$l_d \geq (0,013 f_y - 24) d_b \quad \text{para } f_y > 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

Para  $f' < 210 \text{ Kg/cm}^2$ , la longitud de solape se debe incrementar en 1/3. Existen además requisitos especiales para columnas, donde pueden utilizarse los siguientes tipos de empalmes: solapes, soldaduras a tope, conexiones mecánicas o uniones por contacto en los extremos, para esfuerzos en las barras variables de  $f$  en compresión a  $f/2$  en tracción o menos, para las diversas combinaciones de cargas mayoradas. Pero si los esfuerzos superan a  $f/2$  en tracción, solamente se diseñarán empalmes por solape para resistir el  $f_y$  en tracción o empalmes totales, soldados o mediante conexiones mecánicas.

Para facilitar la aplicación de las normas relativas a la longitud de desarrollo de las barras de refuerzo de los miembros flexados, se dan las siguientes simplificaciones.

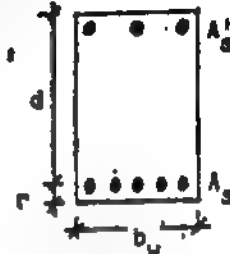
Reglas prácticas para las longitudes de desarrollo de las armaduras

- 1a) En todas las secciones de una viga, el acero debe cumplir la condición:

$$A_s \geq A_{s \text{ min}}$$

$$A'_s \geq A'_{s \text{ min}}$$

siendo  $A_{s \text{ min}} = \frac{14}{f_y} b_w d$



Armadura para momento positivo

- 2a) El acero mínimo por momento negativo cumplirá:

$$A'_{s \text{ min}} \geq A'_s / 3$$

siendo  $A'_s$  el acero que resiste el momento negativo en el apoyo.

- 3a) Solapar el acero mínimo por momento negativo en la mitad de la luz (Punto B de figura 2.12). Se cumple así la condición de que una cantidad de acero:

$\geq A'_s / 4$  sea continua en la parte superior de la viga

$\geq A'_s / 3$  se prolongue más allá del punto de inflexión C en la parte superior de la viga, una longitud  $a$ :

$$a \geq \begin{cases} d \\ 12 d_b \\ \text{luz libre} / 16 \\ l_d \end{cases}$$

$d_b$  es el diámetro de la barra y  $l_d$  la longitud de desarrollo definida en la pág.34.

- 4a) No anclar ninguna barra en zona de tracción. No anclar el acero por momento negativo en el apoyo.
- 5a) No cortar en la misma sección más de 1/3 de la totalidad de las barras. Distanciar los cortes 60 cm. entre sí.
- 6a) En los apoyos, el acero por momento positivo será  $\geq$  al 50% del acero negativo en el apoyo y deberá prolongarse una distancia  $a'$ :

$$a' \geq l_d + d$$

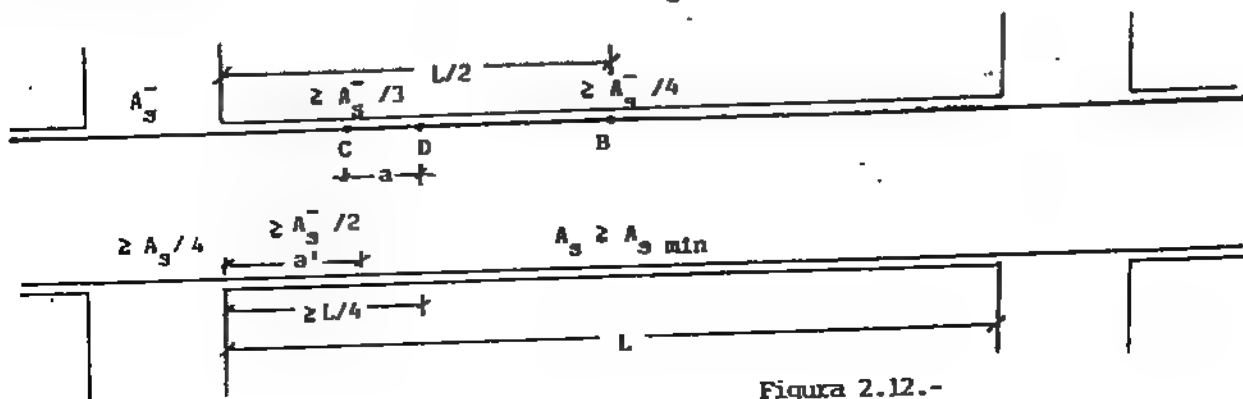


Figura 2.12.-

## 2.4.- DISTRIBUCION DEL REFUERZO EN LOSAS MACIZAS

En las losas macizas de espesor uniforme, el área mínima y la separación máxima de las armaduras principales serán las que se requieran por retracción y temperatura.

Para contrarrestar los esfuerzos de retracción y temperatura en losas estructurales armadas en una sola dirección, se proporcionará una armadura de repartición perpendicular a la principal, con una separación que no excederá de 35 cm ni cinco veces el espesor de la losa. La relación del área de la armadura de retracción y temperatura respecto del área de la sección total de concreto no será menor a los siguientes valores :

a) En losas donde se emplean barras estriadas de Grado 28 o 35 .....	0,002
b) En losas donde se emplean barras estriadas o malla de alambre soldada (lisa o estriada) Grado 42 .....	0,0018
c) En losas con acero de $f_y > 4.200 \text{ Kg/cm}^2$ .....	$\frac{0,0018 \times 4.200}{f_y}$

pero en ningún caso será menor a 0,0014.

El área de las armaduras en cada dirección de las placas o losas armadas en dos direcciones, se calculará considerando los momentos mayorados en las secciones críticas, pero no será menor que el acero exigido por retracción y temperatura.

La distancia centro a centro entre barras en las secciones críticas no será mayor que dos veces el espesor de la placa excepto en las nervadas o reticulares. Las armaduras para los momentos positivos perpendiculares a un borde discontinuo se prolongarán hasta el extremo de la placa y se anclarán mediante ganchos o prolongaciones rectas de 15 cm como mínimo dentro de una viga de borde, columna o muro.

Las armaduras para momentos negativos perpendiculares a un borde discontinuo deberán doblarse, terminarse en gancho o anclarse de alguna otra forma, en una viga de borde, muro o columna, de modo que las armaduras puedan alcanzar su resistencia cedente en la cara del apoyo.

Cuando el borde discontinuo de una placa no esté soportado por vigas de borde ni muros, o cuando la placa tenga un voladizo más allá del eje del apoyo, las armaduras pueden anclarse en la placa.

## 2.5.- DIAGRAMAS ENVOLVENTES DE MOMENTOS FLECTORES Y FUERZAS DE CORTE

En el diseño de viga o losas continuas sobre varios apoyos, en lugar de los métodos exactos de análisis de pórticos, se pueden aplicar los valores aproximados de momentos flectores y fuerzas cortantes que se detallan en la Tabla 2.6 y la figura 2.11 si se cumplen las siguientes condiciones :

- El número de tramos es dos o más
- Las luces son aproximadamente iguales, sin que la luz mayor de dos tramos adyacentes exceda en más de un 20% a la menor.
- Las cargas deben ser uniformemente distribuidas
- El valor de la carga viva no debe exceder de tres veces el de la carga muerta.
- Los miembros son prismáticos
- Las cargas en los diferentes tramos son iguales entre si o no difieren en más del 20% en tramos adyacentes.

En todos los casos,  $W_u$  corresponde al valor de la carga mayorada por unidad de longitud en vigas o por área unitaria en placas o losas.

Las envolventes dan los valores máximos obtenidos según una adecuada aplicación de las sobrecargas en los diferentes tramos. En todos los casos,  $l_n$  representa :

- \* La luz libre para momentos positivos o fuerzas de corte
- \* La luz promedio de las luces libres adyacentes para momentos negativos

El diagrama envolvente de las fuerzas de corte se puede hallar también superponiendo los cortes resultantes de las cargas aplicadas en cada tramo, y los obtenidos de los momentos de continuidad dados por los momentos negativos en los apoyos, como se aclara en el ejemplo que se da a continuación.

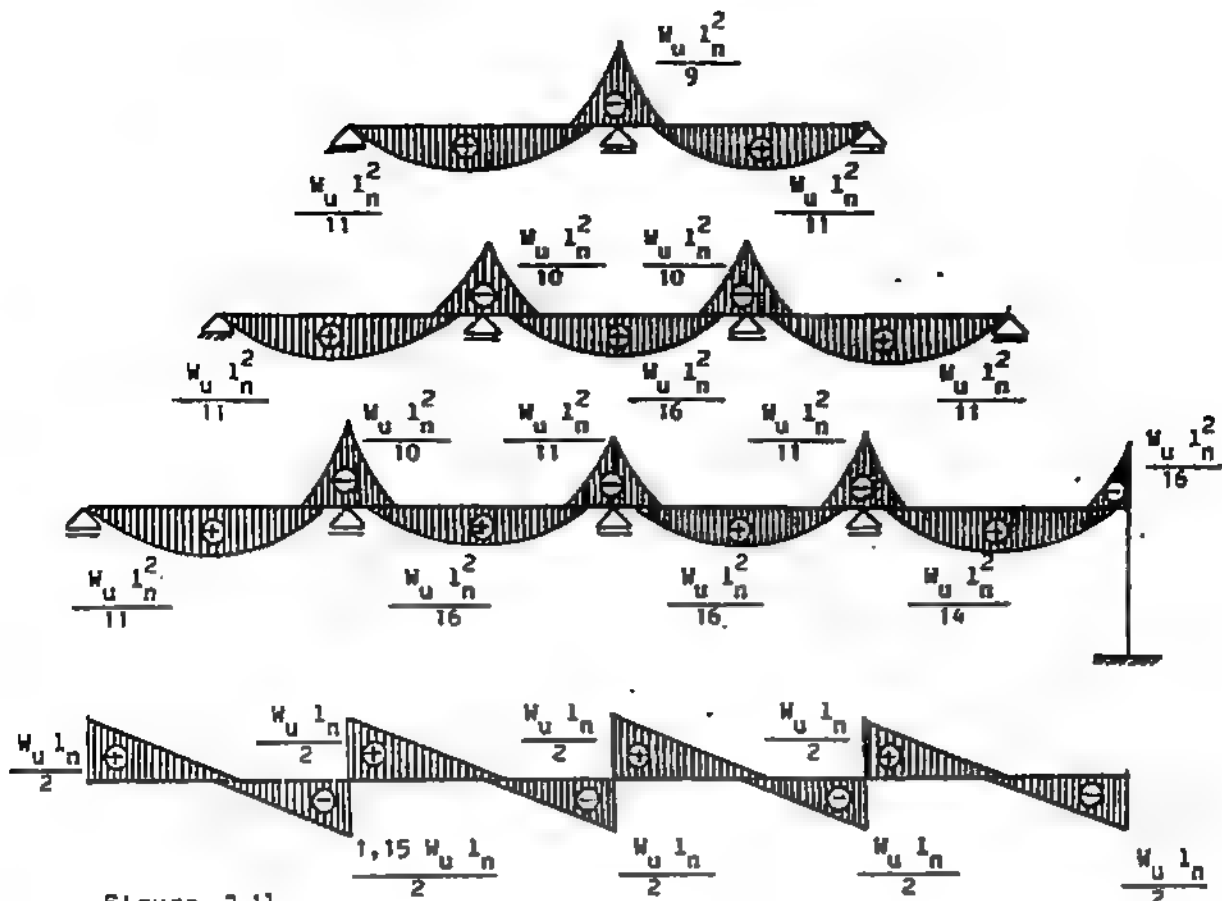


Figura 2.11

T A B L A 2.6

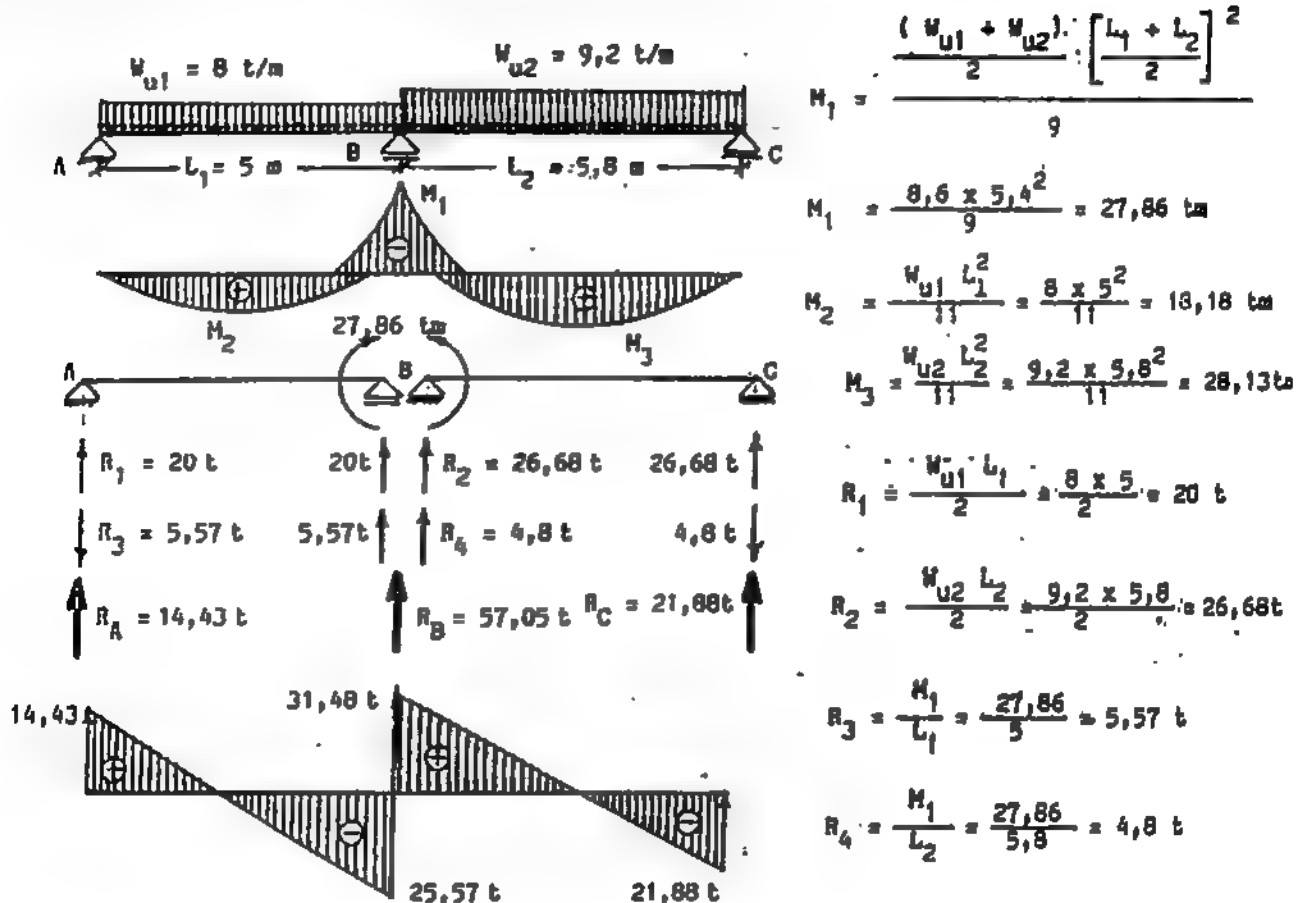
MOMENTOS FLECTORES Y FUERZAS DE CORTE APROXIMADOS PARA VIGAS Y LOSAS CONTINUAS

<b>Momento positivo</b>	
Apoyo exterior articulado o empotrado en vigas perimetrales .....	$\frac{W_u l_n^2}{11}$
Apoyo exterior mediante empotramiento en columna ....	$\frac{W_u l_n^2}{14}$
Tramos interiores .....	$\frac{W_u l_n^2}{16}$
<b>Momento negativo</b>	
En la cara exterior del primer apoyo interior	
Dos tramos .....	$\frac{W_u l_n^2}{9}$
Más de dos tramos .....	$\frac{W_u l_n^2}{10}$
En las demás caras de apoyos interiores .....	
En las caras de los apoyos para losas con luces $\leq 3m$ y vigas cuya rigidez sea $< 1/8$ de la suma de las rigideces de las columnas en cada extremo del tramo .....	
	$\frac{W_u l_n^2}{12}$
En las caras interiores de los apoyos extremos para miembros contruidos monolíticamente con los apoyos.	
Cuando el apoyo es viga perimetral .....	$\frac{W_u l_n^2}{24}$

(cont.)	
Cuando el apoyo es una columna .....	$\frac{W_u l_n^2}{16}$
Fuerza cortante	
En miembros extremos en la cara del primer apoyo interior	$\frac{1,15 W_u l_n^2}{2}$
En las caras de todos los demás apoyos .....	$\frac{W_u l_n}{2}$

**EJEMPLO 2.8.-**

Hallar la envolvente de momentos y el diagrama de corte correspondiente, para la viga continua que se indica.



Para hallar el diagrama de corte en la viga hiperestáticamente sustentada, se dividen los tramos suponiéndolos simplemente apoyados en los extremos.

Las reacciones  $R_1$  y  $R_2$  corresponden a las reacciones isostáticas de las cargas  $W_{u1}$  y  $W_{u2}$  aplicadas en cada tramo.

Las reacciones  $R_3$  y  $R_4$  son debidas a la continuidad de la viga. Las reacciones finales se obtienen de sumar las reacciones isostáticas e hiperestáticas en cada apoyo.

$$R_A = R_1 - R_3 = 14,43 \text{ t}$$

$$R_B = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 57,05 \text{ t}$$

$$R_C = R_2 - R_4 = 21,88 \text{ t}$$

Con estos valores se traza el diagrama de corte correspondiente a los dos tramos de la viga.

## Diseño de Entrepisos

### 3.1.- CRITERIOS GENERALES

Los entrepisos de concreto armado, vaciados monolíticamente con el resto de la estructura, constituyen la forma de transmisión de las cargas gravitacionales a las vigas y columnas del sistema, para llevarlas al suelo de fundación. Adicionalmente, bajo cargas laterales de viento o sismo, los entrepisos se consideran rígidos en su plano, permitiendo que el corrimiento translacional sea el mismo, para todos los elementos de un mismo nivel en la estructura. Se analizará a continuación el comportamiento flexional de los entrepisos, bajo cargas gravitacionales.

Según su forma de trabajo, los entrepisos de concreto armado se clasifican en :

- LOSAS ARMADAS EN UNA DIRECCION, o simplemente armadas.
- PLACAS O LOSAS CRUZADAS, armadas en dos direcciones ortogonales, con barras cruzadas.

Según su forma de ejecución, los entrepisos pueden ser :

- LLENOS O MACIZOS
- ALIVIANADOS O NERVADOS

Se analizarán a continuación los entrepisos macizos, formados por losas o placas con diferentes formas de sustentación, determinando en cada caso los espesores mínimos requeridos y la armadura correspondiente, en función de las luces, las cargas y el tipo de apoyos.

### 3.2- LOSAS ARMADAS EN UNA DIRECCION

En las losas armadas en una dirección, conocidas en literatura técnica como losas, las cargas se transmiten únicamente en una dirección, según la cual se debe colocar la armadura principal, junto al borde traccionado.

Una losa trabaja como tal, en tres casos diferentes :

- LOSAS**
- CASO 1).- Como volados, soportadas en un solo borde empotrado o continuo
  - CASO 2).- Soportadas únicamente en dos bordes opuestos, en ausencia de apoyos en los otros bordes perpendiculares
  - CASO 3).- Apoyadas en todos sus bordes, pero para relaciones de luces de los lados :

$$\frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}} \geq 2$$

En este caso, la transmisión de las cargas y esfuerzos se realiza según la luz más corta.

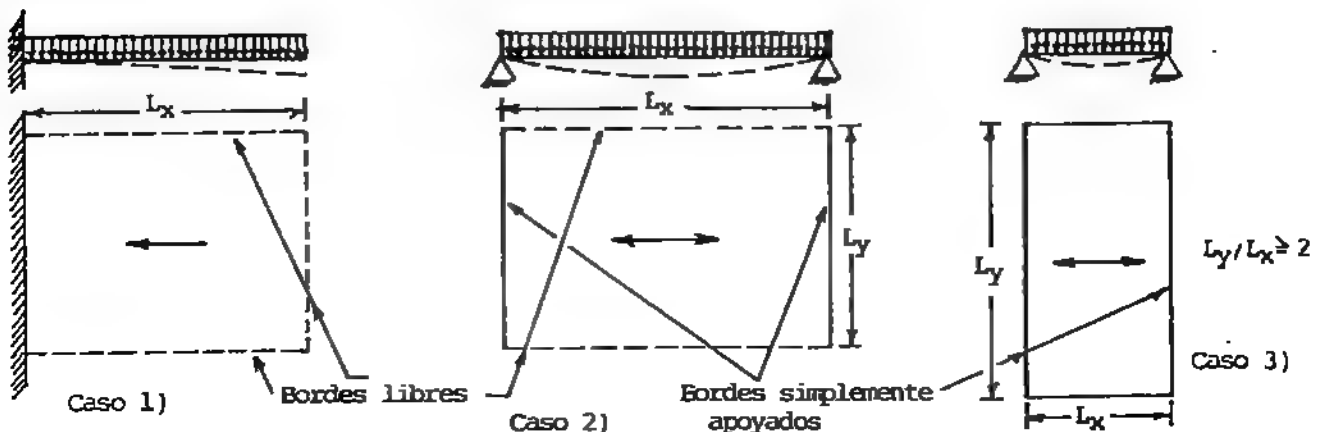


Figura 3.1.-

La figura 3.1 grafica los casos mencionados. Para el diseño de las losas, basta considerar una franja de 1 m de ancho, suponiéndola solicitada por la totalidad de las cargas permanentes y accidentales mayoradas, actuando como uniformemente distribuidas:

Carga permanente (peso propio más sobrecargas fijas de pisos, sobrepisos, cielorrasos, etc.):

$$q_u = 1.4 \text{ g (Kg/m)} \quad (3.1)$$

Sobrecarga accidental (peso de personas, vehículos y cargas variables en general):

$$p_u = 1.7 \text{ p (Kg/m)} \quad (3.2)$$

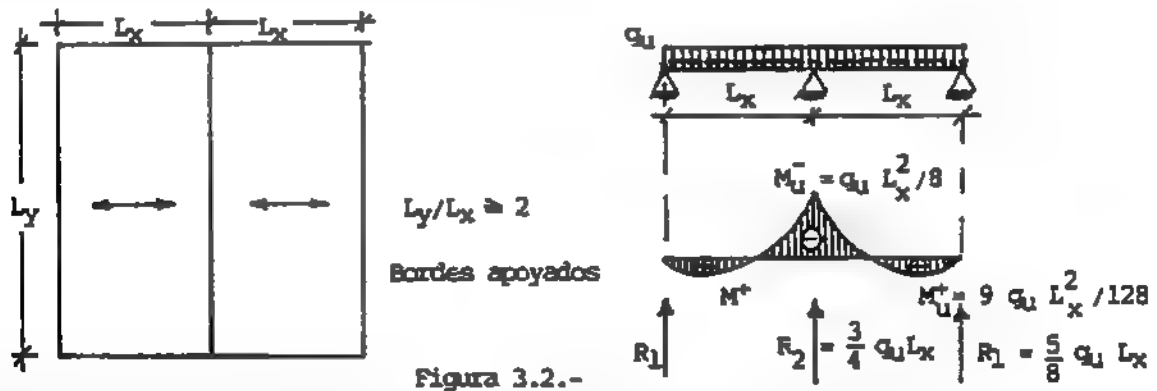
Carga total :

$$q_u = (q_u + p_u) \text{ (Kg/m)} \quad (3.3)$$

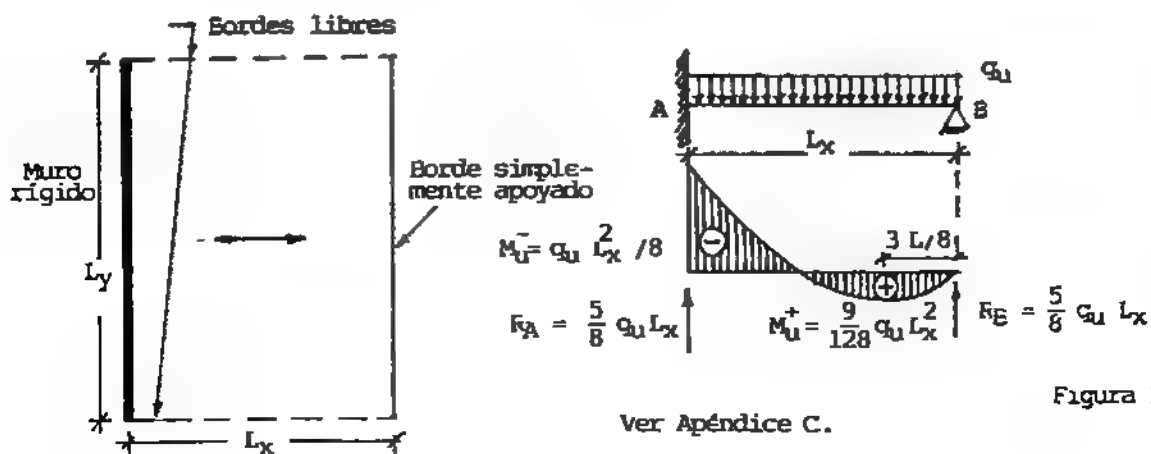
La luz de cálculo de las losas se toma como la distancia entre centros de apoyos en la dirección considerada. En los casos 2) y 3) de figura 3.1, las losas de un tramo se hallan simplemente apoyadas en los bordes de longitud  $L_y$ . En este caso, sólo existen momentos positivos, máximos en el centro del tramo, de magnitud :

$$M_x^+ = q_u L_x^2 / 8 \quad (3.4)$$

Sin embargo, las losas pueden ser continuas de dos o más tramos, lo cual origina momentos negativos sobre los apoyos intermedios, como muestra la figura 3.2.



En otros casos, los momentos negativos corresponden a los bordes de la losa empotrados en un miembro de gran rigidez flexional, como por ejemplo una viga robusta o un muro estructural, como el de figura 3.3.



Quando se diseñan losas de varios tramos, se debe tener en cuenta la continuidad, para obtener la máxima economía y óptima distribución del acero de refuerzo. Para ello se toma en cuenta que los momentos máximos en los tramos y sobre los apoyos no se producen en general cuando actúa la carga accidental en todos los tramos simultáneamente.

Los estados de carga más desfavorables, en base a los cuales se diseñan las losas, corresponden a la acción de la carga accidental aplicada sólo en determinados tramos, como muestra la figura 3.4.

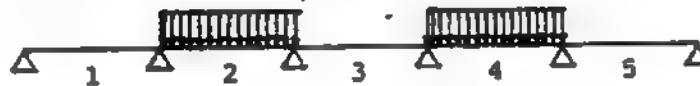
### POSICION DE LA SOBRECARGA ACCIDENTAL

#### Estados de cargas más desfavorables

A) Momento negativo máximo sobre el apoyo B.



B) Momento positivo máximo en los tramos 2 y 4.



C) Momento mínimo (positivo o negativo) en los tramos 2 y 4.



Figura 3.4

**CASO A :** Para el máximo momento negativo sobre un apoyo, se debe aplicar la máxima carga en los tramos adyacentes a ese apoyo, y en forma alternada los restantes.

**CASO B :** Para el máximo momento positivo en un tramo, se supondrá aplicada la máxima carga en ese tramo, y en forma alternada, los restantes.

**CASO C :** Para el mínimo momento positivo o negativo en un tramo o apoyo, se debe descargar dicho tramo y en forma alternada, los restantes.

Quando las luces de todos los tramos son iguales o no difieren entre tramos adyacentes más de un 20%, y el valor de la sobrecarga accidental no supera tres veces el valor de la carga muerta, se pueden utilizar los diagramas envolventes de la figura 2.11 para losas o vigas continuas de dos o más tramos.

Pero si los tramos son muy dispares, o las cargas vivas exceden la magnitud indicada, el estado de sollicitación se debe obtener aplicando algunos de los criterios conocidos de resolución de hiperestáticos, tales como el Método de Cross, el de las Fuerzas, o el Teorema de los Tres Momentos.

En el ejemplo 2.8 se ilustra un caso de viga continua, donde se determinan los momentos flectores y los cortes, aplicando estos criterios expuestos.

Se debe recordar que en el caso de losas, la armadura principal se coloca en la dirección donde se produce el momento máximo positivo o negativo respectivamente, junto al borde traccionado. Sin embargo, en la dirección ortogonal, se debe colocar el acero mínimo de retracción y temperatura especificado en la Sección 2.4.

Asimismo, en la Tabla 3.1, se indican los valores mínimos de la altura de vigas o espesor de losas simplemente armadas, para no tener necesidad de calcular las flechas.



Los valores de la Tabla 3.1 se usarán para concreto de peso normal y acero de grado 42. Para otras calidades de acero, los valores se multiplicarán por el factor :

$$0.4 + f_y/7.000$$

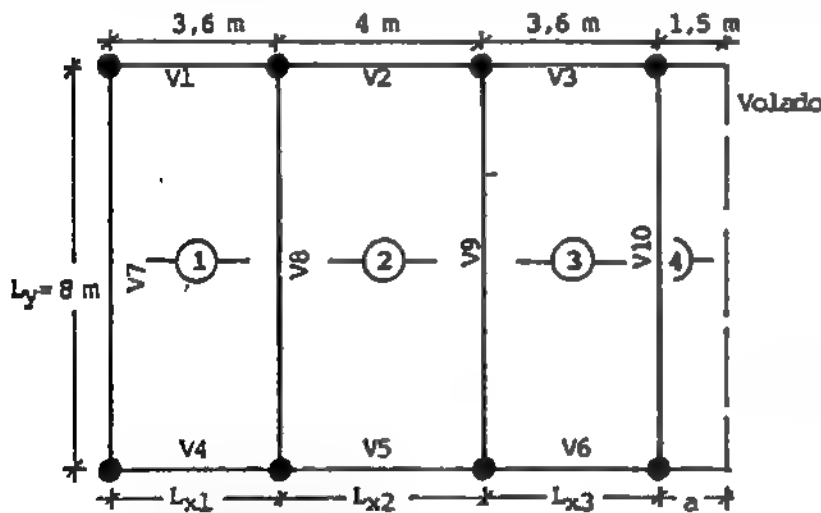
**T A B L A 3.1.-**

**ALTURA MINIMA DE VIGAS O ESPESOR MINIMO DE LOSAS ARMADAS EN UNA DIRECCION A MENOS QUE SE CALCULEN LAS FLECHAS**

MIEMBRO	Altura o espesor Mínimo h			
	Simply supported	Un extremo continuo	Both ends continuous	En volado
Losas macizas	Miembros que no soportan ni están unidos a elementos no estructurales susceptibles de ser dañados por grandes flechas			
	L/20	L/24	L/28	L/10
Vigas o losas nervadas	L/16	L/18	L/21	L/8

### EJEMPLO 3.1. LOSAS CONTINUAS MACIZAS

Diseñe las losas de la figura, con un sobrepiso de concreto pobre de 5 cm y piso de cerámica de 2 cm de espesor. El entrepiso corresponde a un edificio de oficinas, en áreas de trabajo. El cielorraso es de yeso, directamente aplicado a la losa.



$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

El entrepiso está formado por losas simplemente armadas, dado que en todos los casos se cumple :

$$L_y/L_x \geq 2$$

El volado da continuidad a la losa 3, creando un momento negativo :

$$M_{vol} = q_u a^2 / 2$$

El peso de los materiales de construcción y de las sobrecargas de uso se obtienen de las Tablas de los Apéndices A y B.

#### Determinación de la altura h

La altura h del entrepiso se determina en todos los casos según la Tabla 3.1.

$$h \geq \begin{cases} L_{x1}/24 = 360/24 = 15 \text{ cm} \\ L_{x2}/28 = 400/28 = 14,5 \text{ cm} \\ L_{x3}/28 = 360/28 = 13 \text{ cm} \\ L_{vol}/10 = a/10 = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

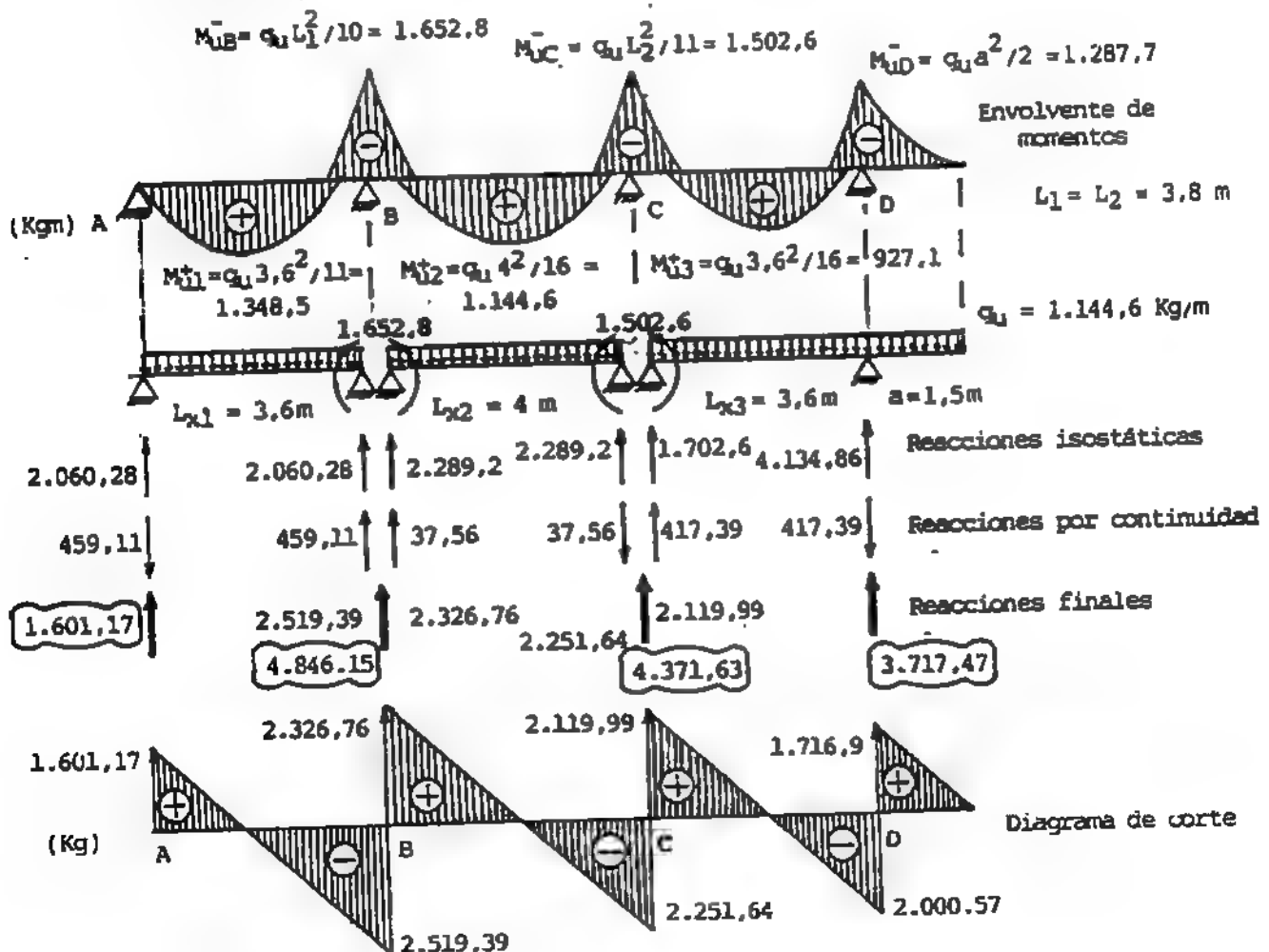
∴ Se adopta h = 15 cm  
Aceptando para el recubrimiento : r = 3 cm  
∴ d = 12 cm

Análisis de cargas

Peso propio de la losa :	$0,15 \times 2.500 =$	375	Kg/m <sup>2</sup>
Sobrepiso de concreto pobre :	$0,05 \times 1.800 =$	90	"
Piso de cerámica de 2 cm :	$2 \times 22 =$	44	"
Enlucido de yeso aplicado directamente :		5	"
<hr/>			
		$q_u = 514 \times 1,4 =$	719,6 Kg/m <sup>2</sup>
Sobrecarga viva		$p_u = 250 \times 1,7 =$	425 "
<hr/>			

Carga total mayorada :  $q_u = 1.144,6 \text{ Kg/m}^2$

Los momentos flectores se obtienen de los diagramas envolventes de la sección 2.5.  
Los momentos en los apoyos intermedios se calculan con el promedio de las luces de los tramos adyacentes en cada caso.



Con una altura constante  $d = 12 \text{ cm}$  en todos los tramos, para el momento máximo se obtiene :

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b d^2} = \frac{165.280}{280 \times 100 \times 12^2} = 0,04 \quad \text{De Tabla 2.1 : } J_u = 0,97$$

Se diseña el acero en los apoyos y los tramos, con la ecuación :

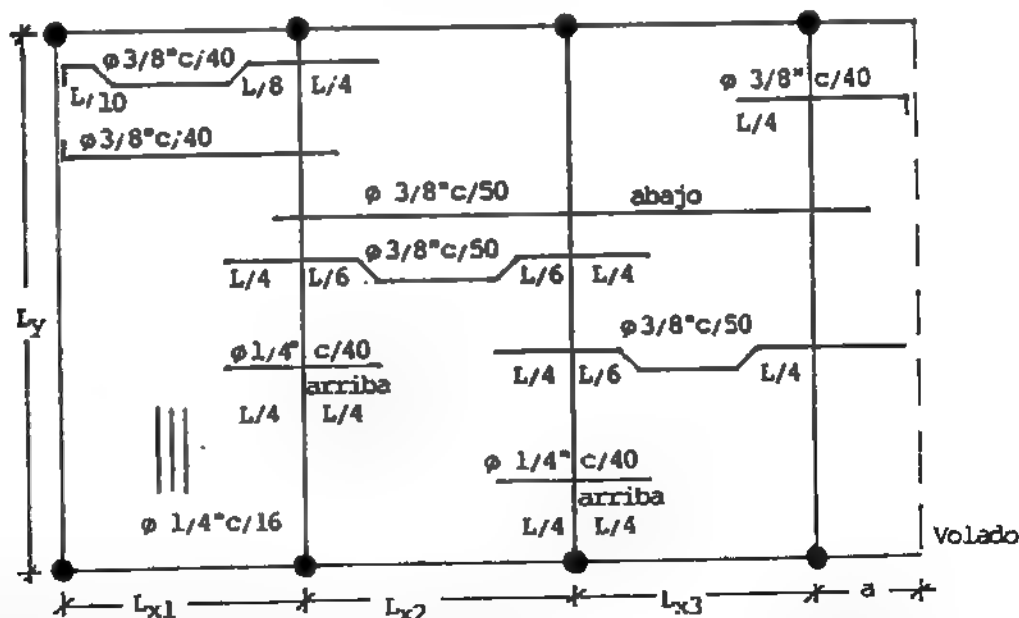
$$A_s = \frac{M_u}{0.9 f_y j_u d} = \frac{M_u}{0.9 \times 4.200 \times 0.97 \times 12} = 2.27 \times 10^{-5} M_u$$

La Tabla a continuación indica el acero en cada caso. (Ver Tabla 1.4).

Aceros <sup>-</sup>	A <sub>s</sub> <sup>-</sup> (cm <sup>2</sup> )	Barras
Apoyo B	3.76	$\phi 3/8"$ c/40 cm + $\phi 1/2"$ c/40 cm $\phi 3/8"$ c/40 cm + $\phi 3/8"$ c/50 cm + $\phi 1/4"$ c/40 cm
Apoyo C	3.42	$\phi 3/8"$ c/20 cm + $\phi 3/8"$ c/25 + $\phi 1/4"$ c/40 cm
Apoyo D	2.92	$\phi 3/8"$ c/20 cm + $\phi 3/8"$ c/50 cm + $\phi 3/8"$ c/40 cm
Aceros <sup>+</sup>	A <sub>s</sub> <sup>+</sup> (cm <sup>2</sup> )	
Tramo AB	3.07	$\phi 3/8"$ c/20 cm
Tramo BC	2.60	$\phi 3/8"$ c/ 25 cm
Tramo CD	2.10	$\phi 3/8"$ c/25 cm

Normalmente al acero longitudinal, se debe colocar el acero mínimo por retracción y temperatura indicado en Item 2.4 y apoyado directamente sobre el anterior, de modo que el d resulta ahora :

$$d = 11 \text{ cm} \quad \therefore A_s = 0.0018 b d = 1.98 \text{ cm}^2/\text{m} : \phi 1/4" \text{ c/ } 16 \text{ cm}$$



En losas es aconsejable distribuir como mínimo 4 barra por m de ancho, es decir con separación no mayor a 25 cm. Las separaciones usuales son :

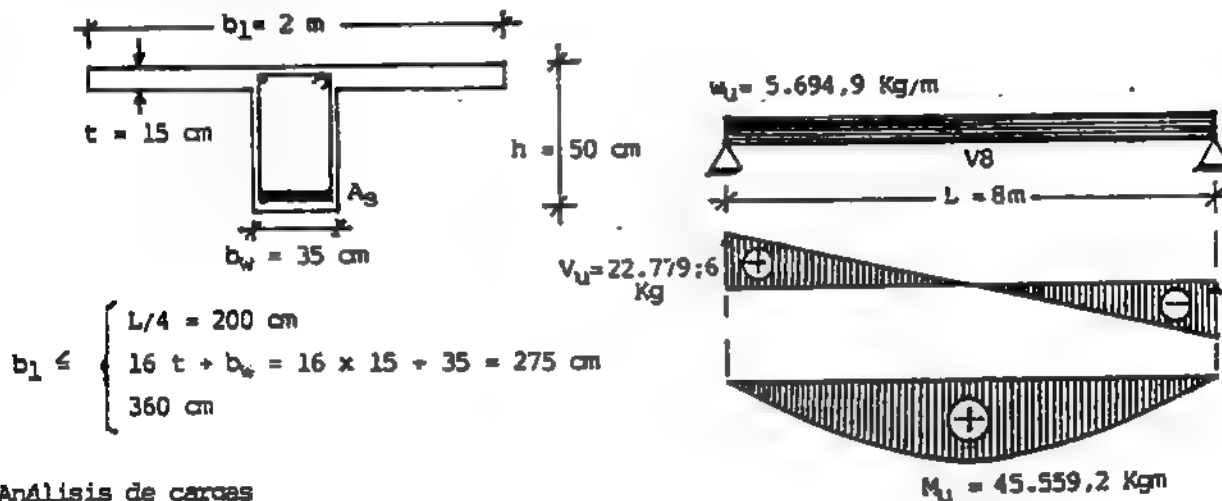
- Cada 10 cm (10 barras por m)
- Cada 12,5 cm (8 barras por m)
- Cada 15 cm (6 barras por m)
- Cada 20 cm (5 barras por m)
- Cada 25 cm (4 barras por m)

Luego de diseñadas las losas, se procede en forma similar con las vigas que soportan el entrepiso. Por ejemplo, la viga 8 del ejemplo, de 8 m de luz, debe soportar las cargas que le transmiten las losas adyacentes, más su peso propio, más las cargas directamente aplicadas sobre la viga. Suponiendo que sobre la viga se construye una pared de mampostería, de 300 Kg/m, se diseñará a continuación la viga simplemente apoyada.

Para no calcular flechas, se adopta como altura total de la viga (ver Tabla 3.1) :

$$h = 1/16 = 50 \text{ cm} \quad \text{Con } r = 5 \text{ cm resulta : } d = 45 \text{ cm}$$

Se adopta para la viga un ancho  $b_w = 35 \text{ cm}$ . La viga resulta T con las siguientes características : (de página 27)



#### Análisis de cargas

Peso propio de la viga :  $0,35 \times 0,35 \times 2.500 \times 1,4 = 428,75 \text{ Kg/m}$

Peso del tabique :  $300 \times 1,4 = 420,00 \text{ "}$

Carga de las losas adyacentes (ver reacciones de losas)  $4.846,15 \text{ "}$

$$w_u = 5.694,90 \text{ Kg/m}$$

Momento flector máximo :

$$M_u = w_u L^2 / 8 = 45.559,2 \text{ Kgm}$$

Asumiendo que la viga es rectangular de ancho  $b_1$  resulta :

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b_1 d^2} = \frac{4.555.920}{280 \times 200 \times 45^2} = 0,04 \quad \text{De Tabla 2.1 :}$$

$$\omega = 0,05$$

$$j_u = 0,97$$

$$k_u = \frac{\omega}{0,85 \beta_1} = 0,05 / 0,85^2 = 0,0692$$

La profundidad del eje neutro se obtiene :  $c = k_u d = 0,0692 \times 45 = 3,11 \text{ cm}$

∴ el eje neutro corta el ala, y la viga resulta rectangular de ancho  $b_1$ . El acero se calcula:

$$A_s = \frac{M_u}{0,9 f_y j_u d} = \frac{4.555.920}{0,9 \times 4.200 \times 0,97 \times 45} = 27,61 \text{ cm}^2$$

De Tabla 1.3 :  $4 \phi 1" + 2 \phi 7/8" = 28,02 \text{ cm}^2$

Analizando el corte como en Sección 2.2, se colocan estribos cerrados de  $\phi 1/2"$  a distancia de  $d/4$  en longitud  $4d$  de la cara del apoyo y  $d/2$  en el centro de la viga.

### DISEÑO DE LOSA DE ESCALERA

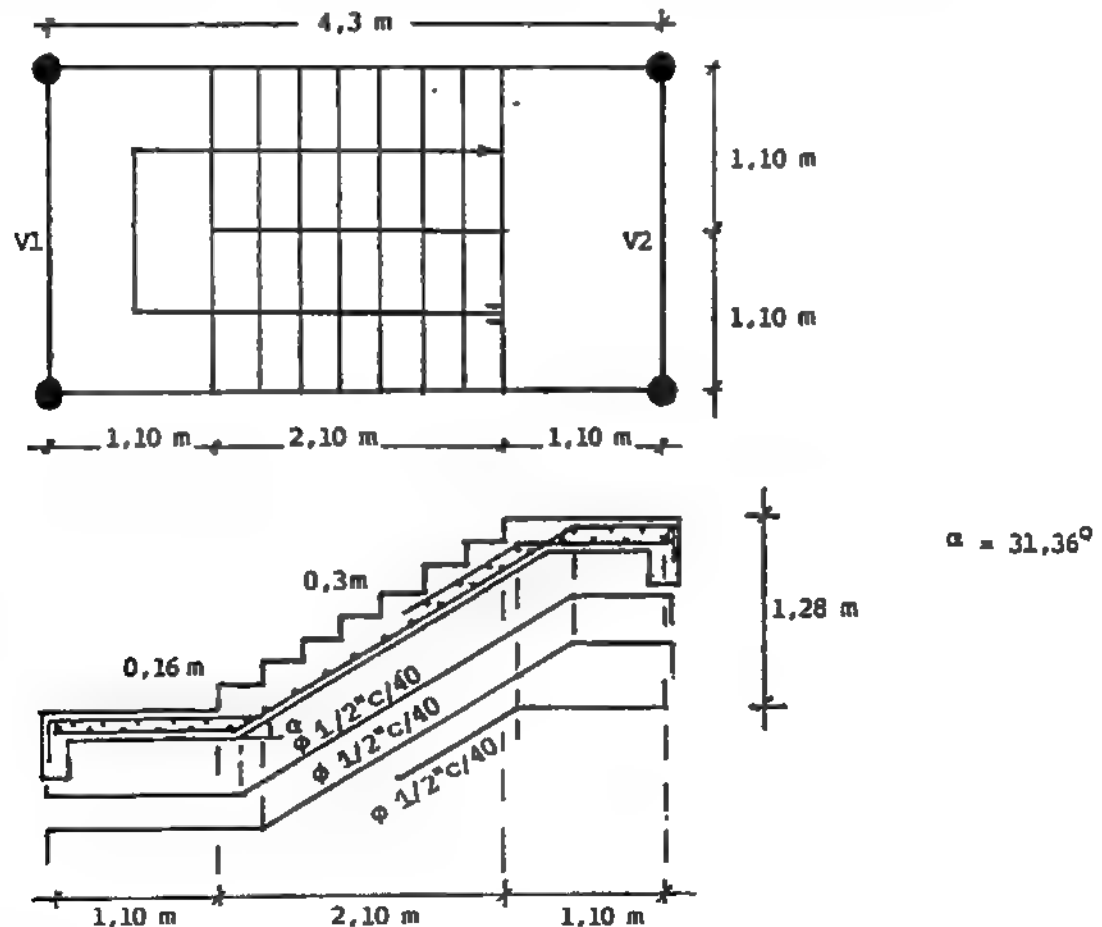
Las losas de escaleras se diseñan como simplemente apoyadas en las vigas extremas que las soportan. De acuerdo con la Tabla 3.1, el espesor de la losa debe cumplir la relación :

$$h \geq L/20$$

siendo  $L$  la proyección horizontal de la longitud total de la escalera en el tramo considerado. En los extremos que presenten continuidad con alguna losa o placa del entrepiso, se dispondrá el acero necesario para resistir los momentos negativos correspondientes.

#### EJEMPLO 3.2.-

Diseñar la losa de la escalera indicada, para  $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$  y  $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$ . El edificio es residencial y la sobrecarga viva sobre la  $C$  escalera es de  $300 \text{ Kg/m}^2$ .



Espesor estimado de la losa de escalera :  $h = L/20 = 430/20 = 21 \text{ cm}$   $d = 18 \text{ cm}$

#### Análisis de cargas

Peso propio de la losa de concreto armado :

$$\frac{0,21 \times 2500}{\cos 31,36^\circ} = 615 \text{ Kg/m}^2$$

Peso de los escalones y el revestimiento :  $240 \text{ Kg/m}^2$

Peso muerto total mayorado :  $g_u = (615 + 240) \times 1,4 = 1.197 \text{ Kg/m}^2$

Sobrecarga viva mayorada :  $p_u = 300 \times 1,7 = 510 \text{ Kg/m}^2$

Carga total :  $q_u + p_u = 1.707 \text{ Kg/m}^2$

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = 1.707 \times 4,3^2/8 = 3.945 \text{ Kgm/m}$$

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b d^2} = \frac{394.500/280 \times 100 \times 18^2}{f'_c b d^2} = 0,043 \quad \text{De Tabla}$$

$$\omega = 0,05 \quad j_u = 0,97$$

Diseño de acero :

$$A_s = \frac{M_u}{0,9 f_y j_u d} = \frac{394.500}{0,9 \times 4.200 \times 0,97 \times 18} = 5,98 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\phi 1/2'' \text{ c} 20 \text{ cm} \quad (6,4 \text{ cm}^2/\text{m})$$

En el sentido transversal, se coloca acero mínimo por retracción y temperatura :

$$A_s \text{ min} = 0,0018 b d = 0,0018 \times 100 \times 18 = 3,24 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 3/8'' \text{ c} / 20 \text{ cm}$$

#### Diseño de las vigas

Las vigas de apoyo de la escalera resultan en este caso tipo L. Se las presideña de altura  $h = 40 \text{ cm}$  y ancho  $b_w = 30 \text{ cm}$ . las cargas actuantes serán :

$$\text{Peso propio de la viga : } 0,3 \times 0,19 \times 2.500 \times 1,4 = 199,5 \text{ Kg/m}$$

$$\text{Reacciones de la losa de escalera : } 1.197 \times \frac{4,3}{2} = 2.573,5$$

$$\text{Carga total } q_u = 2.773 \text{ Kg/m}$$

El momento máximo para la viga simplemente apoyada :

$$M_u = q_u L^2/8 = 1.677,6 \text{ Kgm}$$

De la pág. 27 :

$$b_1 \leq \begin{cases} L/12 + b_w = 2,2/12 + 0,3 = 0,48 \text{ m} & \text{Controla} \\ 6 t + b_w = 6 \times 0,21 + 0,3 = 1,56 \text{ m} \end{cases}$$

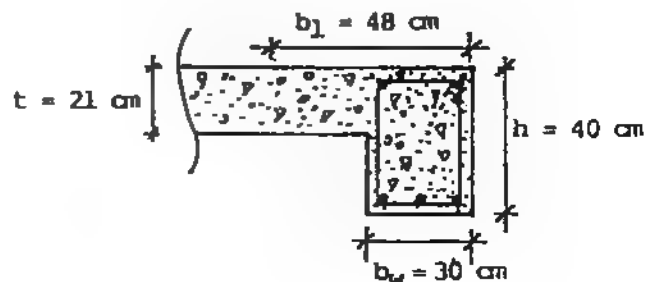
Verificando la posición del eje neutro, se deduce que la viga resulta rectangular de ancho 48 cm. El acero necesario se obtiene :

$$A_s = \frac{M_u}{0,9 f_y j_u d} = \frac{167.760}{0,9 \times 4.200 \times 0,97 \times 35} = 1,3 \text{ cm}^2 < A_s \text{ min}$$

$$A_s \text{ min} = \frac{14}{f_y} b_w d = \frac{14}{4.200} \times 30 \times 35 = 3,5 \text{ cm}^2$$

De Tabla 1.2 :  $3 \phi 1/2'' \quad (3,81 \text{ cm}^2)$

Estribos cerrados  $\phi 3/8'' \text{ c} / 8 \text{ cm}$ .



### 3.3- PLACAS O LOSAS CRUZADAS - METODO DE HENRY MARCUS

Se designan placas o losas cruzadas los entrepisos apoyados en todo su contorno, cuya relación de luces cumple la condición:

$$0,5 \leq \frac{L_y}{L_x} \leq 2 \quad (3.5)$$

Las placas pueden ser de un solo tramo o continuas, dependiendo de la presencia de otras placas adyacentes en la estructura. El análisis y diseño de este tipo de entrepisos según la teoría de la elasticidad, conduce por lo general a desarrollos matemáticos complejos y laboriosos que sólo reflejan parcialmente las verdaderas condiciones de trabajo de los elementos.

Por ello, se han propuesto diferentes métodos simplificados que permiten abordar con suficiente aproximación los casos comunes en la práctica. Entre ellos, el método de Henry Marcus es uno de los más usualmente utilizados para la resolución de las placas de entrapiso y sus fundamentos teóricos se desarrollarán a continuación, conjuntamente con ejemplos prácticos explicativos para su directa aplicación.

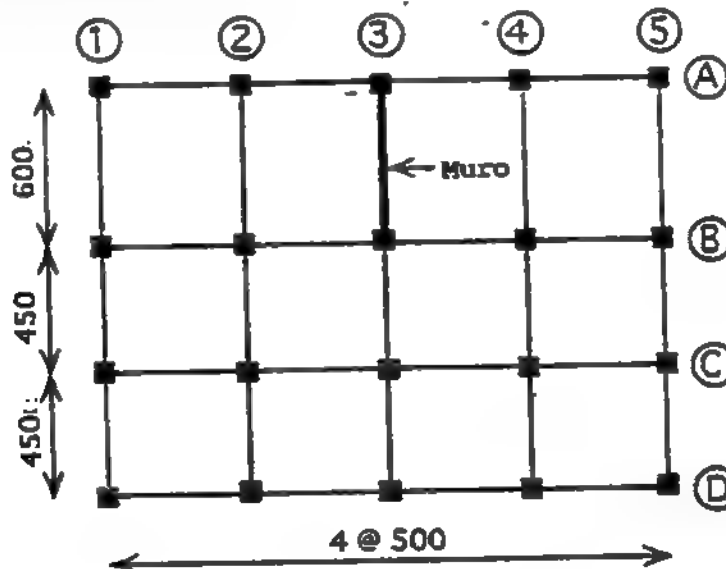


Figura 3.5.-

La figura 3.5 muestra un entrapiso con placas que cumplen en todos los casos la condición impuesta en ec. 3.5 por lo cual trabajan en forma bidireccional y deben armarse doblemente.

Cada placa se analiza como formada por una sucesión de franjas o bandas unitarias cruzadas paralelas a los lados, soportando cargas uniformemente distribuidas y apoyadas en las vigas perimetrales. La figura 3.6 b) corresponde al caso más elemental de placa, simplemente apoyada en todo su contorno, donde se analiza el comportamiento de dos bandas centrales de ancho unitario, que se cruzan ortogonalmente.

Estas franjas son paralelas respectivamente a los lados  $L_x$  y  $L_y$  y soportan en conjunto la totalidad de las cargas impuestas. Se designa por  $q_x$  la fracción de la carga total que es resistida por la franja de dirección  $x$  y  $q_y$  la homóloga de dirección  $y$ .

El método de Henry Marcus permite determinar, en función de las luces y la magnitud de las cargas uniformemente distribuidas, los valores correspondientes a  $q_x$  y  $q_y$ , así como los momentos flectores máximos positivos en la luz de los tramos, y las reacciones en las vigas perimetrales de apoyo.

$$q = q_x + q_y \quad (3.6)$$

Es evidente que la deflexión máxima  $\Delta$  de las dos franjas centrales en su punto de cruce debe ser la misma, pues corresponde a una única sección de la placa. Por compatibilidad se cumple :

$$\frac{5}{384} \frac{q_x L_x^4}{E I} = \frac{5}{384} \frac{q_y L_y^4}{E I} \quad (3.7)$$

Sin embargo, el producto  $E I$  no es el mismo en ambas direcciones consideradas, pues la altura  $d$  varía, ya que las barras en una dirección van superpuestas a la de la dirección ortogonal, lo cual hace variar el momento de inercia respectivo. Pero como ambos valores son muy cercanos, se acepta en la práctica un único momento de inercia para ambas direcciones. Por lo tanto, de ec. 3.7 se deduce :

$$q_x L_x^4 = q_y L_y^4 \quad (3.8)$$

De ecs. 3.6 y 3.8 :

$$q = q_x + q_y \frac{L_x^4}{L_y^4} = q_x \left( 1 + \frac{L_x^4}{L_y^4} \right)$$

Se despeja en consecuencia :

$$q_x = \frac{q}{1 + L_x^4 / L_y^4} = \frac{q L_y^4}{L_x^4 + L_y^4} \quad (3.9)$$

$$q_y = \frac{q L_x^4}{L_x^4 + L_y^4} \quad (3.10)$$

Designando por :

$$k = \frac{L_y^4}{L_x^4 + L_y^4} \quad (3.11)$$

la parte de la carga que corresponde a cada dirección, se obtiene, para las franjas cruzadas en estudio :

$$q_x = k q \quad q_y = (1 - k) q \quad (3.12)$$

Los valores de  $k$  dependen de la relación de las luces  $\lambda$  y de la forma de sustentación de la placa. Las diferentes formas de apoyo de una placa se indican en la Tabla 3.2, con los respectivos valores de  $k$ .

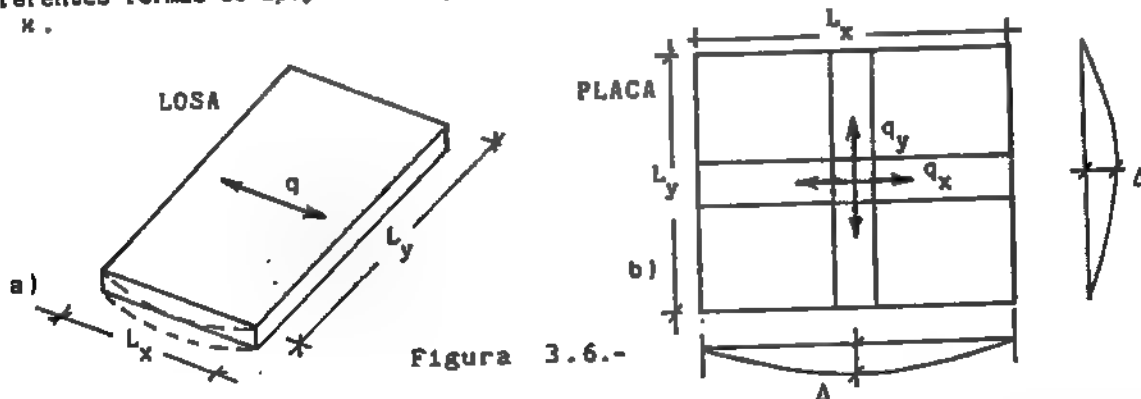


Figura 3.6.-

T A B L A 3.2

Forma de sustentación	① $\begin{matrix} L_y \\ L_x \end{matrix}$	②	③	④	⑤	⑥
$k$	$\frac{L_y^4}{L_x^4 + L_y^4}$	$\frac{5 L_y^4}{5 L_x^4 + 5 L_y^4}$	$\frac{5 L_y^4}{L_x^4 + 5 L_y^4}$	$\frac{L_y^4}{L_x^4 + L_y^4}$	$\frac{2 L_y^4}{L_x^4 + 2 L_y^4}$	$\frac{L_y^4}{L_x^4 + L_y^4}$



En la Tabla 3.2, la forma de sustentación se indica :

Con línea llena : ——— correspondiente a un apoyo simple

Con línea rayada : ~~————~~ para empotramientos perfectos, o por continuidad de la placa

La Tabla 3.3, a continuación, da los valores de  $\mu$  para diferentes relaciones de  $\lambda$ . Se evidencia así que a medida que aumenta la relación  $\lambda$  entre los lados, se incrementa también el valor de  $\mu$ . Se asume :

$$\mu = 0 \quad \text{para} \quad \lambda < 0,5$$

$$\mu = 1 \quad \text{para} \quad \lambda > 2$$

lo cual indica que la totalidad de la carga se transmite según la dirección corta de la placa, cuando no se cumple la ec. 3.5 y ésta comienza a trabajar como una losa, es decir unidireccionalmente.

En el caso en que las dos franjas centrales ortogonales de la figura 3.7 b) estuvieran aisladas e independientes del resto de la placa, los momentos flectores en ambas direcciones se pueden obtener en la forma usual :

$$M_x = \frac{q_x L_x^2}{8}$$

$$M_y = \frac{q_y L_y^2}{8}$$

Pero en la realidad, las franjas analizadas no están aisladas, sino que se hallan conectadas con todas las restantes franjas que forman la placa, actuando paralelamente en ambas direcciones. Cada una de estas franjas, de ancho unitario, se sustenta no sólo en sus extremos apoyados en las vigas perimetrales, sino también en las franjas ortogonales, las cuales provocan un cierto impedimento a su libre deflexión.

En efecto, si se analiza el comportamiento de dos franjas ortogonales cualesquiera, como se muestra en la figura 3.7, se ve que en la sección de contacto I, común a ambas, la deformación por flexión de una de ellas provoca torsión en la otra, y viceversa. Si lográramos separar estas franjas y analizarlas independientemente, su deformación por flexión se indica en el esquema b).

Al flexar libremente la franja CD, la sección I rota en el sentido horario un ángulo  $\theta$  con respecto a su posición no deformada, y esta deformación por flexión torsiona la franja AB. Si los extremos de AB estuvieran posibilitados de rotar en torsión este mismo ángulo  $\theta$ , toda la franja AB giraría en torsión, libremente. Pero si los extremos de AB están fijos, esta franja ofrece una cierta resistencia a ser torsionada, y con esto se disminuye la magnitud de la deformación por flexión, es decir se reduce el ángulo  $\theta$ . Es evidente, en consecuencia, que la franja CD, por efecto de la torsión producida, se alivia, y su momento flector se reduce.

Análogos razonamientos se pueden hacer con relación a la torsión de la franja CD aliviando la flexión de la franja AB, es decir disminuyendo el ángulo  $\gamma$  debido únicamente a la deformación por flexión. En síntesis, se deduce que los momentos flectores en una franja originan torsión en las franjas ortogonales y viceversa. Por lo tanto, la carga es llevada a los apoyos perimetrales, no sólo por flexión sino también por torsión.

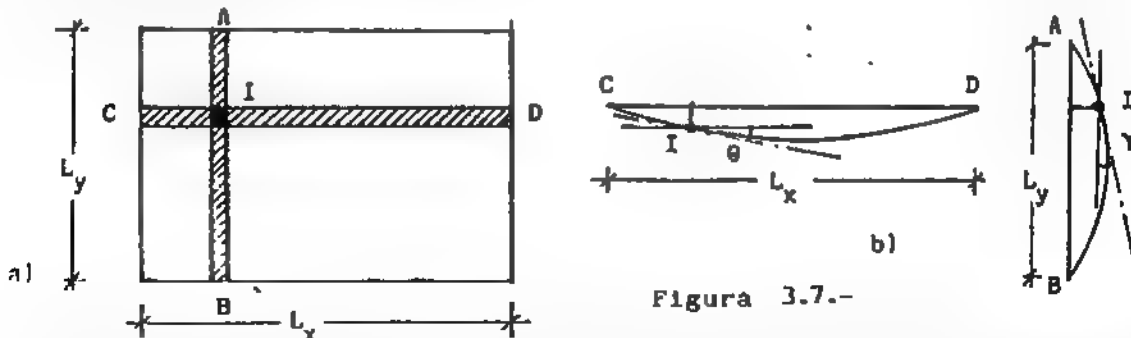


Figura 3.7.-

La reducción de los momentos flectores por efecto de la torsión, se conoce como efecto de placa o acción de alivianamiento y ha sido analizada por investigadores tales como Henry Marcus en Alemania (1929) o Westergaard en los Estados Unidos (1935). Según los resultados obtenidos, esta reducción puede llegar al 28% para las placas simplemente apoyadas y al 35% para las empotradas en todo su contorno. Los momentos flectores máximos en ambas direcciones, se obtienen según las siguientes ecuaciones :

$$M_x = \alpha q L_x^2 \quad (3.13)$$

$$M_y = \beta q L_y^2 \quad (3.14)$$

**T A B L A 3.3**      **COEFICIENTES PARA EL METODO DE MARCUS**

$$\lambda = \frac{L^y}{L^x}$$

FORMA DE APOYO	CASO 1				CASO 2				CASO 3				CASO 4				CASO 5				CASO 6			
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$		
0,50	0,0050	0,0946		0,0559	0,0071	0,0468	0,1233	0,0074	0,0601	0,2228	0,0037	0,0459	0,0559	0,0041	0,0460	0,1111	0,0033	0,0346	0,0658	0,0033	0,0346	0,0658		
0,55	0,0080	0,0883		0,064	0,0083	0,0808	0,186	0,0093	0,0708	0,314	0,0081	0,0861	0,084	0,0081	0,0833	0,135	0,0081	0,0833	0,084	0,0081	0,0833	0,084		
0,60	0,0105	0,0813		0,115	0,0117	0,0750	0,243	0,0114	0,0620	0,383	0,0080	0,0930	0,116	0,0078	0,0744	0,206	0,0078	0,0744	0,116	0,0078	0,0744	0,206		
0,65	0,0133	0,0744		0,152	0,0143	0,0654	0,309	0,0136	0,0538	0,472	0,0080	0,0846	0,123	0,0081	0,0640	0,253	0,0081	0,0640	0,123	0,0081	0,0640	0,253		
0,70	0,0162	0,0676		0,194	0,0169	0,0583	0,375	0,0157	0,0463	0,548	0,0111	0,0742	0,152	0,0110	0,0540	0,334	0,0110	0,0540	0,152	0,0110	0,0540	0,334		
0,75	0,0184	0,0611		0,240	0,0186	0,0515	0,442	0,0178	0,0396	0,613	0,0120	0,0642	0,192	0,0131	0,0460	0,394	0,0131	0,0460	0,192	0,0131	0,0460	0,394		
0,80	0,0226	0,0551		0,291	0,0224	0,0453	0,506	0,0198	0,0336	0,683	0,0120	0,0582	0,231	0,0151	0,0393	0,440	0,0151	0,0393	0,231	0,0151	0,0393	0,440		
0,82	0,0239	0,0527		0,311	0,0235	0,0432	0,531	0,0206	0,0318	0,698	0,0171	0,0579	0,251	0,0155	0,0369	0,459	0,0155	0,0369	0,251	0,0155	0,0369	0,459		
0,84	0,0252	0,0507		0,332	0,0246	0,0411	0,553	0,0214	0,0306	0,713	0,0162	0,0564	0,264	0,0167	0,0354	0,469	0,0167	0,0354	0,264	0,0167	0,0354	0,469		
0,86	0,0268	0,0486		0,352	0,0257	0,0391	0,576	0,0221	0,0294	0,728	0,0162	0,0553	0,274	0,0175	0,0344	0,479	0,0175	0,0344	0,274	0,0175	0,0344	0,479		
0,88	0,0280	0,0468		0,375	0,0269	0,0371	0,599	0,0228	0,0283	0,740	0,0162	0,0542	0,284	0,0181	0,0332	0,489	0,0181	0,0332	0,284	0,0181	0,0332	0,489		
0,90	0,0292	0,0447		0,396	0,0280	0,0352	0,623	0,0235	0,0266	0,750	0,0162	0,0530	0,294	0,0191	0,0322	0,499	0,0191	0,0322	0,294	0,0191	0,0322	0,499		
0,92	0,0307	0,0420		0,416	0,0291	0,0330	0,643	0,0243	0,0251	0,757	0,0162	0,0518	0,304	0,0204	0,0310	0,509	0,0204	0,0310	0,304	0,0204	0,0310	0,509		
0,94	0,0321	0,0412		0,438	0,0303	0,0318	0,661	0,0249	0,0241	0,767	0,0162	0,0506	0,314	0,0214	0,0300	0,519	0,0214	0,0300	0,314	0,0214	0,0300	0,519		
0,96	0,0335	0,0395		0,458	0,0313	0,0302	0,680	0,0256	0,0233	0,777	0,0162	0,0494	0,324	0,0224	0,0290	0,529	0,0224	0,0290	0,324	0,0224	0,0290	0,529		
0,98	0,0350	0,0380		0,480	0,0324	0,0287	0,698	0,0261	0,0221	0,787	0,0162	0,0482	0,334	0,0234	0,0280	0,539	0,0234	0,0280	0,334	0,0234	0,0280	0,539		
1,00	0,0365	0,0365		0,500	0,0334	0,0272	0,714	0,0267	0,0210	0,793	0,0162	0,0470	0,344	0,0244	0,0270	0,549	0,0244	0,0270	0,344	0,0244	0,0270	0,549		
1,02	0,0378	0,0350		0,520	0,0345	0,0258	0,730	0,0273	0,0196	0,803	0,0162	0,0458	0,354	0,0254	0,0260	0,559	0,0254	0,0260	0,354	0,0254	0,0260	0,559		
1,04	0,0394	0,0337		0,539	0,0355	0,0243	0,745	0,0278	0,0184	0,814	0,0162	0,0446	0,364	0,0264	0,0250	0,569	0,0264	0,0250	0,364	0,0264	0,0250	0,569		
1,06	0,0408	0,0324		0,558	0,0365	0,0233	0,759	0,0283	0,0172	0,824	0,0162	0,0434	0,374	0,0274	0,0240	0,579	0,0274	0,0240	0,374	0,0274	0,0240	0,579		
1,08	0,0424	0,0312		0,576	0,0378	0,0221	0,773	0,0288	0,0160	0,834	0,0162	0,0422	0,384	0,0284	0,0230	0,589	0,0284	0,0230	0,384	0,0284	0,0230	0,589		
1,10	0,0439	0,0300		0,594	0,0394	0,0210	0,788	0,0293	0,0148	0,843	0,0162	0,0410	0,394	0,0294	0,0220	0,599	0,0294	0,0220	0,394	0,0294	0,0220	0,599		
1,12	0,0454	0,0288		0,611	0,0409	0,0196	0,799	0,0297	0,0136	0,850	0,0162	0,0398	0,404	0,0304	0,0210	0,609	0,0304	0,0210	0,404	0,0304	0,0210	0,609		
1,14	0,0469	0,0278		0,628	0,0425	0,0184	0,806	0,0301	0,0124	0,857	0,0162	0,0386	0,414	0,0314	0,0200	0,619	0,0314	0,0200	0,414	0,0314	0,0200	0,619		
1,16	0,0484	0,0267		0,644	0,0439	0,0172	0,819	0,0304	0,0112	0,864	0,0162	0,0374	0,424	0,0324	0,0190	0,629	0,0324	0,0190	0,424	0,0324	0,0190	0,629		
1,18	0,0499	0,0257		0,660	0,0450	0,0160	0,830	0,0309	0,0100	0,870	0,0162	0,0362	0,434	0,0334	0,0180	0,639	0,0334	0,0180	0,434	0,0334	0,0180	0,639		
1,20	0,0514	0,0248		0,675	0,0462	0,0148	0,839	0,0313	0,0088	0,878	0,0162	0,0350	0,444	0,0344	0,0170	0,649	0,0344	0,0170	0,444	0,0344	0,0170	0,649		
1,25	0,0531	0,0238		0,709	0,0478	0,0137	0,877	0,0320	0,0074	0,924	0,0162	0,0338	0,454	0,0354	0,0160	0,659	0,0354	0,0160	0,454	0,0354	0,0160	0,659		
1,30	0,0548	0,0226		0,741	0,0493	0,0127	0,897	0,0327	0,0062	0,948	0,0162	0,0326	0,464	0,0364	0,0150	0,669	0,0364	0,0150	0,464	0,0364	0,0150	0,669		
1,35	0,0563	0,0218		0,768	0,0507	0,0115	0,904	0,0333	0,0050	0,961	0,0162	0,0314	0,474	0,0374	0,0140	0,679	0,0374	0,0140	0,474	0,0374	0,0140	0,679		
1,40	0,0577	0,0211		0,794	0,0521	0,0103	0,908	0,0337	0,0038	0,968	0,0162	0,0302	0,484	0,0384	0,0130	0,689	0,0384	0,0130	0,484	0,0384	0,0130	0,689		
1,45	0,0590	0,0206		0,816	0,0534	0,0090	0,917	0,0341	0,0026	0,971	0,0162	0,0290	0,494	0,0394	0,0120	0,699	0,0394	0,0120	0,494	0,0394	0,0120	0,699		
1,50	0,0721	0,0192		0,835	0,0547	0,0078	0,927	0,0345	0,0014	0,983	0,0162	0,0278	0,504	0,0404	0,0110	0,709	0,0404	0,0110	0,504	0,0404	0,0110	0,709		
1,60	0,0776	0,0184		0,848	0,0557	0,0068	0,943	0,0349	0,0008	0,997	0,0162	0,0266	0,514	0,0414	0,0100	0,719	0,0414	0,0100	0,514	0,0414	0,0100	0,719		
1,70	0,0829	0,0089		0,893	0,0567	0,0051	0,964	0,0353	0,0003	1,004	0,0162	0,0254	0,524	0,0424	0,0090	0,729	0,0424	0,0090	0,524	0,0424	0,0090	0,729		
1,80	0,0873	0,0063		0,913	0,0577	0,0043	0,983	0,0357	0,0001	1,011	0,0162	0,0242	0,534	0,0434	0,0080	0,739	0,0434	0,0080	0,534	0,0434	0,0080	0,739		
1,90	0,0912	0,0070		0,929	0,0587	0,0034	0,997	0,0361	0,0001	1,018	0,0162	0,0230	0,544	0,0444	0,0070	0,749	0,0444	0,0070	0,544	0,0444	0,0070	0,749		
2,00	0,0946	0,0069		0,943	0,0598	0,0026	0,976	0,0365	0,0001	1,025	0,0162	0,0218	0,554	0,0454	0,0060	0,759	0,0454	0,0060	0,554	0,0454	0,0060	0,759		
$\lambda'$					$\beta'$	$\alpha'$	$\kappa'$	$\beta'$	$\alpha'$	$\kappa'$														
		$\lambda' = \frac{L_x}{L_y}$																						
												</												

$\alpha$  y  $\beta$  son los coeficientes indicados en la Tabla 3.3, que dependen de las condiciones de apoyo de las placas. Al igual que en la Tabla 3.2, los bordes simplemente apoyados se distinguen con línea llena y los continuos o empotrados perfectamente, con línea rayada.

Cuando los bordes son simplemente apoyados, la distorsión provocada por la torsión en las placas produce el típico efecto del levantamiento de las esquinas. Para resistirlo, las esquinas deben armarse convenientemente como muestra la figura 3.8, con acero adicional de refuerzo en ambas caras de la placa, a distancia  $L/5$ , siendo  $L$  la mayor de las luces de la placa en estudio. Esta armadura debe ser similar a la que se coloca en el centro de la placa, y puede orientarse paralelamente a los bordes, o a  $45^\circ$ , para absorber los esfuerzos de tracción y compresión resultantes.

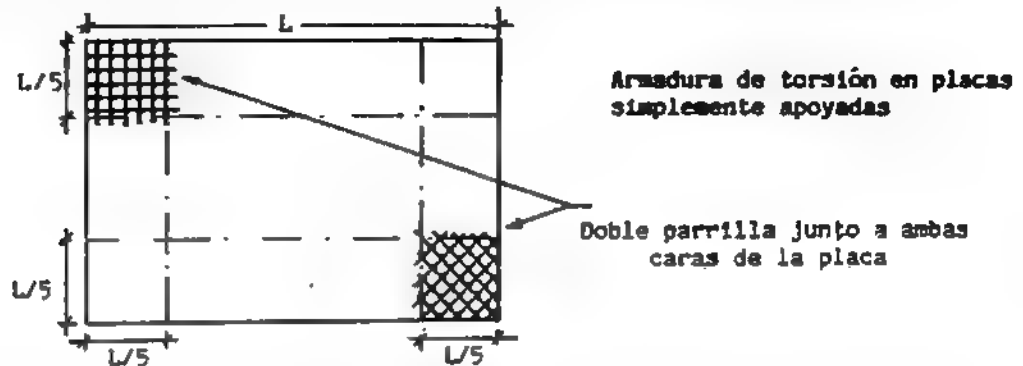


Figura 3.8.-

Las reacciones en las vigas perimetrales pueden hallarse según dos criterios diferentes. El primero se grafica en la figura 3.9 a), según una distribución triangular de la carga en los lados cortos y trapecial en los largos, y el segundo es considerar las franjas como independientes, con cargas uniformemente distribuidas, simplemente apoyadas en sus extremos, o empotradas. Ver figura 3.9 b). En este último caso,  $q_x$  y  $q_y$  se obtienen de ecs. 3.9 a 3.12 para cada dirección.

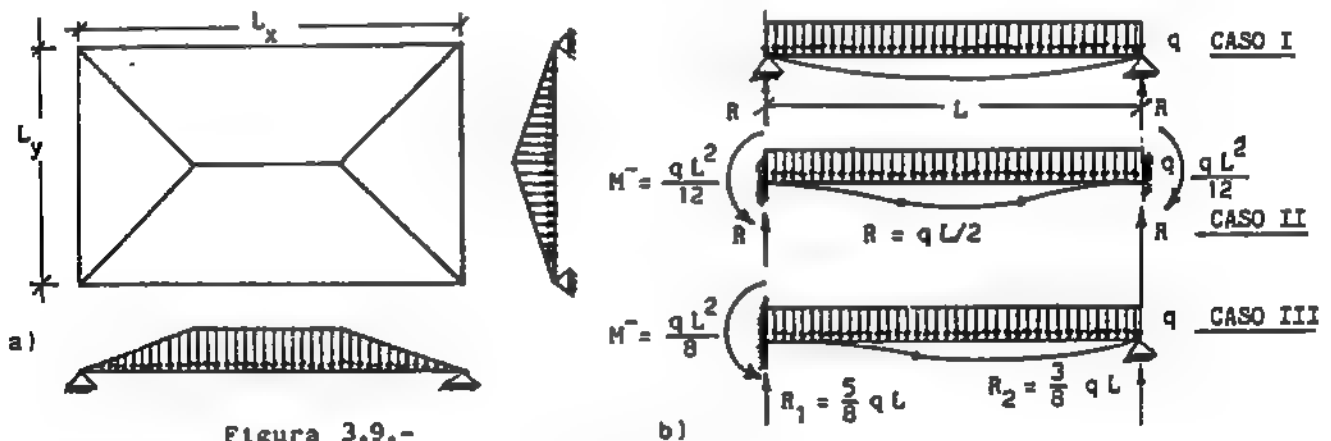


Figura 3.9.-

En el caso de entrepisos, el método de Marcus (17) aplica el criterio de cargar las placas continuas con las sobrecargas vivas, alternadamente, en forma de damero, para obtener los momentos máximos positivos en las diferentes placas.

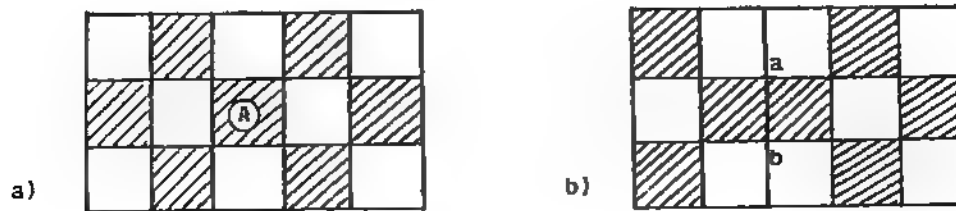


Figura 3.10.-

Para hallar los momentos máximos en las placas continuas, se deben aplicar las sobrecargas vivas en la forma más favorable para ello. Por ejemplo, para hallar el máximo  $M^+$  en la placa A de la figura 3.10, se cargará la misma con el total de las cargas permanentes y accidentales y se descargarán las cuatro placas adyacentes a ella, de las sobrecargas vivas. El resto de las placas se carga en igual forma, como damero, indicando con rayado las áreas donde se aplica la carga total y en blanco, las que soportan sólo cargas permanentes.

Cuando se debe determinar el máximo momento  $M^-$  en un apoyo intermedio, se deben cargar al máximo las dos placas concurrentes a él, y descargar las placas circundantes, como se indica en el esquema b), para la viga ab. Este valor de  $M^-$  se halla fácilmente, según corresponda a los casos II o III de la figura 3.9 b).

Para hallar los  $M^+$  en las diferentes placas, Marcus (17) usa el siguiente artificio :

- Aplica en las totalidad de las placas una carga  $q' = CP + \frac{CV}{2}$ , de modo que en los apoyos intermedios no se produzcan rotaciones de la tangente a la elástica de deformación, como en el caso II de figura 3.11 b)
- Aplica en forma alternada una carga  $q'' = \pm \frac{CV}{2}$  con sentidos contrarios en los tramos adyacentes, permitiendo la libre rotación de la tangente a la elástica en los apoyos, en forma similar al caso I de figura 3.9 b). Ver figura 3.11.

Sumando estos dos efectos, para las diferentes posibilidades de apoyo de las placas indicadas en la Tabla 3.3, se obtienen los momentos máximos  $M^+$  en las dos direcciones ortogonales.

$$M_{x \max}^+ = (\alpha_n q' \pm \alpha_1 q'') L_x^2 \quad (3.15)$$

$$M_{x \min}^+ = (\alpha_n q' \pm \alpha_1 q'') L_x^2$$

$$M_{y \max}^+ = (\beta_n q' \pm \beta_1 q'') L_y^2 \quad (3.16)$$

$$M_{y \min}^+ = (\beta_n q' \pm \beta_1 q'') L_y^2$$

Los factores  $\alpha$  y  $\beta$  se indican en la Tabla 3.3, y el subíndice 1 indica el caso 1 de la tabla, para la placa simplemente apoyada, mientras que el subíndice n se refiere a la forma de sustentación correspondiente a los casos 2 a 6.

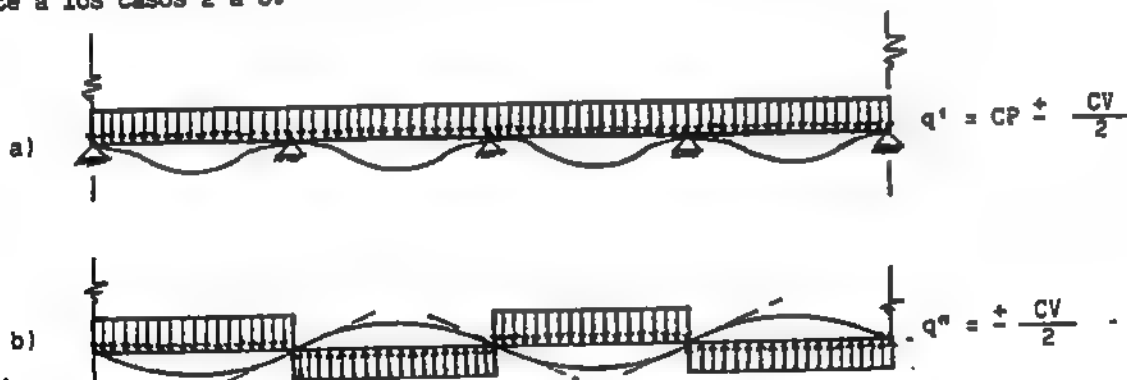


Figura 3.11.-

Cuando las condiciones de apoyo de las placas sean las indicadas en la parte superior de la Tabla 3.3, el Método de Henry Marcus utiliza los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\kappa$  correspondientes al caso :

$$\lambda = L_y/L_x$$

Pero si las condiciones de apoyo son las de la parte inferior de la tabla mencionada, correspondientes a los casos 2', 3' y 5', se debe sustituir  $\lambda$  por el factor  $\lambda'$  :

$$\lambda' = L_x/L_y$$

y leer los respectivos coeficientes  $\alpha'$ ,  $\beta'$  y  $\kappa'$ , para :

$$\kappa' = 1 - \kappa$$

A continuación se dan algunos ejemplos ilustrativos, para resolver placas de entrepiso mediante el método de Henry Marcus, de fácil y directa aplicación. Asimismo se diseñan placas con volados de modo de extender la resolución a los casos usuales en la práctica.

Los espesores usuales en las placas, impuestos por razones de deformabilidad, a fin de que las flechas que se produzcan en servicio no superen determinados límites son :  
(Ref.1 Sec. 9.5.3)

$$h = \frac{L_n (800 + 0.07 f_y)}{36.000 + 5.000 \beta (1 - \beta_s)} \leq \frac{L_n (800 + 0.07 f_y)}{36.000} \quad (3.17)$$

$L_n$  es la luz mayor.

Según el Building Code ACI, el espesor de las losas cruzadas no debe ser inferior a 1/180 del perímetro, ni menor en general a 9 cm.

En ec. 3.17,  $\beta$  es la relación de la luz libre en la dirección larga a la luz libre en la dirección corta de la placa, y  $\beta_s$  la relación de la longitud de los bordes continuos al perímetro total de un panel de placa. Estos valores se aplican a la placa de mayores dimensiones en los entrepisos.

En las placas, la armadura inferior será la que se coloca en la dirección cuyo momento flector es máximo. Por lo tanto, la altura útil correspondiente a la dirección ortogonal se ve disminuida con respecto a la de la armadura inferior en una magnitud igual a la distancia entre ambas barras, como muestra la figura 3.12.

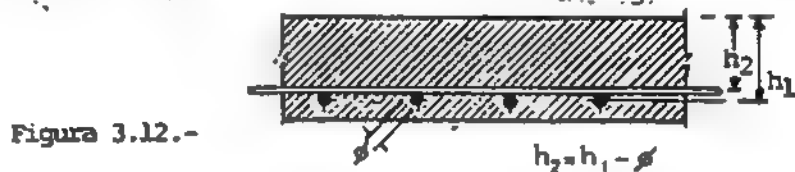


Figura 3.12.-

En las placas simplemente apoyadas se aconseja levantar la mitad de las barras en la zona próxima a los apoyos, para tomar en cuenta posibles momentos negativos producidos por un empotramiento parcial en las vigas perimetrales. Esta distancia es usualmente  $L/10$ .

Además, en las placas simplemente apoyadas, es permitido disminuir el número de barras en ambas direcciones, a la mitad de su valor, en una distancia igual a la luz menor /4, como muestra la figura 3.13.

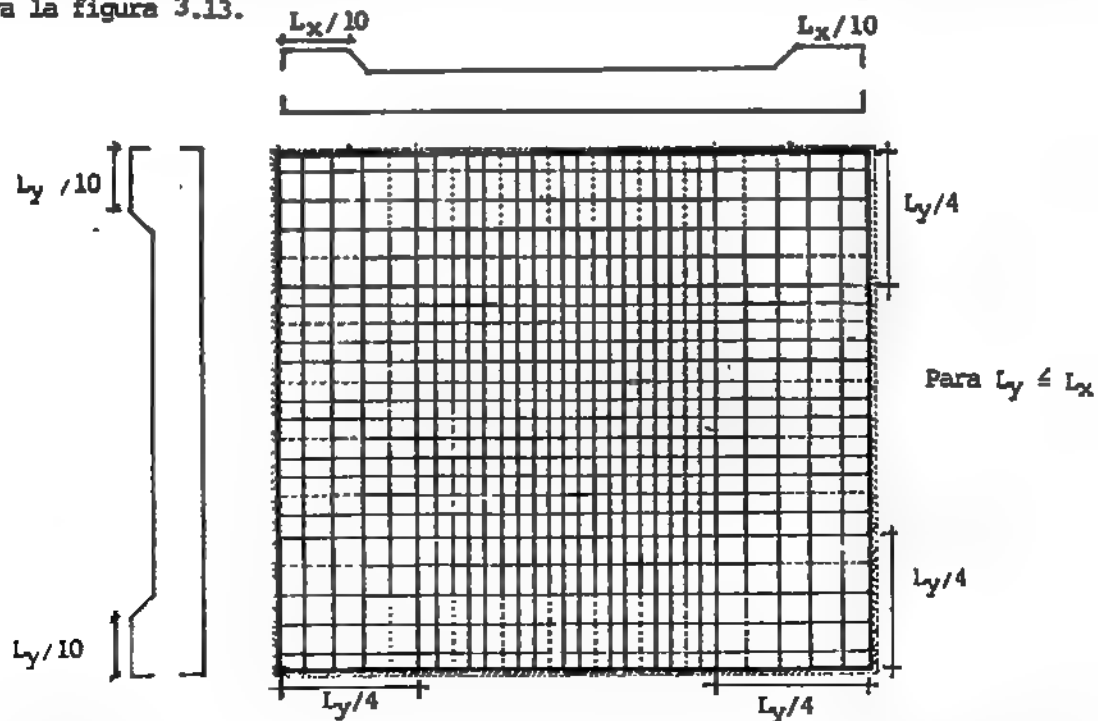


Figura 3.13.-

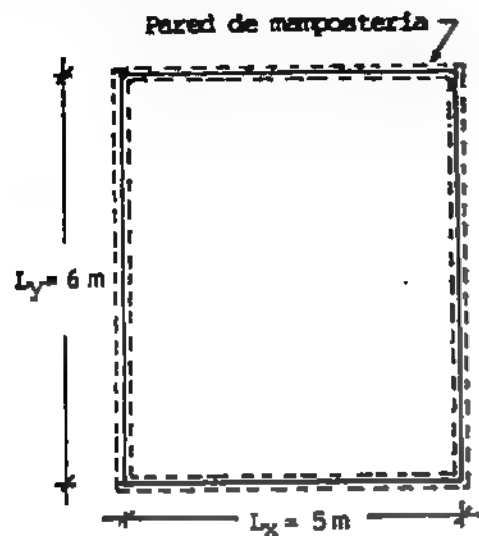
Adicionalmente a la armadura por flexión indicada, en las placas simplemente apoyadas, con esquinas libres, se debe colocar la armadura por torsión mostrada en la figura 3.8. Con ello se evita el efecto de esquina, provocado por el levantamiento de las puntas y el agrietamiento del concreto en los bordes.

**EJEMPLO 3.3.-**

Diseñar la placa de la figura, simplemente apoyada en todo su contorno en una pared de mampostería armada de 30 cm de espesor, y con armadura de torsión en las esquinas libres. Las calidades de los materiales son :

$$f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{y} \quad f_y = 2.500 \text{ Kg/cm}^2$$

Las cargas actuantes sobre la placa son :



Peso del piso y sobrepiso : 240 Kg/m<sup>2</sup>

Sobrecarga viva : 300 Kg/m<sup>2</sup>

El espesor de la placa será : (ec. 3.17)

$$h = \frac{600 (800 + 0.07 \times 2.500)}{36.000 + 5.000 \times 1,2 \times 1} = 14 \text{ cm} < 16 \text{ cm}$$

$$h = \frac{2 (500 + 600)}{180} = 12 \text{ cm}$$

∴ Se adopta  $h = 14 \text{ cm}$        $d = 12 \text{ cm}$

Análisis de cargas

Peso propio de la placa :  $0,14 \times 2.500 = 350 \text{ Kg/m}^2$

Sobrecarga fija : 190 "

---

540 Kg/m<sup>2</sup>

$$q_u = 540 \times 1,4 = 756 \text{ Kg/m}^2$$

Carga viva :  $P_u = 300 \times 1,7 = 510 \text{ Kg/m}^2$

Carga total mayorada :

$$q_u = 756 + 510 = 1.266 \text{ Kg/m}^2$$

Relación de aspecto de la placa :  $\lambda = L_y/L_x = 6/5 = 1,2$

El caso correspondiente a las placas simplemente apoyadas es el # 1 de la Tabla 3.3 , donde se lee :

$$\alpha_1 = 0,0514$$

$$\beta_1 = 0,0248$$

$$\alpha = 0,675$$

$$\alpha_n = \alpha_1$$

De la ec. 3.13 se obtienen los momentos máximos (positivos) en el centro del tramo de la placa, por m de ancho.

$$M_{ux} = \alpha_1 q_u L_x^2 = 0,0514 \times 1.266 \times 5^2 = 1.626,8 \text{ Kgm}$$

$$M_{uy} = \beta_1 q_u L_y^2 = 0,0248 \times 1.266 \times 6^2 = 1.130,3 \text{ Kgm}$$

El momento máximo será mayor en la luz más corta. Las cargas  $q_{ux}$  y  $q_{uy}$  en franjas de 1 m se calculan :

$$q_{ux} = \alpha q_u = 0,675 \times 1.266 = 854,5 \text{ Kg/m}$$

$$q_{uy} = (1 - \alpha) q_u = 0,325 \times 1.266 = 411,5 \text{ Kg/m}$$

Y las reacciones en el perímetro de la placa resultan :

$$R_x = q_{ux} L_x/2 = 854,5 \times 2,5 = 2.136,35 \text{ Kg/m} \quad (\text{sobre los muros AC y BD})$$

$$R_y = q_{uy} L_y/2 = 411,5 \times 3 = 1.234,5 \text{ Kg/m} \quad (\text{sobre los muros AB y CD})$$

En la dirección x :

$$\mu_x = \frac{M_{ux}}{f'_c b d^2} = \frac{162.680}{250 \times 100 \times 12^2} = 0,045$$

De la Tabla 2.1 se lee :

$$\alpha_x = 0.06$$

$$j_{ux} = 0.96$$

Y en la dirección y :

$$\nu_y = \frac{M_{uy}}{f_c^2 b (d-1)^2} = \frac{113.030}{250 \times 100 \times 11^2} = 0.0373$$

$$\alpha_y = 0.05$$

$$j_{uy} = 0.97$$

Para el diseño del acero :

$$A_{sx} = \frac{M_{ux}}{0.9 f_y j_{ux} d} = 6.27 \text{ cm}^2/\text{m}$$

De Tabla 1.4 :

( $\phi 1/2"$  c/20 cm)

$$A_{sy} = \frac{M_{uy}}{0.9 f_y j_{uy} (d-1)} = 4.70 \text{ cm}^2/\text{m}$$

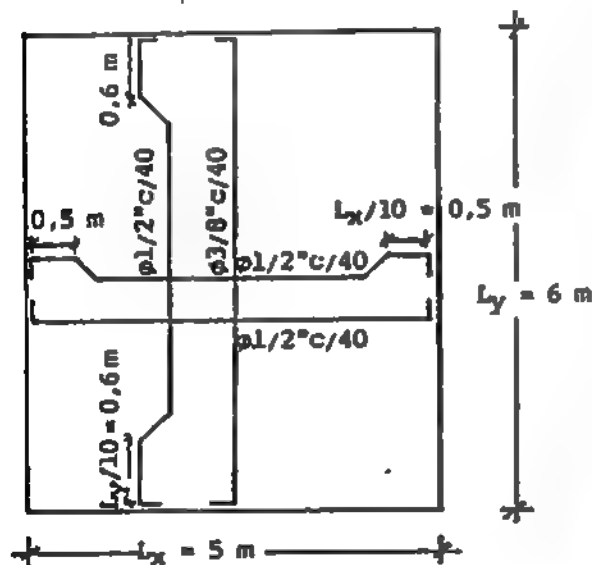
( $\phi 1/2"$  c/40 cm +

$\phi 3/8"$  c/40 cm)

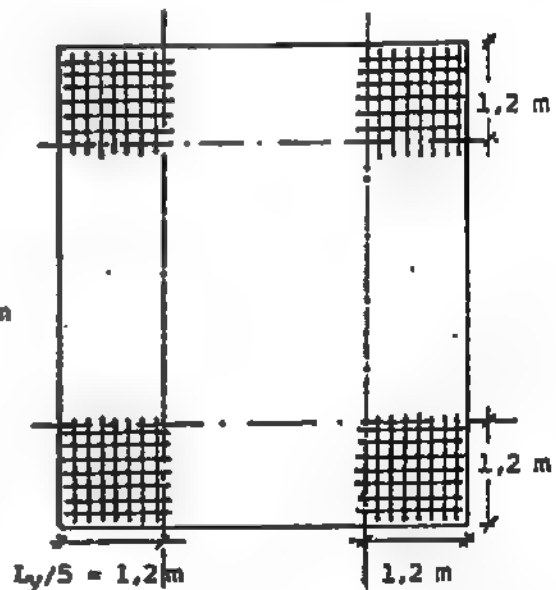
Se verifica el acero mínimo :  
(Sección 2.4 )

$$A_{s \text{ min}} = 0.002 b d = 2 \text{ cm}^2/\text{m} < \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \quad \text{Correcto}$$

Armadura por flexión



Armadura por torsión



Doble parrilla junto a las caras superior e inferior, para evitar el levantamiento de las esquinas por torsión.

La distribución indicada del acero por flexión corresponde a  $A_{sx}$  en la capa inferior, y  $A_{sy}$  sobre el anterior. En el caso en que la placa analizada se halle conectada en todo su perímetro a un muro estructural o a una viga muy rígida, se considerará empotrada en el contorno y se utilizará en su diseño el caso 6 de la Tabla 3.3.




En las placas con esquina libres que no se diseñan con armadura especial de torsión, como el caso analizado en este ejemplo, se deben utilizar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  de la Tabla 3.4 que se indica a continuación. Los valores de  $\kappa$  son los mismos que los de la Tabla 3.3.

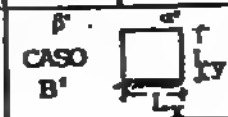
A continuación se dan ejemplos de entrepisos con placas y losas continuas, para ilustrar la aplicación del Método de Henry Marcus en estos casos.

T A B L A 3.4.-

COEFICIENTES PARA EL CALCULO DE PLACAS SIN ARMADURA  
DE TORSION EN LAS ESQUINAS LIBRES.

METODO DE HENRY MARSCH

FORMA DE APOYO	CASO A 	CASO B 	CASO C 			
$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
0.50	0.0046	0.1090	0.0083	0.0990	0.0029	0.0828
0.55	0.0092	0.1010	0.0113	0.0916	0.0066	0.0768
0.60	0.0124	0.0960	0.0145	0.0837	0.0095	0.0716
0.65	0.0161	0.0902	0.0180	0.0758	0.0086	0.0546
0.70	0.0202	0.0842	0.0216	0.0681	0.0124	0.0514
0.75	0.0247	0.0780	0.0253	0.0607	0.0153	0.0481
0.80	0.0295	0.0719	0.0292	0.0536	0.0183	0.0446
0.82	0.0314	0.0693	0.0304	0.0510	0.0186	0.0432
0.84	0.0334	0.0671	0.0318	0.0484	0.0206	0.0418
0.86	0.0354	0.0647	0.0332	0.0459	0.0231	0.0404
0.88	0.0374	0.0624	0.0345	0.0436	0.0234	0.0390
0.90	0.0394	0.0601	0.0358	0.0413	0.0247	0.0376
0.92	0.0415	0.0579	0.0371	0.0391	0.0260	0.0362
0.94	0.0435	0.0457	0.0383	0.0371	0.0272	0.0349
0.96	0.0455	0.0536	0.0395	0.0351	0.0285	0.0336
0.98	0.0475	0.0513	0.0407	0.0332	0.0296	0.0323
1.00	0.0495	0.0495	0.0418	0.0316	0.0310	0.0310
1.02	0.0514	0.0475	0.0429	0.0296	0.0323	0.0296
1.04	0.0534	0.0456	0.0439	0.0282	0.0336	0.0286
1.06	0.0553	0.0438	0.0449	0.0267	0.0347	0.0278
1.08	0.0572	0.0421	0.0459	0.0253	0.0359	0.0263
1.10	0.0591	0.0403	0.0468	0.0239	0.0370	0.0252
1.12	0.0609	0.0387	0.0477	0.0227	0.0381	0.0242
1.14	0.0627	0.0371	0.0486	0.0216	0.0392	0.0232
1.16	0.0645	0.0356	0.0494	0.0203	0.0402	0.0222
1.18	0.0663	0.0341	0.0501	0.0193	0.0412	0.0213
1.20	0.0679	0.0327	0.0509	0.0183	0.0422	0.0204
1.25	0.0719	0.0295	0.0525	0.0160	0.0446	0.0183
1.30	0.0757	0.0265	0.0542	0.0146	0.0467	0.0164
1.35	0.0792	0.0238	0.0565	0.0123	0.0486	0.0146
1.40	0.0825	0.0214	0.0568	0.0100	0.0506	0.0131
1.45	0.0855	0.0193	0.0578	0.0086	0.0519	0.0117
1.50	0.0882	0.0174	0.0589	0.0068	0.0536	0.0104
1.60	0.0924	0.0142	0.0608	0.0060	0.0561	0.0088
1.70	0.0970	0.0115	0.0620	0.0054	0.0561	0.0069
1.80	0.1008	0.0093	0.0628	0.0044	0.0588	0.0057
1.90	0.1035	0.0079	0.0638	0.0036	0.0612	0.0047
2.00	0.1059	0.0066	0.0645	0.0029	0.0628	0.0039





**EJEMPLO 3.4.-**

Diseñar el entrepiso de la figura, correspondiente a una azotea no accesible. La calidad de los materiales a emplear es :

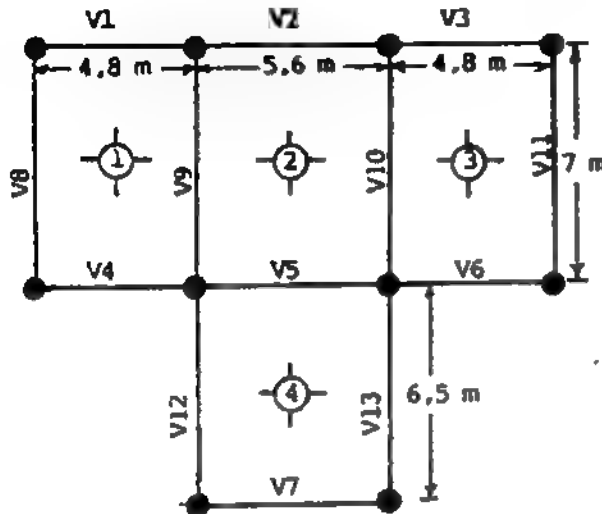
$$f_c' = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 3.500 \text{ Kg/cm}^2$$

El espesor de las placas se mantiene constante en todo el piso, por lo cual se adopta igual al correspondiente a la placa de mayores luces (placa 2).

$$h = \frac{700(800 - 0.07 \times 3.500)}{36.000 - 5.000 \times 1.25 \times 1.77} = 16 \text{ cm} < 20 \text{ cm}$$

$$d = 13 \text{ cm}$$

**Análisis de cargas**

Peso propio de la placa :

$$0,16 \times 2.500 \times 1,4 = 560 \text{ Kg/m}^2$$

Sobrepiso y aislaciones :

$$164,3 \text{ Kg/m}^2 \times 1,4 = 230$$

$$g_u = 790 \text{ Kg/m}^2$$

Sobrecarga viva :

$$p_u = 100 \text{ Kg/m}^2 \times 1,7 = 170 \text{ Kg/m}^2$$

Carga total :

$$q_u = g_u + p_u = 960 \text{ Kg/m}^2$$

$$q_u' = g_u + p_u/2 = 790 + 85 = 875 \text{ Kg/m}^2$$

$$q_u'' = p_u/2 = 85 \text{ Kg/m}^2$$

**PLACA 1**

(Caso 2)

$$\lambda = L_y/L_x = 7/4,8 = 1.45$$

Se lee :  $\alpha_2 = 0.0513$

$$\beta_2 = 0.0089$$

$$\kappa = 0.917$$

Del caso 1 de la tabla :  $\alpha_1 = 0.069$

$$\beta_1 = 0.0156$$

Los momentos flectores positivos se obtienen de ecs. 3.15 y 3.16 :

$$M_{ux}^+ = (\alpha_2 q_u' + \alpha_1 q_u'') L_x^2 = (0.0513 \times 875 + 0.069 \times 85) \times 4,8^2 = 1.169 \text{ Kgm/m}$$

$$M_{uy}^+ = (\beta_2 q_u' + \beta_1 q_u'') L_y^2 = (0.0089 \times 875 + 0.0156 \times 85) \times 7^2 = 446 \text{ Kgm/m}$$

Además :  $q_{ux} = \kappa q_u = 0.917 \times 960 = 880 \text{ Kg/m}$

$$q_{uy} = (1 - \kappa) q_u = 0.083 \times 960 = 80 \text{ Kg/m}$$

Las reacciones resultan :

$$R_x = q_{ux} L_x/2 = 880 \times 4,8/2 = 2.112 \text{ Kg/m}$$

$$R_y = q_{uy} L_y/2 = 80 \times 7/2 = 280 \text{ Kg/m}$$

Y de acuerdo con la figura 3.9 Caso III, el momento negativo sobre la viga 9 se obtiene :

$$M_{ux}^- = q_{ux} L_x^2/8 = 880 \times 4,8^2/8 = 2.534 \text{ Kgm/m}$$

Por simetría, el diseño de la placa 1 es el mismo que el de la placa 3.

PLACA 2  
(Caso 5)

$$\lambda = L_y/L_x = 7/5,6 = 1,25$$

Se lee :  $\alpha_5 = 0,0295$   $\beta_5 = 0,0105$   
 $= 0,83$

Del caso 1 de la Tabla :  $\alpha_1 = 0,0551$   
 $\beta_1 = 0,0226$

Momentos positivos :

$$M_{ux}^+ = (0,0295 \times 875 + 0,0551 \times 85) \times 5,6^2 = 956 \text{ Kgm/m}$$

$$M_{uy}^+ = (0,0105 \times 875 + 0,0226 \times 85) \times 7^2 = 544 \text{ Kgm/m}$$

Cargas según las direcciones x, y :

$$q_{ux} = 0,83 \times 960 = 797 \text{ Kg/m}$$

$$q_{uy} = 0,17 \times 960 = 163 \text{ Kg/m}$$

Las reacciones resultan :

$$R_x = 797 \times 5,6/2 = 2.231 \text{ Kg/m}$$

$$R_y = 163 \times 7/2 = 571 \text{ Kg/m}$$

Momentos negativos :

$$M_{ux}^- = 797 \times 5,6^2/12 = 2.083 \text{ Kgm/m (sobre vigas 9 y 10)}$$

$$M_{uy}^- = 163 \times 7^2/8 = 998 \text{ Kgm/m (sobre viga 5)}$$

PLACA 4

(Caso 2')

$$\lambda' = L_x/L_y = 5,6/6,5 = 0,86$$

Se lee :  $\alpha_2' = 0,0391$

$$\beta_2' = 0,0257$$

Del caso 1 de la Tabla, para :

$$\alpha_2' = 1 - \alpha = 0,422$$

$$\lambda = L_y/L_x = 6,5/5,6 = 1,16$$

$$\alpha_1 = 0,0484$$

$$\beta_1 = 0,0267$$

Momentos positivos :

$$M_{ux}^+ = (0,0391 \times 875 + 0,0484 \times 85) \times 5,6^2 = 1.202 \text{ Kgm/m}$$

$$M_{uy}^+ = (0,0257 \times 875 + 0,0267 \times 85) \times 6,5^2 = 1.046 \text{ Kgm/m}$$

Las cargas según las direcciones x,y son :

$$q_{ux} = 0,422 \times 960 = 405 \text{ Kg/m}$$

$$q_{uy} = 0,578 \times 960 = 555 \text{ Kg/m}$$

Las reacciones resultan :

$$R_x = 405 \times 5,6/2 = 1.134 \text{ Kg/m}$$

$$R_y = 555 \times 6,5/2 = 1.804 \text{ Kg/m}$$

Y el momento negativo sobre la viga 5 :

$$M_{uy}^- = q_{uy} L_y^2/8 = 555 \times 6,5^2/8 = 2.931 \text{ Kgm/m}$$

Los momentos positivos y negativos obtenidos se indican en la planta del entrepiso a continuación. Para evitar el desequilibrio de los momentos negativos diferentes en los bordes de las placas continuas, se adopta el promedio de los valores calculados.

Por ejemplo, sobre la viga 5 :

$$M_{U5}^{-} = - (998 + 2.931)/2 = -1.965 \text{ Kgm/m}$$

Y sobre las vigas 9 y 10 :  $M_{U9,10}^{-} = -(2.534 + 2.083)/2 = -2.308 \text{ Kgm/m}$

Se verifica la altura adoptada inicialmente  $h = 14 \text{ cm}$ , con el mayor de los momentos (positivos o negativos) del entrepiso. Este resulta :

$$M_{U \text{ max}} = -2.308 \text{ Kgm/m} \quad d = 13 \text{ cm}$$

Por lo tanto, 
$$\mu = \frac{M_U}{f'_c b d^2} = 0,0546 \quad \omega = 0,06 \quad j_U = 0,96$$

#### Diseño de acero

El acero que resiste el momento positivo máximo en cada placa, se coloca junto al borde inferior y sobre él, el acero correspondiente al momento positivo en la dirección ortogonal.

En el primer caso, la altura útil será  $d$  y en el segundo caso se adopta  $(d-1 \text{ cm})$ . Se debe verificar además que la cuantía de acero no sea inferior a la del acero mínimo.

Placa 1 :  $A_{sx}^{+} = \frac{M_{Ux}}{0,9 f_y j_U d} = \frac{116.900}{0,9 \times 3.500 \times 0,96 \times 13} = 2,97 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 3/8^{\circ}\text{c}/20 \text{ cm})$

$$A_{sy}^{+} = \frac{M_{Uy}}{0,9 f_y j_U (d-1)} = \frac{44.600}{0,9 \times 3.500 \times 0,96 \times 12} = 1,23 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s \text{ min}} \quad (\phi 3/8^{\circ}\text{c}/25 \text{ cm})$$

$$A_{s \text{ min}} = 0,002 b d = 0,002 \times 100 \times 13 = 2,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Placa 2 :  $A_{sx}^{+} = 2,43 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 3/8^{\circ}\text{c}/25 \text{ cm})$

$$A_{sy}^{+} = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 3/8^{\circ}\text{c}/25 \text{ cm})$$

Placa 4 :  $A_{sx}^{+} = 3,06 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 3/8^{\circ}\text{c}/20 \text{ cm})$

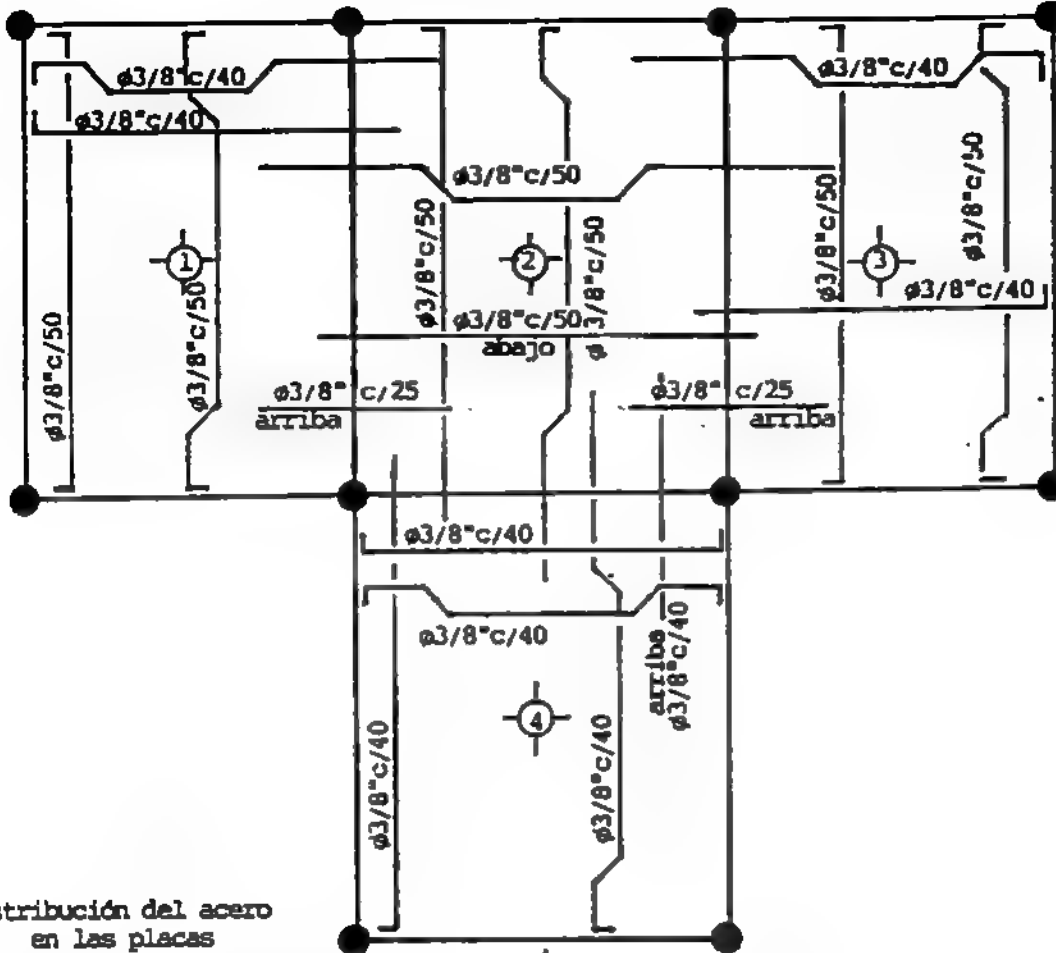
$$A_{sy}^{+} = 2,88 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 3/8^{\circ}\text{c}/20 \text{ cm})$$

El acero para resistir los momentos negativos se colocan sobre las vigas de apoyo de las placas en los bordes continuos.

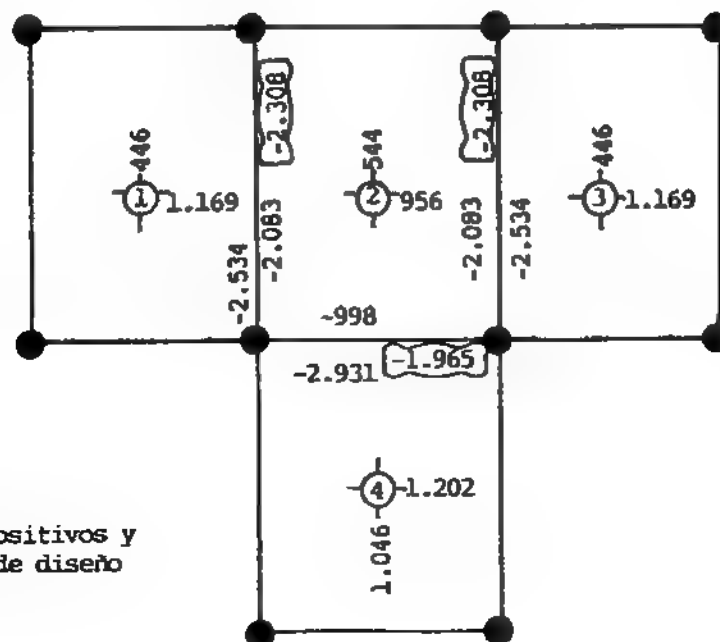
Sobre las vigas 9 y 10 :  $A_{sx}^{-} = \frac{230.800}{0,9 \times 3.500 \times 0,96 \times 13} = 5,85 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 1/2^{\circ}\text{c}/20 \text{ cm})$

Sobre la viga 5 :  $A_{sy}^{-} = \frac{196.500}{0,9 \times 3.500 \times 0,96 \times 13} = 4,99 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 1/2^{\circ}\text{c}/40 + \phi 3/8^{\circ}\text{c}/40 \text{ cm})$

La distribución de las barras en la planta del entrepiso se detalla en la figura, con longitudes de solape y doblado de barras a  $45^{\circ}$  sobre los apoyos.



Distribución del acero  
en las placas



Momentos positivos y  
negativos de diseño

### PLACAS DE ENTREPISO CON VOLADOS

La presencia de volados produce momentos negativos en los bordes de las placas, los cuales modifican la forma de sustentación de los entrepisos, para calcular los momentos positivos en los tramos, mediante la aplicación del Método de Henry Marcus.

En efecto, si el volado es muy corto o está poco cargado, el momento negativo será despreciable, por lo cual la placa se comporta como simplemente apoyada en ese borde, para la obtención de los factores en la Tabla 3.3 o en la 3.4 según el caso.

Por el contrario, si el volado tiene una luz considerable, o está fuertemente cargado, el momento negativo resultante es importante, y la placa adyacente se debe considerar como empotrada en el borde común, por continuidad.

En consecuencia, antes de aplicar el Método de Marcus existe una cierta indecisión acerca de cual caso corresponde a las placas que presentan volados contiguos, y el criterio aconsejable a seguir en estos casos es el siguiente :

- I).- Suponer la placa empotrada en el borde común con el volado, y elegir el caso que le corresponde en la Tabla 3.3.
- II).- Hallar los momentos negativos en la placa para esta condición de sustentación, en el borde común.
- III).- Comparar ese momento negativo con el del volado, y adoptar el siguiente criterio:
  - a) Si :  $|0,75 M_{placa}^-| \leq |M_{vol}^-|$  suponer la placa empotrada en ese borde
  - b) Si :  $|0,75 M_{placa}^-| > |M_{vol}^-|$  suponer la placa simplemente apoyada en ese borde.

Este artificio sólo permite definir cual será el caso a usar para obtener los momentos positivos en el centro del tramo, mediante el Método de Marcus, ya que el momento negativo en el borde común será invariablemente el correspondiente al volado de luz  $a$  :

$$M_u = q_u a^2 / 2$$

### EJEMPLO 3.5. PLACAS DE ENTREPISO CON VOLADOS

Diseñar el entrepiso de la figura, con las siguientes calidades de materiales :

$$f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 3.000 \text{ Kg/cm}^2$$

Las cargas a considerar son :

$$\text{Peso del sobrepiso y piso : } 130 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Sobrecarga viva : } 250 \text{ "}$$

El espesor de la placa se adopta para las placas 2 y 3 :

$$h = \frac{700 (800 + 0,07 \times 3.000)}{36.000 + 5.000 \times 1,75 \times 1,818} = 14 \text{ cm} < 20 \text{ cm}$$

$$\therefore d = 12 \text{ cm}$$

Este espesor se mantiene constante en todo el entrepiso, para asegurar la continuidad.

#### Análisis de cargas

$$\text{Peso de la placa : } 0,14 \times 2.500 \times 1,4 = 490 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Sobrecarga fija : } 130 \times 1,4 = 182 \text{ "}$$

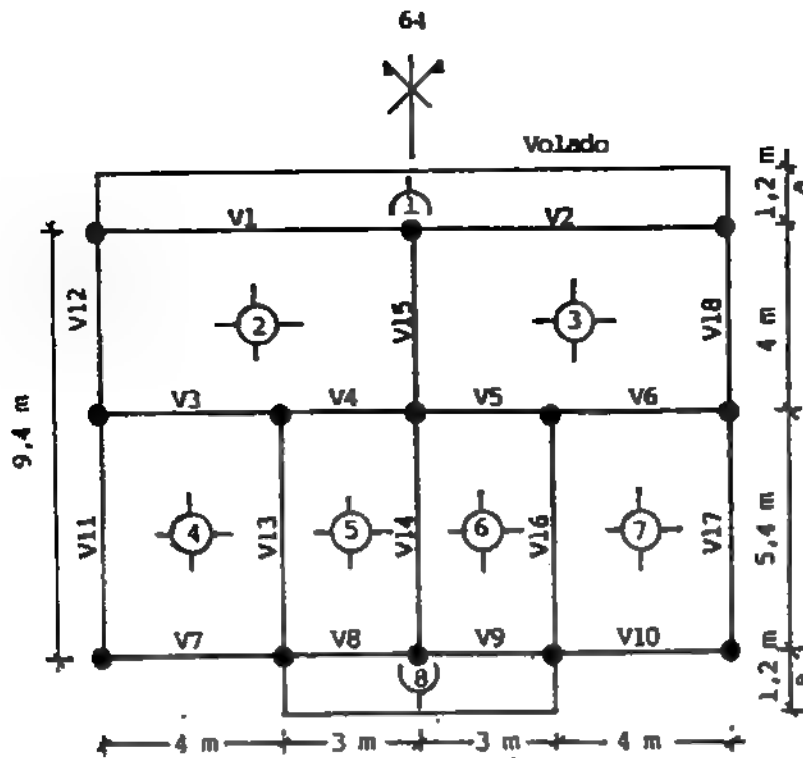
$$q_u = 672 \text{ "}$$

$$\text{Sobrecarga viva : } p_u = 250 \times 1,7 = 425 \text{ K/m}^2$$

$$q'_u = 672 + 212,5 = 884,5 \text{ Kg/m}$$

$$\text{Carga total : } q_u = q_u + p_u = 1.097 \text{ Kg/m}^2$$

$$q''_u = 212,5 \text{ Kg/m}$$



#### VOLADO 1

$$M_{vol}^- = q_u a^2/2 = 1.097 \times 1.2^2/2 = -789.8 \text{ Kgn/m}$$

(Idem a Volado 8)

#### PLACA 2

Se supone en un primer tanteo empotrada en la viga 1 :

Resulta el caso 5' de la Tabla

$$\text{Se obtiene : } \lambda = L_x/L_y = 7/4 = 1.75$$

$$q_{uy} = 0.95 \times 1.097 = 1.042 \text{ Kg/m}$$

$$M_{uy}^- = q_{uy} L_y^2 / 12 = -1.389 \text{ Kgn/m}$$

Comparando con el momento del volado :  $0.75 \times 1.389 = 1.042 \text{ Kgn/m} > 789.8 \text{ Kgn/m}$

Por lo tanto, se adopta el borde continuo de la placa sobre la viga 1, como simplemente apoyado, y la placa se calcula como del caso 4 para obtener los momentos positivos por el Método de Marcus.

$$\text{Resulta : } \lambda = L_y/L_x = 0.57$$

Interpolando en la Tabla :

$$\alpha_1 = 0.009 \quad \beta_1 = 0.0855 \quad \alpha_{II} = 0.0058 \quad \beta_{II} = 0.0549 \quad \alpha_4 = 0.096$$

$$q_{ux} = 0.096 \times 1.097 = 105 \text{ Kg/m}$$

$$R_x = 105 \times 7/2 = 367.5 \text{ Kg/m}$$

$$q_{uy} = 0.904 \times 1.097 = 992$$

$$R_y = 992 \times 4/2 = 1.984 \text{ Kg/m}$$

$$\text{De ec. 3.15 : } M_{ux}^+ = (0.0058 \times 884.5 + 0.009 \times 212.5) \times 7^2 = 345 \text{ Kgn/m}$$

$$M_{uy}^+ = (0.0549 \times 884.5 + 0.0855 \times 212.5) \times 4^2 = 1.067 \text{ Kgn/m}$$





$$M_{ux}^- = 105 \times 7^2/8 = -643 \text{ Kgn/m}$$

$$M_{uy}^- = 992 \times 4^2/8 = -1.984 \text{ Kgn/m}$$

Estos valores se indican en la siguiente Tabla.

La placa 3 es simétrica con la 2, de modo que el diseño es el mismo para ambas.

A continuación se analiza la placa 4, sin volado. (Idem a placa 7). Los valores de los coeficientes para aplicar el Método de Marcus se indican en la Tabla, así como los momentos finales resultantes y las reacciones sobre las vigas de apoyo.

Losa o placa	Forma de apoyo	Caso	$\lambda$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_n$	$\beta_n$	$\kappa_n$	$R_x$ (Kg/m)	$R_y$ (Kg/m)
1-8		Volado	-	-	-	-	-	-	-	1.316
2-3		4	0.57	0.009	0.0855	0.0058	0.0549	0.096	367,5	1.984
4-7		4	1.35	0.0623	0.0188	0.0434	0.0131	0.769	1.687	684
5-6		6	1.80	0.0873	0.0082	0.0351	0.0033	0.913	1.503	256

Losa o placa	$q_{ux}$ (Kg/m)	$q_{uy}$ (Kg/m)	$M_{ux}^+$ (Kg/m)	$M_{uy}^+$ (Kg/m)	$M_{ux}^-$ (Kg/m)	$M_{uy}^-$ (Kg/m)	$A_{sx}^+$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{sy}^+$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{sx}^-$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{sy}^-$ (cm <sup>2</sup> /m)
1-8	-	1.097	-	-	-	-789,8	-	-	-	2,51
2-3	105	992	345	1.067	-643	-1.984	2,4	3,39	2,4	2,51
4-7	843,6	253,4	826	454	-1.687	-923	2,62	2,4	3,88	4,62
5-6	1.002	95	446	136	-751	-230	2,4		3,88	3,52
									2,4	2,51

#### PLACA 5

Se supone en un primer tanteo empotrada en la viga 8. El caso resulta en consecuencia, el 6 de la Tabla del Método de Marcus.

$$\lambda = L_y/L_x = 5.4/3 = 1.8 \quad \kappa_n = 0.913 \quad \therefore \quad q_{uy} = (1 - \kappa) \times 1.097 = 95 \text{ Kg/m}$$

El momento negativo se obtiene :

$$M_{uy}^- = q_{uy} L_y^2 / 12 = - 230 \text{ Kg/m}$$

Se compara :  $0.75 \times 230 < 789,8 \text{ Kg/m}$   $\therefore$  el borde sobre la viga 8 se debe suponer empotrado.

Por lo tanto, el caso 6 resulta el definitivo para determinar los momentos positivos en el tramo, aplicando los coeficientes de Marcus. Los valores resultantes se detallan en la Tabla anterior, con las reacciones y los momentos obtenidos. El razonamiento es el mismo para la placa 6, por simetría.

A continuación se equilibran los momentos por continuidad sobre las vigas intermedias entre las placas, recordando que el momento del volado es siempre invariable. Se obtiene :

Viga	Momentos negativos definitivos
V3-V6	$M_{uy}^- = -(1.984 + 923)/2 = -1.453 \text{ Kg/m}$
V4-V5	$M_{uy}^- = -(1.984 + 230)/2 = -1.107 \text{ Kg/m}$
V13-V16	$M_{ux}^- = -(1.687 + 751)/2 = -1.219 \text{ Kg/m}$
V14	$M_{ux}^- = -751 \text{ Kg/m}$
V15	$M_{ux}^- = -643 \text{ Kg/m}$

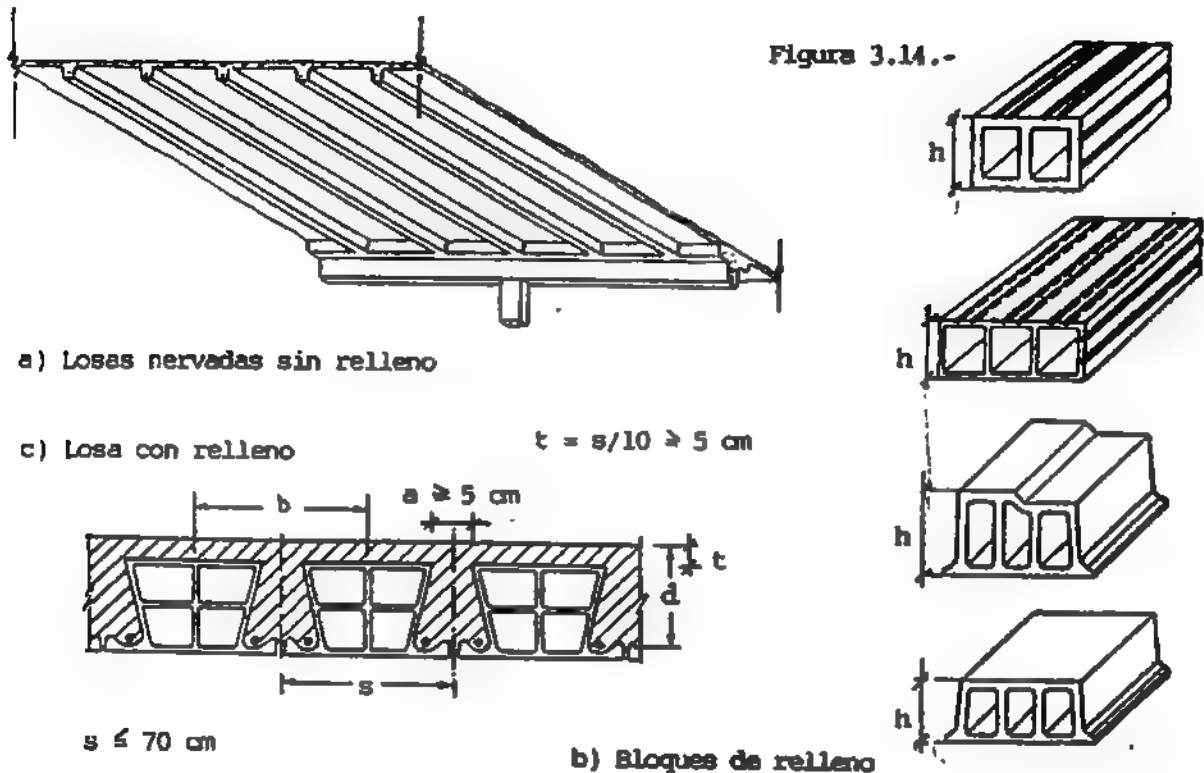




### 3.4.- ENTREPISOS ALIVIANADOS NERVADOS

Para disminuir el peso propio de los entrepisos, especialmente en aquellos casos de espesores considerables, se los construye con nervios distantes no más de 70 cm entre sí, como muestra la figura 3.14.

Los espacios entre nervios pueden dejarse libres, como en el esquema a) o rellenarse con materiales livianos premoldeados huecos, estáticamente inactivos, como los ladrillos del esquema b).



Estos bloques reemplazan el área traccionada del concreto, otorgando al mismo tiempo a los entrepisos una buena aislación térmica y acústica. La ejecución de las losas es sencilla, ya que los ladrillos se colocan directamente apoyados sobre los encofrados o soportados por viguetas, debidamente alineados y se vacía luego el concreto formando los nervios y las losas, de modo de lograr un todo monolítico.

Los espesores mínimos de la capa de concreto superior, y la distancia libre entre bloques se indica en el esquema c). Para poder absorber posibles momentos de empujamiento parcial en los bordes, se coloca una franja maciza de concreto junto a los lados simplemente apoyados en los muros o las vigas perimetrales, de 10 cm de ancho como mínimo.

De modo similar, en las losas o placas alivianadas continuas o empotradas en muros, se debe macizar toda la zona de momentos negativos. El diseño de este tipo de entrepisos se realiza en forma idéntica a los macizos, tomando en consideración franjas de 1 m de ancho en direcciones ortogonales. La diferencia radica en que el acero de refuerzo no se distribuye uniformemente en la superficie, sino que se concentra en los nervios, donde se colocan 1 o 2 barras, correspondientes al acero principal.

En la capa de compresión superior, de espesor no menor a 5 cm, se debe colocar una armadura mínima de repartición, por retracción y temperatura, como la indicada en la Sección 2.4. Cuando la separación entre nervios sea mayor a 40 cm, se deben colocar estribos de barras con diámetro  $\geq 1/4"$  cada 25 cm como mínimo.

Las losas nervadas armadas en una sola dirección, deben llevar nervios transversales en los siguientes casos :

Hasta 4 m de luz : 1 nervio transversal

Hasta 6 m de luz : 2 nervios transversales

Estos nervios tendrán iguales dimensiones y armadura que los nervios longitudinales, incluyendo los estribos.

Por otra parte, cuando se utilizan bloques de relleno, éstos deben cumplir con las especificaciones de las normas, que exigen una resistencia a la compresión de los mismos no inferior a la del concreto. para evitar su rotura por excesivos esfuerzos de compresión, por encima o por debajo del eje neutro, según el caso. Ver la figura 3.15.

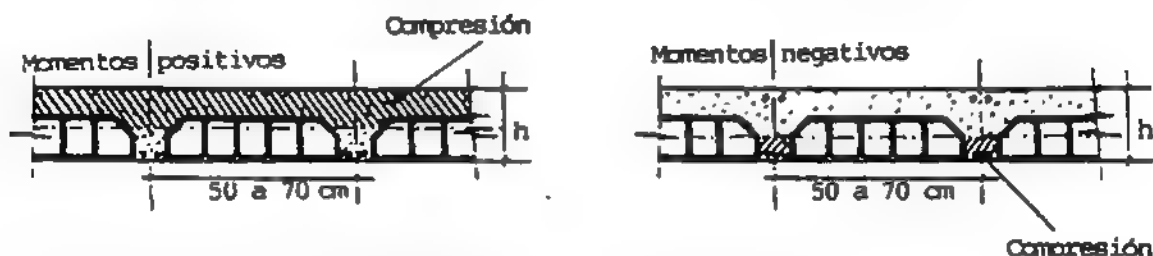


Figura 3.15.- Losas nervadas en zonas de momentos positivos y negativos

El esquema a) muestra el eje neutro cortando el bloque hueco, con la zona superior comprimida (caso de momentos positivos) y el esquema b), con la zona superior traccionada (momentos negativos). (Ref. 18).

Los entrepisos alivianados pueden ser placas trabajando en direcciones ortogonales. En ese caso, se pueden usar bloques de relleno o formaletas (moldes) especialmente diseñados, que se disponen adecuadamente en planta, antes de vaciar el concreto. Quedan así definidos nervios perpendiculares que descansan en las vigas perimetrales o directamente sobre columnas, como muestra la figura 3.16, de una placa alivianada sin vigas.

En estos casos las formaletas deben lubricarse correctamente antes del vaciado del concreto, de modo de poder despegarlas con facilidad luego que el concreto ha fraguado y endurecido. El resultado es un entrepiso de alto valor estético. El área cercana a las columnas debe macizarse, para evitar el punzonado. Ver la Sección 5.5. En zona sísmica, sin embargo, este tipo de entrepiso no es recomendable, por la dificultad existente de crear pórticos definidos resistentes a cargas laterales.

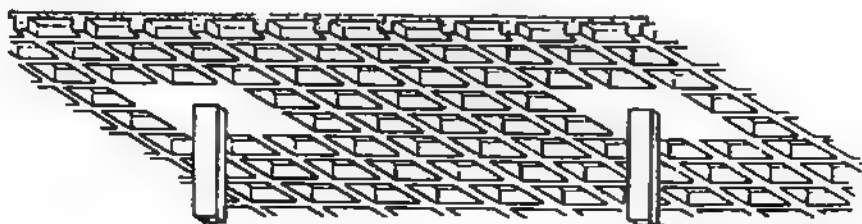


Figura 3.16.- Entrepiso de placas alivianadas  
(Tipo Waffle)

Este tipo de entrepisos tampoco debe utilizarse en el caso de cargas vibratorias directamente aplicadas sobre ellos, ni de cargas concentradas de considerable magnitud.

### 3.5.- ENTREPISOS MACIZOS SIN VIGAS

Los entrepisos sin vigas son placas que descansan directamente sobre columnas aisladas, sin la presencia de vigas. La conexión entre las columnas y la placa debe ser rígida. Existen varios tipos diferentes de entrepisos sin vigas :

#### ENTREPISOS SIN VIGAS

- Apoyados directamente sobre las columnas
- Con columnas con capiteles
- Apoyados sobre ábacos intermedios
- Con columnas con capiteles y ábacos

La figura 3.17 grafica estas posibilidades. El capitel es un ensanchamiento de la cabeza de la columna, definiendo un perfil fungiforme. El ábaco es una placa de limitadas dimensiones que conecta la cabeza de la columna o capitel con la placa de entrepiso, con el objeto de incrementar su resistencia.

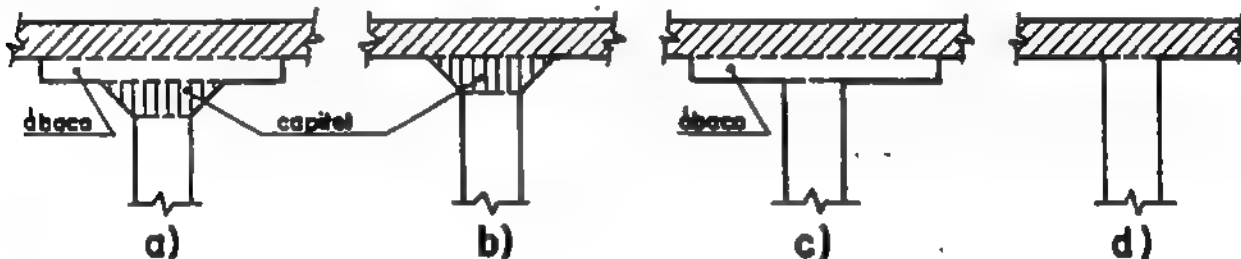


Figura 3.17.

El espesor mínimo de los entrepisos sin vigas será igual al de las placas macizas y se exige además :

Placas sin vigas ni ábacos .....  $h \geq 12 \text{ cm}$

Placas sin vigas con ábacos que se ajusten a las exigencias \* .....  $h \geq 10 \text{ cm}$

\* (Ref. 1 Sec. 9.5.3.2) Las exigencias son : (Ver fig. 3.18)

- a) Los ábacos deben extenderse desde el eje de los apoyos una distancia no menor a  $1/6$  de la luz correspondiente a cada dirección, entre centros de apoyos
- b) La altura o espesor de los ábacos es por lo menos igual a  $1/4$  del espesor de la placa.

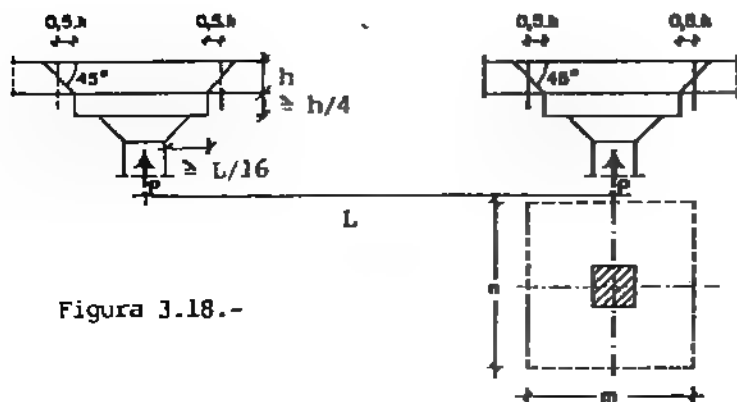
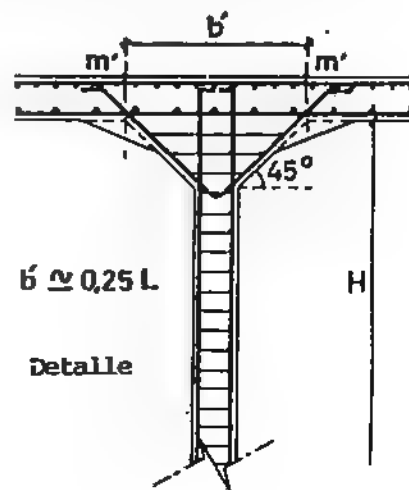
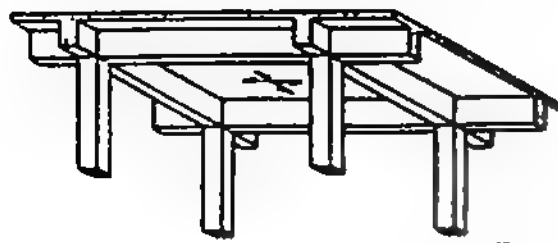
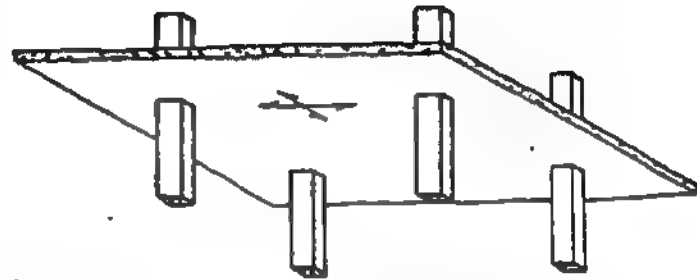


Figura 3.18.-

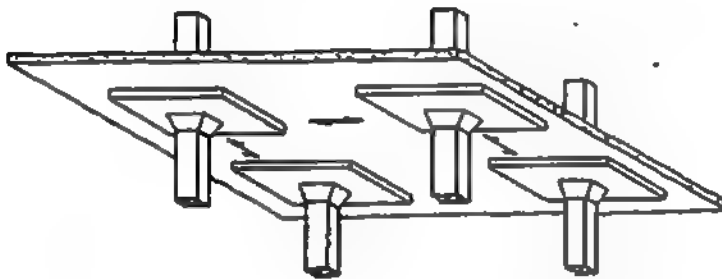




a) Entrepiso convencional con placas y vigas



b) Entrepiso sin vigas apoyado directamente sobre las columnas



c) Entrepiso sin vigas con ábacos y capiteles

La figura 3.19 grafica diferentes tipos de entrepisos, y la forma de trabajo de las placas. En el caso de entrepisos sin vigas, uno de los principales problemas consiste en la transferencia de las cargas a los apoyos, mediante flexión, corte y torsión.

Los momentos flectores son debidos a la acción de las cargas gravitacionales centradas y excéntricas, y de las cargas laterales que solicitan la estructura. Parte de este momento es transferido por una excentricidad de la reacción vertical de la columna que da lugar a esfuerzos cortantes variables en la placa alrededor de la columna, y el resto produce flexión local en la zona de la placa alrededor de la columna, como muestra la figura 3.20.

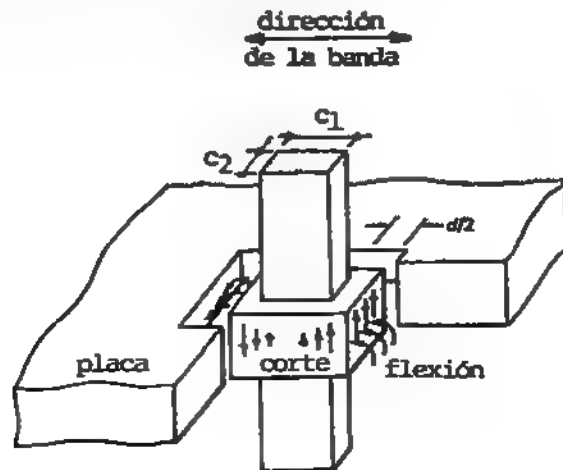


Figura 3.20.- Transferencia de momentos entre la placa y la columna.

La sección crítica por corte se la considera actuando a distancia  $d/2$  de cada cara de columna como se ve en la figura 3.20. El análisis y diseño de los entrepisos sin vigas se realiza usualmente mediante los criterios simplificados de suponer las placas divididas en franjas o bandas paralelas como muestra la figura 3.21.

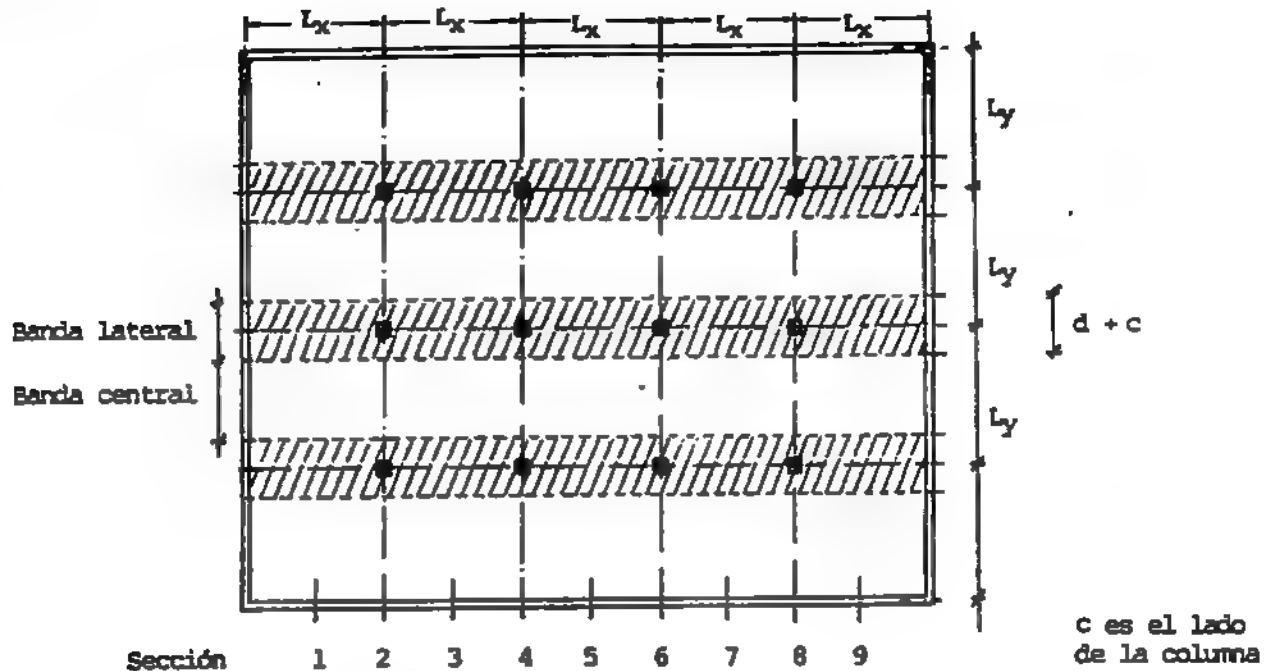


Figura 3.21.-

De esta manera, se calculan los momentos flectores correspondientes a las franjas centrales y laterales. Las franjas laterales son las que se apoyan sobre cada columna y están comprendidas entre dos líneas paralelas ubicadas a una distancia de 1,5 veces el espesor de la placa o ábaco, medida desde afuera de las caras opuestas de la columna.

Estas franjas se indican en la figura. Las bandas centrales son las comprendidas entre las laterales. La distribución, longitud de anclaje y doblado de las barras de la armadura resistente en las bandas indicadas se especifica en la figura 3.22.

Cuando la placa forma parte de un pórtico que soporta cargas laterales, no pueden utilizarse las ubicaciones de dobleces y extensiones de las barras de la figura 3.22, sino que éstas deben ser determinadas por el análisis, tanto para la armadura superior como para la inferior.

Uno de los métodos de diseño usuales para este tipo de entrepisos macizos sin vigas, es el del pórtico sustituto, mostrado en la figura 3.23. Estos pórticos se forman con la unión de las columnas (con o sin capiteles o ábacos), con la colaboración de las placas, en la dirección considerada, en un ancho igual a la mitad de las luces libres entre ejes de columnas, en la dirección perpendicular analizada.

De esta manera, estos pórticos sustitutos o virtuales se calculan independientemente entre sí, con la condición de cargas que resulta más desfavorable. En cada caso, la rigidez de las columnas se calcula en la forma usual, y la rigidez relativa de la placa se obtiene :

$$K_{\text{placa}} = \frac{11 E_c I}{L'} \quad (3.18)$$

T A B L A 3.5

**DISTANCIAS MINIMAS PARA UBICAR PUNTOS DE DOBLEZ Y MINIMAS PROLONGACIONES DE LA ARMADURA EN ENTREPIOS SIN VIGAS**

FRANJA DE COLUMNA			FRANJA CENTRAL	
CLASE DE BARRAS	UBICACION	PORCENTAJE MINIMO $A_s$ EN LA SECCION	SIN ABACO	CON ABACO
BARRAS RECTAS	SUPERIOR	50 Resistente		
	INFERIOR	50 Resistente		
	SUPERIOR	50 Resistente		
	INFERIOR	50 Resistente		
BARRAS DOBLADAS *	SUPERIOR	50 Resistente		
	INFERIOR	50 Resistente		
	SUPERIOR	50 Resistente		
	INFERIOR	50 Resistente		
BARRAS RECTAS	SUPERIOR	100		
	INFERIOR	50 Resistente		
	SUPERIOR	50 Resistente		
	INFERIOR	50 Resistente		

ξ Apoyo exterior  
(Sin continuidad de losa)

ξ Apoyo interior  
(Con continuidad)

Apoyo exterior ξ  
(Sin continuidad de losa)

Luz libre  $l_n$

Cara del apoyo

Luz centro a centro  $l$

Luz libre  $l_n$

Cara del apoyo

Luz centro a centro  $l$

Luz libre  $l_n$

Cara del apoyo

Luz centro a centro  $l$

\* Pueden utilizarse barras dobladas en los apoyos exteriores si se hace un análisis general

IDENT.	LONGITUD DE LA BARRA DESDE LA CARA DEL APOYO						
	LONGITUD MINIMA			LONG. MAXIMA			
LONG.	$0.14 l_n$	$0.20 l_n$	$0.22 l_n$	$0.30 l_n$	$0.33 l_n$	$0.20 l_n$	$0.24 l_n$

Figura 3.22.-

El porcentaje de los momentos del pórtico virtual que corresponde a cada banda se indica en la Tabla 3.6 al pie.

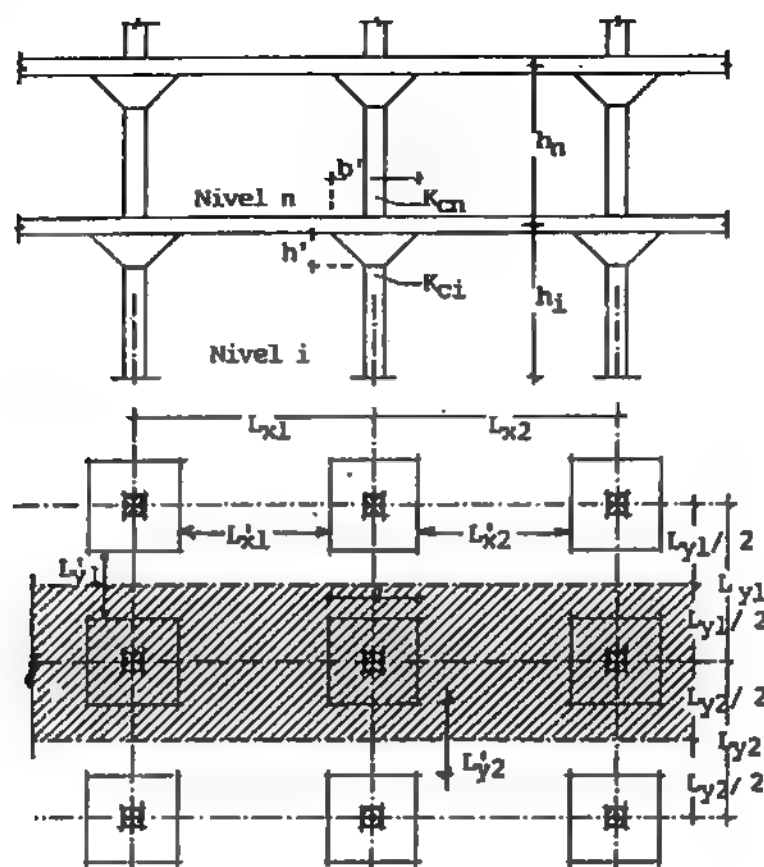


Figura 3.23.-

T A B L A 3.6

Posición de la banda	% de momentos negativos	% de momentos positivos	Observaciones
Banda lateral	76	60	En el interior del entrepiso
Banda central	24	40	
Banda lateral (A)	38	30	En el borde del entrepiso
Banda lateral (B)	19	15	

(A) Placa apoyada en el borde sobre soporte sin vigas

(B) Placa apoyada en el borde sobre muro de concreto o sobre soportes de vigas con altura por lo menos igual a 3 veces la de la placa.

En los entrepisos sin vigas, se deben verificar los esfuerzos de punzonado. Para esto ver Sección 5.5. Cuando estos esfuerzos sobrepasan los admisibles, se debe aumentar el espesor de la placa o las dimensiones de las columnas y/o capiteles.

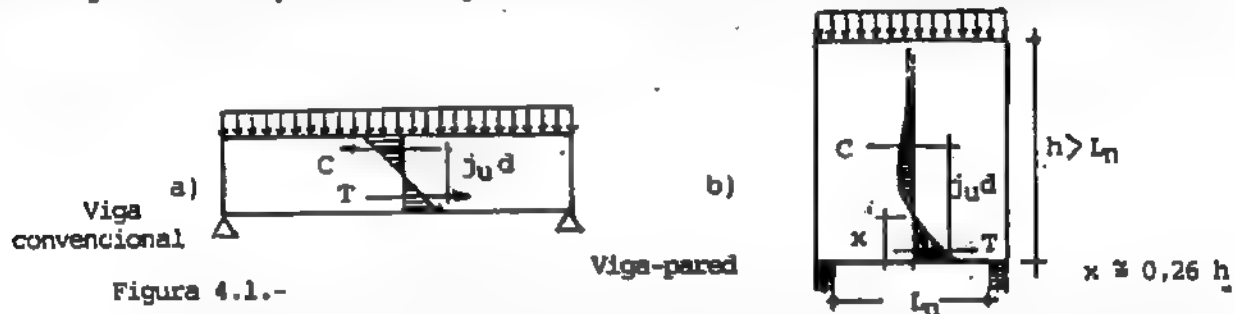
## Vigas-Pared

### 4.1.- CRITERIOS DE DISEÑO

Se designan por vigas pared o vigas diafragma las vigas de gran altura cargadas en compresión en el borde opuesto a los apoyos, que cumplen la relación ;

$$\frac{\text{Luz libre}}{\text{Altura Útil}} = \frac{L_n}{d} < 5 \quad (4.1)$$

Algunos autores, sin embargo, limitan esta relación a 2,5 (Ref. 21). En las vigas pared no son más aplicables los criterios de la teoría clásica de flexión, que se esquematizan en el caso-a) de la figura 4.1, cumpliendo la hipótesis de Navier-Bernoulli en régimen elástico.

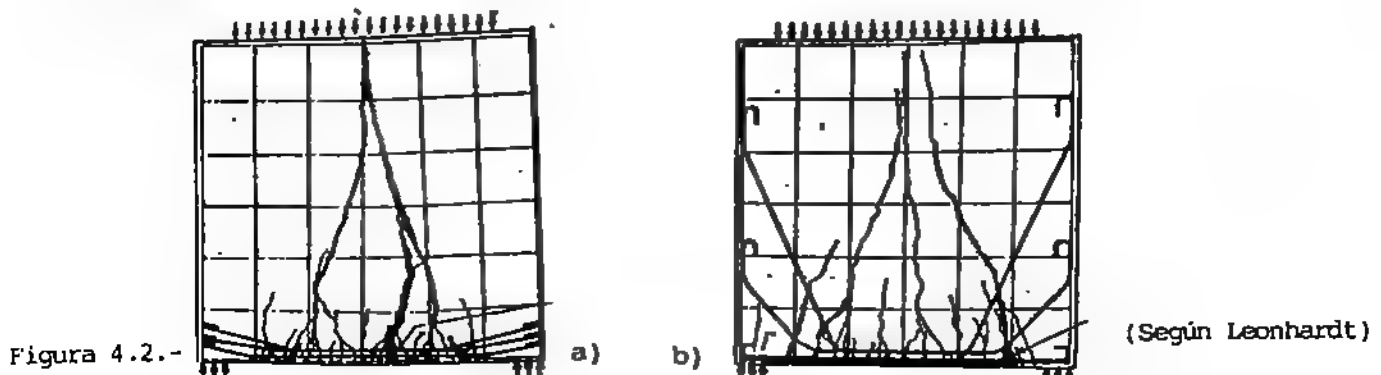


A medida que la relación  $L_n/d$  disminuye, la distribución de los esfuerzos se asemeja a la mostrada en el esquema b), donde el eje neutro puede adoptar diferentes posiciones. Si la magnitud de la carga uniformemente distribuida aplicada en el borde superior se incrementa, la viga incurre en rango inelástico, con agrietamiento del concreto, y el comportamiento del miembro cambia drásticamente, adquiriendo mayor importancia el estado tensional en tracción junto al borde inferior, hasta la falla, la cual puede sobrevenir por las siguientes causas :

- Cedencia del acero longitudinal
- Falla por corte
- Aplastamiento en los apoyos
- Aplastamiento junto al borde comprimido

#### A) Cedencia del Acero Longitudinal

El tipo de falla de una viga de gran peralte por la cedencia del acero longitudinal se muestra en la figura 4.2. Debido a la considerable altura del miembro, la cuantía del acero a tracción colocado junto al borde inferior es reducida, por lo cual esta falla es usual en este tipo de vigas.





El caso a) de la figura muestra la viga con acero longitudinal recto, y el b) con barras dobladas. En el primer caso, la rotura del concreto se evidencia en la mitad de la luz, y en el segundo, donde se doblan las barras. Esto demuestra que al doblar el acero, se debilita la resistencia del concreto en esa zona y el comportamiento del miembro se asemeja al de un arco atensorado, donde los esfuerzos de tracción son uniformes en toda la luz de la viga y no disminuyen a medida que se aproximan a los apoyos, como en el caso de las vigas convencionales. En ambas pruebas, la magnitud de la carga actuando sobre la viga resultó 4,5 veces mayor que la que produce la falla en una viga normal.

#### B).- Falla por Corte

En este caso la falla se produce según el tipo de corte por tracción diagonal, y es de tipo frágil. Se la indica en la figura 4.3. Aquí las fisuras se originan según la configuración de un arco atensorado, en la zona donde los esfuerzos de tracción son máximos, uniendo los puntos de aplicación de las cargas con los apoyos.

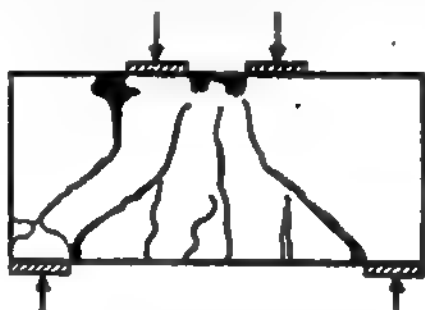


Figura 4.3.-

(Según De Paiva y Siess)

Adicionalmente, se produce el deslizamiento relativo entre las barras del refuerzo longitudinal en las zonas de los apoyos. Para evitar esta falla, es conveniente colocar estribos verticales en el miembro, y aumentar el espesor de la viga pared cuando los esfuerzos cortantes alcanzan considerables magnitudes.

#### C).- Aplastamiento del concreto en los apoyos

Las reacciones en los apoyos producen grandes concentraciones de esfuerzos en las áreas cercanas, los cuales pueden romper el concreto por excesiva compresión, cuando se supera la resistencia de éste al aplastamiento.

La figura 4.4 muestra este tipo de falla, donde las grietas se forman en el plano de contacto de la viga con los apoyos. De ahí la conveniencia de colocar refuerzo adicional en esta zona.

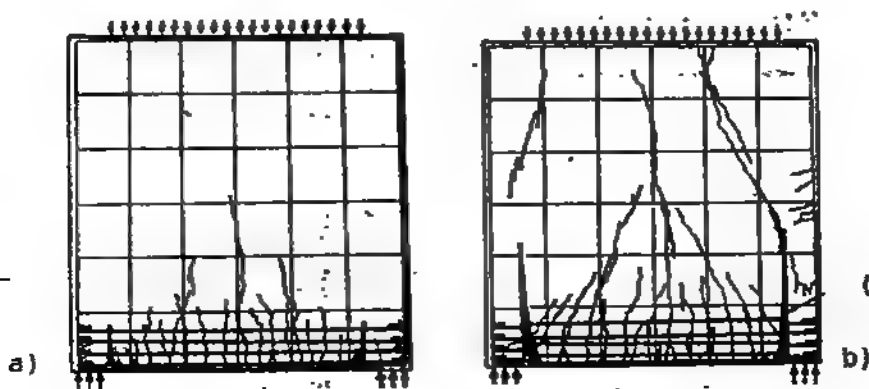


Figura 4.4.-

(Según Leonhardt)

#### D) Aplastamiento junto al borde comprimido

Esta falla es similar a la que ocurre en las vigas convencionales de altura normal. La diferencia consiste en que en las vigas de gran altura el aplastamiento junto al borde comprimido sobreviene luego de grandes deflexiones inelásticas. Ver figura 4.5.

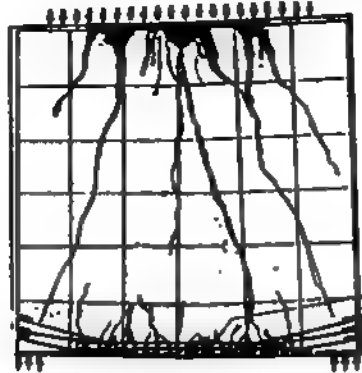


Figura 4.5.-

En estos casos, la falla es acompañada por la aparición de grietas por corte antes de que se produzca el aplastamiento y desmenuzamiento del borde superior, junto a una explosión del concreto en esa zona.

#### 4.2.- RESISTENCIA A FLEXION DE LAS VIGAS-PARED

Debido a la gran altura de este tipo de vigas, el brazo elástico interno aumenta y se reduce la cantidad de acero a flexión. Por ello, Leonhardt aconseja usar un procedimiento de diseño que consiste en fijar la altura del brazo elástico en las vigas simplemente apoyadas igual a :

$$j_u d = 0,6 h \quad \text{para} \quad L_n/h \geq 1 \quad (4.2)$$

$$j_u d = 0,6 L_n \quad \text{para} \quad L_n/h < 1 \quad (4.3)$$

Otro criterio (Ref. 20) consiste en suponer en el diseño :

$$j_u d = 0,2 (L_n + 2h) \quad \text{para} \quad 1 < L_n/h \leq 2 \quad (4.4)$$

$$j_u d = 0,6 L_n \quad \text{para} \quad L_n/h \leq 1 \quad (4.5)$$

Para diferentes tipos de apoyos (vigas simplemente apoyadas o continuas), el valor de  $j_u d$  se obtiene también del gráfico de la figura 4.6.

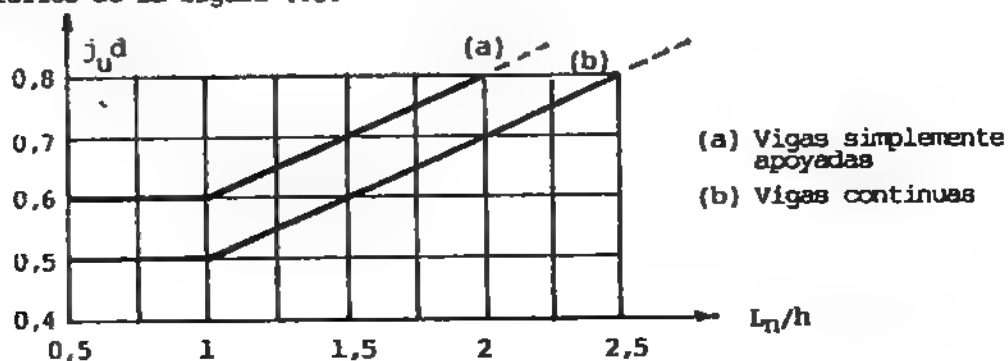


Figura 4.6.- Brazo del par interno  $j_u d$  en vigas de gran altura

ma usual : Una vez determinado el brazo  $j_u d$ , el acero necesario a flexión se calcula en la forma usual :

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d} \quad \text{para } \phi = 0.9$$

El acero obtenido mediante la ecuación anterior se reparte en una altura de 0,15 a 0,2 h a partir del borde inferior de la viga. Es preferible utilizar barras delgadas sin ganchos para evitar los problemas de anclaje y desgarramiento del concreto. Ver figura 4.7.

Por otra parte, el espesor de la viga debe ser suficiente para evitar el pandeo lateral del miembro. Por ello se acepta :

$$\begin{aligned} b &= 20 \text{ cm} & \text{para} & \quad h = 3 \text{ m} \\ b &> 20 \text{ cm} & \text{para} & \quad h > 3 \text{ m} \end{aligned}$$

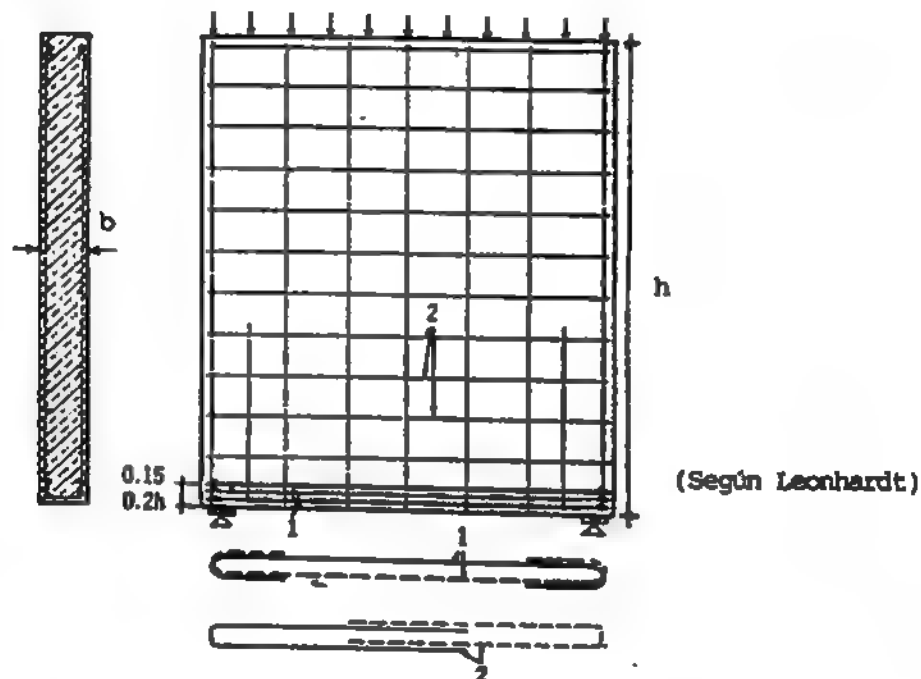


Figura 4.7.-

Para evitar que se produzca el aplastamiento del concreto, se debe verificar que el máximo esfuerzo de compresión en los apoyos no supere el  $0.5 f'_c$ .

En general, para que se cumpla esta condición, es conveniente que el valor de la carga uniformemente distribuida sobre el borde superior de la viga no supere el siguiente límite :

$$q_u = 0.8 \phi b_w h f'_c / l_n \quad \text{para } \phi = 0.85 \quad (4.6)$$

de modo de disminuir los esfuerzos diagonales de compresión. En el caso en que estos esfuerzos sean superados, es conveniente colocar vigas transversales de similares dimensiones o nervios intermedios, que actúan como rigidizadores y aseguran la resistencia y estabilidad de las vigas. Cuando estos refuerzos se colocan sobre los apoyos, se calculan como columnas axialmente cargadas que incrementan la resistencia al aplastamiento del miembro de gran altura. Ver la figura 4.8.

En el caso de vigas de gran altura continuas, el acero positivo en la mitad del tramo se coloca a lo largo de la luz en forma idéntica a las vigas convencionales, anclando todas las barras en zona comprimida, como se indica en la Sección 2.3.

En el caso de vigas pared continuas, se recomienda (Ref. 21) adoptar los siguientes valores del brazo resistente interno :

$$j_{ud} = 0.2 (L_n + 1.5 h) \quad \text{para} \quad 1 \leq L_n/h \leq 2.5 \quad (4.7)$$

$$j_{ud} = 0.5 L_n \quad \text{para} \quad L_n/h < 1 \quad (4.8)$$

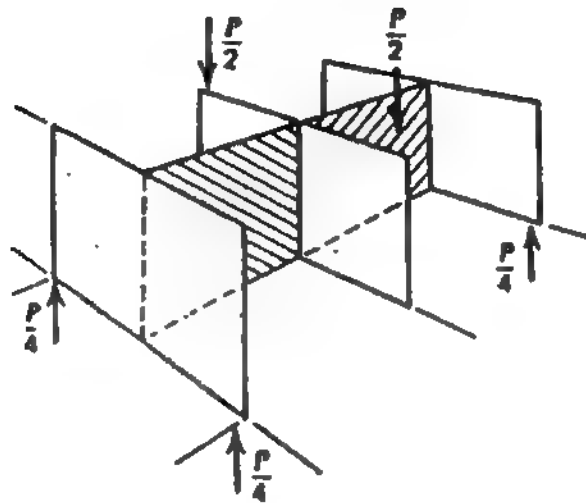


Figura 4.8.-

Según Park & Paulay, la distribución sugerida del refuerzo a flexión del acero negativo sobre los apoyos, en vigas de gran peralte continuas, es la indicada en la figura 4.9, según la cual para un acero total  $A'_s$  se debe cumplir :

$$A'_{s1} = 0.5 \left( \frac{L_n}{h} - 1 \right) A'_s \quad (4.9)$$

Este acero  $A'_{s1}$  se distribuye en una altura  $0.2 h$  medida desde el borde superior de la viga. El acero restante :

$$A'_{s2} = A'_s - A'_{s1} \quad (4.10)$$

se debe colocar en una franja inferior adyacente, de altura  $0.6 h$ . Ver figura 4.9.

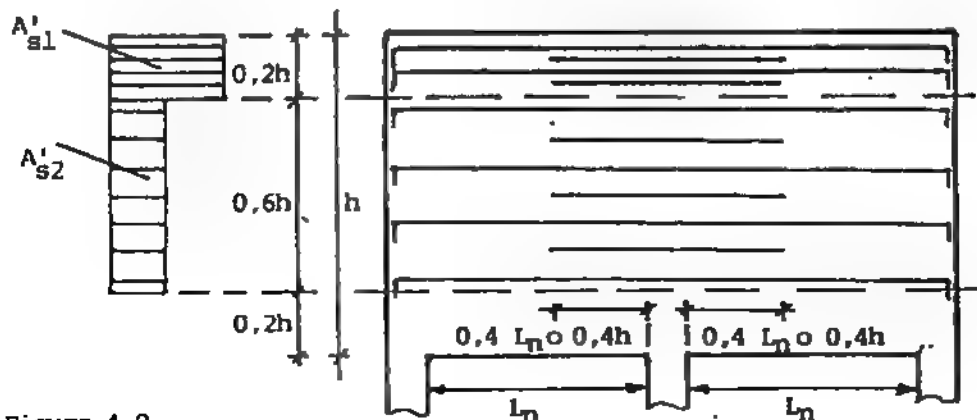


Figura 4.9.-

La mitad del acero negativo  $A'_s$  que se coloca en la viga, debe continuarse en todas las luces adyacentes, mientras que el restante 50% se corta a distancia  $0.4 L_n$  o  $0.4 h$ , la que sea menor medida desde la cara del soporte. En caso en que  $h > L_n$ , sólo es necesario colocar el acero negativo en la altura superior, a  $0.2 h$ .

#### 4.3.- RESISTENCIA AL CORTE DE LAS VIGAS-PARED

La resistencia al corte de las vigas-pared se basa en los resultados experimentales de ensayos de laboratorio con vigas de este tipo cargadas uniformemente en su borde superior. Si las cargas son laterales o aplicadas en el borde inferior, las disposiciones para corte deben cumplir las mismas especificaciones que las vigas convencionales.

Pero a medida que la relación  $L_n/h$  disminuye, la resistencia al corte de los miembros aumenta en relación al corte que produce la fisuración en las vigas comunes.

El diseño de las vigas-pared para resistir el corte se basa en las ecuaciones 2.42 :

$$V_u \leq \phi V_n \quad V_n = V_c + V_s$$

Se debe cumplir :

$$V_n \leq 2,1 \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{para } L_n/d < 2 \quad (4.11)$$

$$V_n = 0,18 (10 + L_n/d) \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{para } 2 \leq L_n/d < 5 \quad (4.12)$$

La sección crítica para corte medida desde la cara del apoyo se tomará a una distancia  $a = 0,15 L_n$  para vigas uniformemente cargadas, y de  $0,5 a$  para vigas con cargas concentradas, pero en ningún caso mayor a  $d$ . Ver figura 4.10.

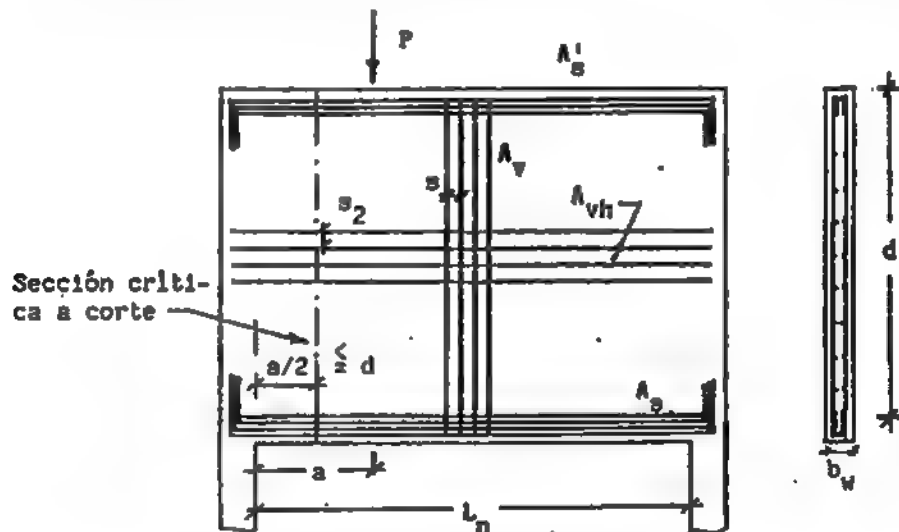


Figura 4.10.- Resistencia a corte de vigas-pared.

La resistencia al corte correspondiente al concreto cumplirá en todos los casos :

$$V_c \leq 0,53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.13)$$

La resistencia del concreto también puede obtenerse de la siguiente ecuación :

$$V_c = (3,5 - 2,5 M_u/V_u d) (0,5 \sqrt{f'_c} + 176 \rho_w V_u d / M_u) b_w d \quad (4.14)$$

debiéndose cumplir las siguientes condiciones :

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d} \quad \begin{cases} (3,5 - 2,5 M_u / V_u d) \leq 2,5 \\ V_c \leq 1,6 \sqrt{f'_c} b_w d \end{cases} \quad (4.15)$$

$$(4.16)$$

Las ecuaciones 4.14 y 4.15 evidencian el incremento a la resistencia cortante de las vigas de gran altura, en relación a la de las vigas convencionales, expresada por ec. 4.13.

Esto significa que la magnitud necesaria de la fuerza cortante que produce la fisuración diagonal en las vigas-pared, se obtiene incrementando el valor del corte que produce un efecto similar en las vigas comunes, según un factor de mayoración indicado en las ecuaciones 4.15 y 4.16.  $M_u$  es el momento mayorado que ocurre simultáneamente con  $V_u$  en la sección crítica.

Cuando la fuerza cortante mayorada  $V_u$  exceda la resistencia al corte  $\phi V_c$ , se deben disponer armaduras de corte, en las cuales la resistencia al corte  $V_g$  se obtiene :

$$V_g = \left[ \frac{A_v}{s} \left( \frac{1 + L_n/d}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_2} \left( \frac{11 - L_n/d}{12} \right) \right] f_y d \quad (4.17)$$

$A_v$  es el área de las armaduras de corte verticales (perpendiculares a las armaduras de flexión en tracción) con separación  $s$ .  $A_{vh}$  es el área de las armaduras de corte horizontales (paralelas a las de flexión) colocadas con separación  $s_2$ .

El área de las armaduras de corte  $A_v$  deberá cumplir :

$$A_v \geq 0.0015 b s \quad (4.18)$$

para :  $s \leq \begin{cases} d/5 \\ 35 \text{ cm} \end{cases} \quad (4.19)$

y el área de las armaduras de corte  $A_{vh}$  será :

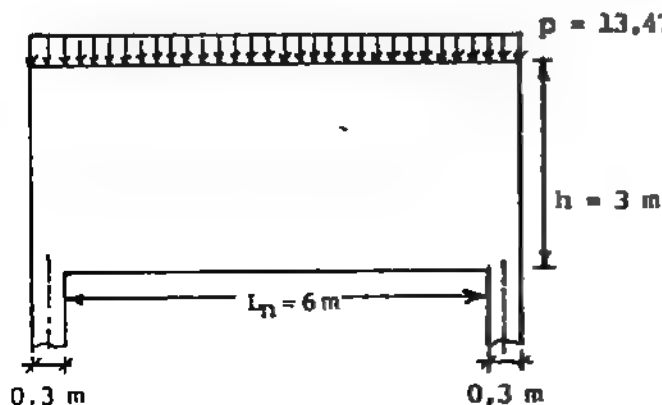
$$A_{vh} \geq 0.0025 b s_2 \quad (4.20)$$

para :  $s_2 \leq \begin{cases} d/3 \\ 35 \text{ cm} \end{cases}$

Las armaduras de corte que se requieren en la sección crítica, se utilizarán a lo largo de toda la viga de gran canto.

#### EJEMPLO 4.1.- DISEÑO DE VIGA DE GRAN ALTURA

Diseñe la viga-pared simplemente apoyada, para :  $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$   $b = 20 \text{ cm}$   
 $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$



$$L_n/h = 6/3 = 2$$

Según ec. 4.2 :  $j_u d = 0.6 h = 1,8 \text{ m}$

#### Análisis de cargas

Peso propio de la viga :

$$q_u = 0,2 \times 3 \times 2.500 \times 1,4 = 2.100 \text{ Kg/m}$$

Sobrecarga variable :

$$P_u = 13.470 \times 1,7 = 22.900 \text{ Kg/m}$$

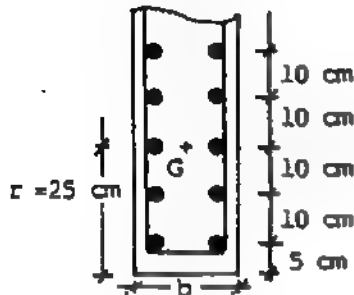
Carga total .....  $q_u = 25.000 \text{ Kg/m}$

a) Diseño por flexión

$$M_u = q_u L^2 / 8 = 25 \times 6,3^2 / 8 = 124 \text{ tm}$$

$$A_s = \frac{M_u}{0,9 f_y j_u d} = 124 \times 10^5 / (0,9 \times 4.200 \times 180) = 18,22 \text{ cm}^2$$

∴ colocar : 10  $\phi$  5/8" (19,8 cm<sup>2</sup>) a distribuir en altura 0,15 h = 45 cm



El baricentro de las barras se halla a una altura :

$$r = 25 \text{ cm} \quad \text{como muestra la figura}$$

$$\therefore d = 300 - 25 = 275 \text{ cm}$$

Resulta una cuantía geométrica :

$$\rho_w = \frac{A_s}{b d} = \frac{19,8}{20 \times 275} = 0,0036$$

b) Verificación del aplastamiento en el apoyo

$$f_c \text{ adm apl} = 0,5 f'_c = 140 \text{ Kg/cm}^2$$

$$V_u = q_u L / 2 = 25.000 \times 6,3 / 2 = 78.750 \text{ Kg}$$

$$f_c \text{ apl} = \frac{78.750}{30 \times 20} = 131,25 < 140 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{Correcto}$$

c) Verificación a corte

La sección crítica a corte se ubica a distancia  $a$  de la cara del apoyo :

$$a = 0,15 L_n = 90 \text{ cm}$$

y el momento crítico en esa sección vale :

$$M_{\text{crit}} = 78.750 \times 0,9 - 25.000 \times 0,9^2 / 2 = 60.750 \text{ Kgm}$$

$$V_{\text{crit}} = 78.750 - 25.000 \times 0,9 = 56.250 \text{ Kg}$$

La fuerza de corte en el concreto se obtiene de la ec. 4.14 :

$$V_c = (3,5 - 2,5 \times 60.750 / 56.250 \times 2,75) (0,5 \sqrt{f'_c} + 176 \rho_w V_u d / M_u) b_w d$$

De ec. 4.15 :

$$3,5 - 2,5 \times 60.750 / 56.250 \times 2,75 = 2,518 < 2,5 \quad \text{No cumple}$$

Por lo tanto se adopta el factor de magnificación igual a 2,5.

$$V_c = 2,5 (0,5 \sqrt{280} + 176 \times 0,0036 \times 56.250 \times 2,75 / 60.750) \times 20 \times 275 = 137.224 \text{ Kg}$$

De ec. 4.16 :

$$V_c \text{ adm} = 1,6 \sqrt{f'_c} b_w d = 1,6 \sqrt{280} \times 20 \times 275 = 147.252 \text{ Kg} > 137.224 \text{ Kg} \quad \text{Correcto}$$

Como :  $V_{\text{crit}} < \phi V_c = 0,85 \times 137.224 = 116.640$  no necesita armadura por corte

∴ se coloca el refuerzo mínimo en el alma a corte.

El refuerzo vertical mínimo por corte resulta de ecs. 4.18 y 4.19 :

$$A_v \geq 0,0015 b s$$

$$s = \frac{d}{5} = 275 / 5 = 55 \text{ cm} \leq 35 \text{ cm}$$

Se adopta :  $s = 35 \text{ cm}$

$$\therefore A_v \geq 0,0015 \times 20 \times 35 = 1,05 \text{ cm}^2$$

Se eligen estribos cerrados de 2 ramas de  $\phi 3/8"$ . Resulta :  $A_v = 1,42 \text{ cm}^2$

El refuerzo horizontal mínimo por corte se obtiene de ecs. 4.20 y 4.21.

$$A_{vh} \geq 0,0025 b s_2$$

$$s_2 = \frac{d}{3} = 275 / 3 = 92 \text{ cm} \leq 35 \text{ cm}$$

Se adopta :  $s_2 = 25 \text{ cm}$

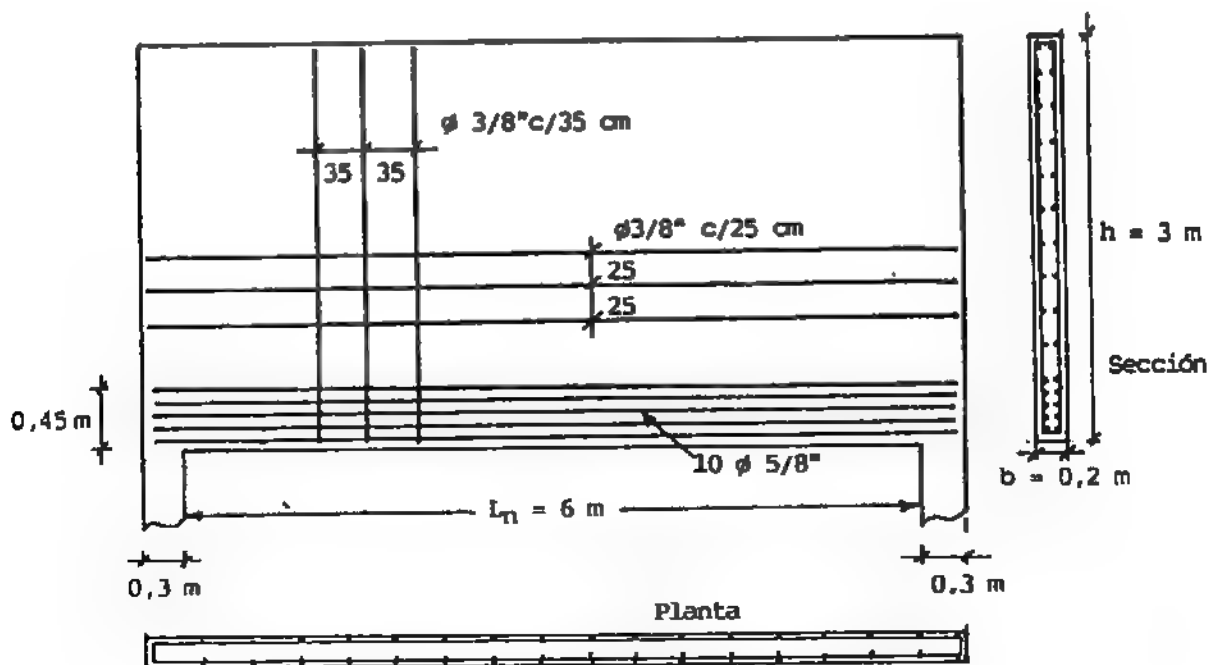
$$\therefore A_{vh} \geq 0,0025 \times 20 \times 25 = 1,25 \text{ cm}^2$$

Se eligen estribos de dos ramas cerrados de  $\phi 3/8"$ . Resulta :  $A_{vh} = 1,42 \text{ cm}^2$

Luego de diseñar los estribos, se verifica la resistencia a corte del refuerzo, con ec. 4.17. Esta verificación es obligatoria cuando el concreto no resiste por sí solo la totalidad del corte actuante, si bien en el caso de este ejemplo, puede omitirse.

$$V_s = \left| \frac{1,42}{35} \left( \frac{1 + 6/2,75}{12} \right) + \frac{1,42}{25} \left( \frac{11 - 6/2,75}{12} \right) \right| 4.200 \times 275 = 60.634 \text{ Kg}$$

La distribución del acero se indica en la figura.





## Compresión. Diseño de Columnas

### 5.1.- COMPRESION SIMPLE

Los miembros estructurales sometidos a compresión simple son los que soportan cargas axiales de compresión aplicadas en el baricentro de su sección transversal. En la práctica, no es común que un miembro soporte compresión pura, y en el diseño se exige una excentricidad mínima del 10% del lado de la sección.

El agotamiento resistente de un elemento de concreto sometido a compresión simple, para el cual su esbeltez no afecta la capacidad portante, se alcanza con las siguientes cargas mayores:

$$\text{En miembros sin armar:} \quad P_u = \phi A_g 0,85 f'_c \quad \text{para } \phi = 0,65 \quad (5.1)$$

$$\text{En columnas ligadas y zunchadas:} \quad P_u = \phi (A_c 0,85 f'_c + A_s f_y) \quad (5.2)$$

$$\text{para } \begin{cases} \phi = 0,7 \text{ en columnas ligadas} \\ \phi = 0,75 \text{ en zunchadas} \end{cases}$$

$A_g$  es el área total o área gruesa de la sección transversal.

$A_c$  es el área del concreto, y  $A_s$  el área de las barras de acero longitudinal de las columnas:

$$A_g = A_c + A_s \quad (5.3)$$

Se debe cumplir:

$$0,01 A_g \leq A_s \leq 0,08 A_g \quad (5.4)$$

En zona sísmica, se recomienda un  $A_s$  máximo:

$$A_s \leq 0,006 A_g \quad (5.5)$$

(para asegurar la ductilidad del miembro)

El número mínimo de barras longitudinales es de 4 en columnas rectangulares y de 6 en circulares. Ver la figura 5.1 El lado mínimo de las columnas rectangulares es de 20 cm con un área mínima de 600 cm<sup>2</sup>. En circulares, el radio mínimo es de 25 cm, y en cuadradas, el lado mínimo es de 25 cm. Si por razones arquitectónicas se construye una columna con una sección transversal mayor a la necesaria, se acepta:

$$A_s = 0,01 A_g \text{ necesario}$$

$$A_s \geq 0,0005 A_g \text{ adoptado}$$

siempre que resulte:

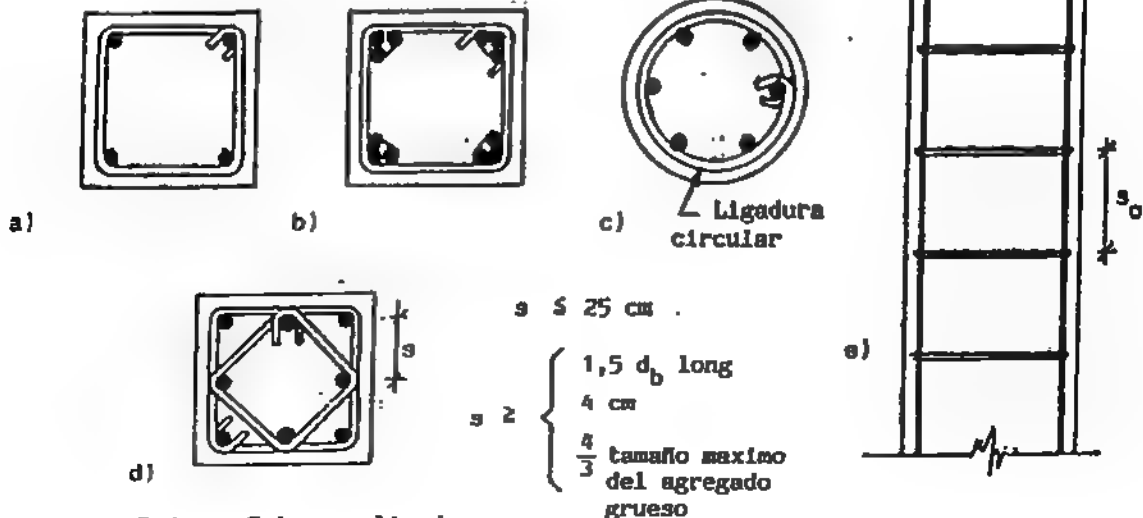


Figura 5.1. Columnas ligadas

Los diámetros de las barras longitudinales varían entre  $\phi 1/2"$  y  $2"$ , pudiéndose agrupar o agavillar hasta 3 barras, fuertemente amarradas a la esquina de la ligadura que la circunda, como muestra la figura 5.1 b). La separación libre  $s$  entre barras longitudinales, deberá cumplir las condiciones enumeradas en la figura 5.2. Toda columna debe llevar acero transversal en forma de ligaduras o zunchos.

En el caso de las columnas ligadas, las ligaduras de  $\phi 1/4"$  pueden ser lisas, pero las de diámetro mayor deben ser estriadas. El diámetro de las ligaduras depende del de las barras longitudinales de la columna, según se indica en la Tabla 5.1.

**T A B L A 5.1.-**  
**LIGADURAS EN COLUMNAS**

barras longitudinales	ligaduras
$\phi \leq 1/2"$	$\phi 1/4"$
$1/2" < \phi \leq 3/8"$	$\phi 3/8"$
$\phi > 3/8"$	$\phi 1/2"$

La separación  $s_0$  entre ligaduras debe cumplir: (Ver fig. 5.1 e)

$$s_0 \leq \begin{cases} 16 d_b \text{ del acero longitudinal} \\ 48 d_b \text{ del acero de las ligaduras} \\ \text{la menor dimensión de la sección de la columna} \end{cases}$$

Entre las funciones que cumplen las ligaduras se pueden citar:

- Confinan el concreto, otorgándole mayor ductilidad
- Mantienen el acero longitudinal en su posición, al vaciar el concreto
- Evitan el pandeo de las barras de acero longitudinal
- Hacen trabajar el concreto comprimido en forma de cubos, en lugar de prismas esbeltos

Las ligaduras se deben disponer de tal forma que cada barra longitudinal alternada y cada barra esquinera tengan un soporte lateral proporcionado por el doblez de una ligadura que tenga un ángulo interno no mayor de  $135^\circ$ . Ninguna barra sin soporte lateral estará separada de la barra soportada lateralmente más de 15 cm libres medidos sobre la ligadura. Ver figura 5.2 a) y b).

En columnas donde la geometría de la sección dificulte el arriostreamiento de las barras con ligaduras cerradas, se permite el uso de ligaduras de una rama para el soporte lateral de barras opuestas, como se muestra en la figura 5.2 d).

Para incrementar la ductilidad de las columnas ligadas, la separación  $s_0$  de las ligaduras se reduce a la mitad del valor de diseño, en una altura  $H_0$  en ambos extremos de la columna. Ver figura 5.2 e).

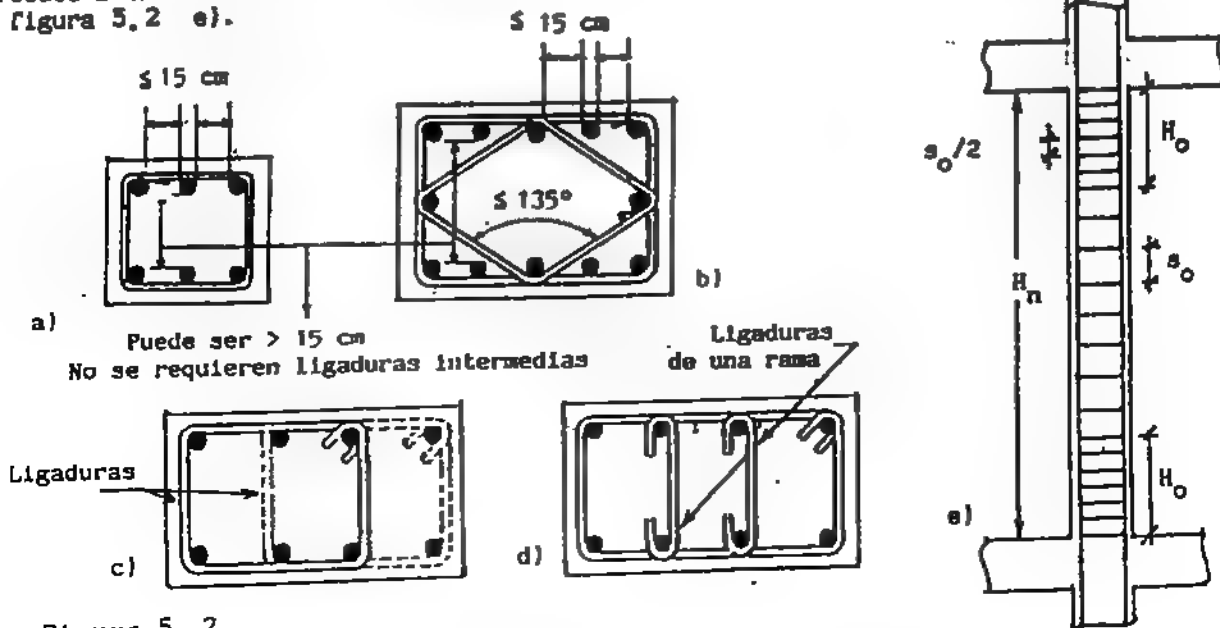


Figura 5.2.

La longitud de confinamiento  $H_o$  se tomará como la mayor dimensión entre los siguientes valores :

$$H_o \geq \begin{cases} H_n/6 \\ 45 \text{ cm} \\ \text{la mayor dimensión de la sección de la columna} \end{cases} \quad (5.6)$$

siendo  $H_n$  la luz libre de la columna.

Las columnas zunchadas son las que tienen una armadura transversal de acero en forma de hélice, rodeando las barras longitudinales. Esta hélice o zuncho aumenta la resistencia a la compresión de la pieza y evita las dilataciones transversales debidas al efecto de Poisson, pues confina el concreto del núcleo. La figura 5.3. muestra una columna zunchada. El porcentaje del refuerzo del zuncho debe cumplir :

$$\rho' = \frac{A_z}{D_n} \geq 0.45 \left( \frac{A_g}{A_n} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (5.7)$$

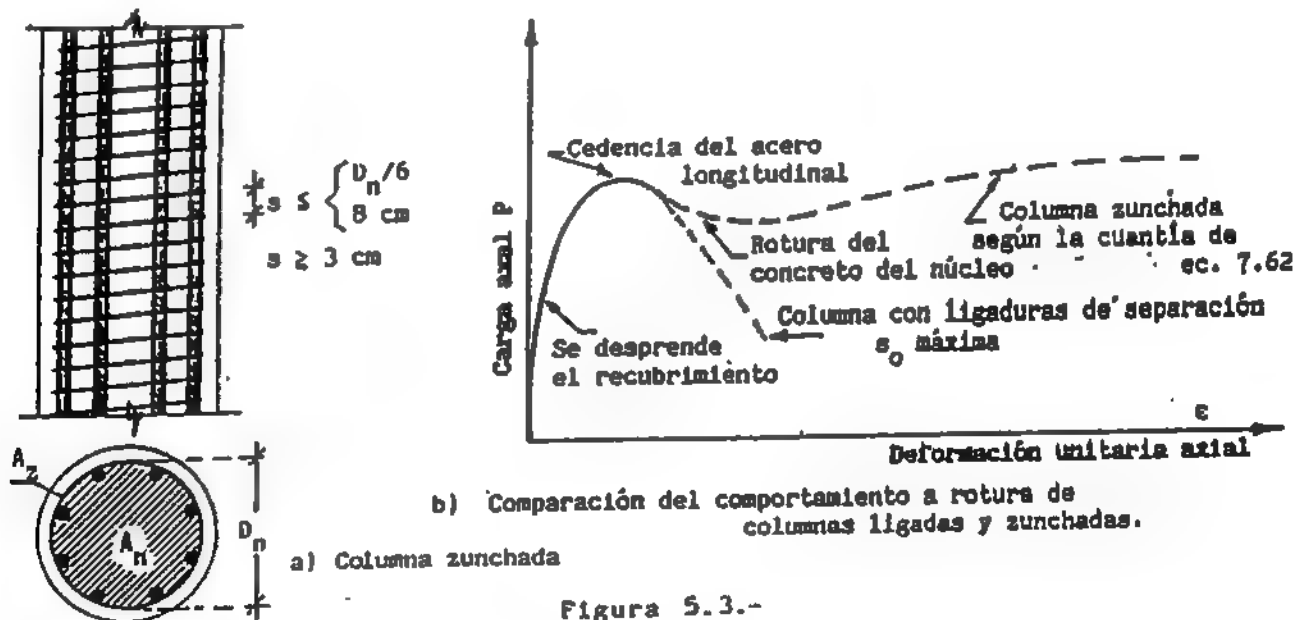
$A_g$  es el área total de la sección, o área gruesa y  $A_n$  el área del núcleo, de diámetro  $D_n$ .  
 $A_z$  es el área de la sección transversal del acero<sup>n</sup> del zuncho.

La separación de la hélice o paso del zuncho debe ser uniforme en toda la altura del miembro y debe cumplir :

$$s \leq D_n/6 \quad ; \quad 3 \text{ cm} \leq s \leq 8 \text{ cm}$$

El diámetro mínimo de las barras del zuncho es  $\phi 3/8"$ .

El anclaje del refuerzo helicoidal consistirá en una vuelta y media adicional de la hélice en cada extremo.



En toda la longitud de anclaje, además, es conveniente atar las barras con alambres o abogar los extremos en el concreto del núcleo. La resistencia cedente del acero del zuncho no excederá :

$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

Las uniones en las barras o alambres de las hélices serán empalmes por solape de 48  $d_b$  pero no menos de 30 cm o mediante uniones soldadas (Ver Ref. 4). En columnas con capiteles, la hélice debe extenderse hasta un nivel para el cual el diámetro del capitel sea el doble del ancho de la columna.

El refuerzo helicoidal deberá prolongarse desde el tope de la zapata o losa hasta el nivel del refuerzo horizontal más bajo del miembro que se apoya sobre la columna.

Según muestra la figura 5.3 b), las columnas zunchadas son más dúctiles que las ligadas. La resistencia última de una columna zunchada se alcanza cuando cede el zuncho en tracción, luego que el concreto rompe por compresión, con grandes deformaciones radiales dentro del núcleo, que hacen saltar el recubrimiento.

Sin embargo, en forma conservadora, se asume que la resistencia última de una columna zunchada es la indicada en la ec. 5.2, con un  $\phi = 0,75$ , prescindiendo de la resistencia adicional del zuncho.

De esta manera, la energía potencial de deformación del zuncho resulta una reserva de resistencia del miembro comprimido, que le otorga ductilidad frente a cargas exteriores no previstas.

### EJEMPLO 5.1.-

Determinar la resistencia límite de la columna indicada, sin tomar en cuenta el efecto de esbeltez, considerándola :

- a) Columna ligada
- b) Columna zunchada

para :  $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$   
 $f_y = 4.200 \text{ "}$

Las ligaduras y los zunchos son de  $\phi \text{ } 3/8''$ , y  $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$   
 El acero longitudinal es :  $8 \text{ } \phi \text{ } 1''$ .

De Tabla 1.2 :

$$A_g = r^2 \pi = 25^2 \pi = 1.963,5 \text{ cm}^2 \quad A_s = 40,56 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_g} = 0,02$$

$$A_n = r_n^2 \pi = 20^2 \pi = 1.256 \text{ cm}^2$$

$$A_c = A_g - A_s = 1.923 \text{ cm}^2$$

De ec. 5.2 :

$$P_u = \phi (0,85 f'_c A_c + A_s f_y) = \phi (0,85 \times 280 \times 1.923 + 40,56 \times 4.200)$$

$$\therefore P_u = \phi 628 \text{ t}$$

En columnas ligadas :  $\phi = 0,7$

$$P_u = 0,7 \times 628 = 439,6 \text{ t}$$

En columnas zunchadas :  $\phi = 0,75$

$$P_u = 0,75 \times 628 = 471 \text{ t}$$

### Diseño de ligaduras

para  $\phi \text{ } 3/8''$  :  $d_b = 0,95 \text{ cm}$

$$A_s = 0,71 \text{ cm}^2 \quad Q = 0,55 \text{ Kg/m}$$

Separación vertical de las ligaduras : (Ver figura 5.2 e)

$$s \leq \begin{cases} 16 d_b \text{ del acero longitudinal} = 16 \times 2,54 = 40,64 \text{ cm} \\ 48 d_b \text{ del acero de las ligaduras} = 48 \times 0,95 = 45,6 \text{ cm} \\ \text{la menor dimensión de la columna} = 50 \text{ cm} \end{cases}$$

Las ligaduras se colocarán cada 40 cm. En los extremos la separación será de 20 cm en altura  $H_0$ .

### Diseño del zuncho

Se adopta  $s \leq D_n/6 = 40/6 = 6,66 \text{ cm}$   $\therefore s = 4 \text{ cm}$

$$\text{De ec. 5.7 : } \rho' = \frac{4}{D_n} \frac{A_z}{s} = \frac{4 \times 0,71}{40 \times 4} = 1,77\% > 0,45 \left( \frac{A_s}{A_n} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 0,45 \times 0,563 \frac{280}{4.200} = 1,69\% \quad \text{Cumple}$$

La columna ligada necesita 0,68 Kg de acero en las ligaduras, por metro de columna, mientras que la zunchada lleva 5,5 Kg por metro de columna, en el zuncho.

**EJEMPLO 5.2 .-**

Diseñe la columna ligada cuadrada, cuya esbeltez no afecta la resistencia, que soporta las siguientes cargas de servicio :

$$CP = 130 \text{ t}$$

$$CV = 120 \text{ t}$$

$$\text{para } \rho = 1,5 \%$$

$$r'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$r_y = 3.500$$

$$P_u = 1,4 CP + 1,7 CV = 1,4 \times 130 + 1,7 \times 120 = 386 \text{ t}$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_g} = 0,015 \quad \text{De ec. 5.2.1}$$

$$P_u = \phi (A_c 0,85 r'_c + A_s r_y) \quad \text{para } \phi = 0,7$$

$$P_u = \phi A_g [0,85 \times 280 (1 - 0,015) + 0,015 \times 3.500] = 200 A_g$$

$$\therefore A_g = \frac{386.000}{200} = 1.930 \text{ cm}^2$$

$$b = \sqrt{1.930} = 43,9 \text{ cm} \quad \text{Se adopta } b = 45 \text{ cm}$$

$$\text{Resulta : } A_g = 45^2 = 2.025 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0,015 \times 2025 = 30,37 \text{ cm}^2 \quad 8 \# 7/8"$$

$$A_s = 30,95 \text{ cm}^2$$

Según Tabla 5.1, para las barras longitudinales  $\# 7/8"$  se usan ligaduras  $\# 3/8"$ .

$$\text{Para } \# 7/8" : d_b = 2,22 \text{ cm}$$

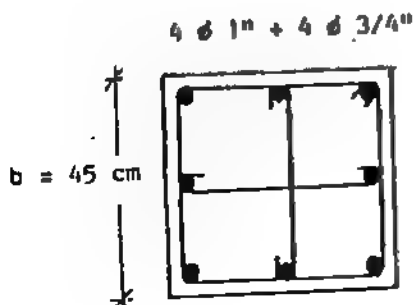
$$\text{Para } \# 3/8" : d_b = 0,95 \text{ cm}$$

La separación entre ligaduras cumplirá :

$$s_o \leq \begin{cases} 16 d_b \text{ acero long} = 16 \times 2,22 = 35,5 \text{ cm} & (\text{Controla}) \\ 48 d_b \text{ acero lig} = 48 \times 0,95 = 45,6 \text{ cm} \\ \text{lado de la sección de la columna} = 45 \text{ cm} \end{cases}$$

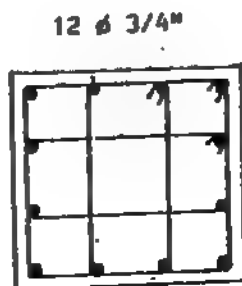
Se colocarán ligaduras de  $\# 3/8"$  cada 35 cm. Las barras longitudinales distan 17,5, por lo cual se deben disponer además ligaduras diagonales, como las que muestra la figura.

Otras posibilidades de armar la columna, para el  $A_s$  necesario de 30,37 cm<sup>2</sup>, se indican a continuación.



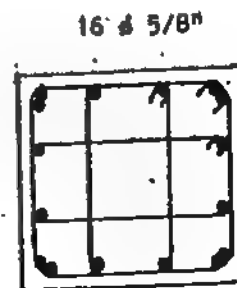
$$A_s = 31,64 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ligaduras : } s_o = 30 \text{ cm}$$



$$A_s = 34,08 \text{ cm}^2$$

$$s_o = 30 \text{ cm}$$



$$A_s = 31,68 \text{ cm}^2$$

$$s_o = 25 \text{ cm}$$

## 5.2 .- MIEMBROS EN FLEXOCOMPRESION

En general, las columnas de los pórticos rígidos de los edificios altos, soportan flexocompresión como principal sollicitación. Adicionalmente, se las debe verificar a corte, y eventualmente resisten también torsión. La flexocompresión se clasifica en :

Flexocompresión  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Normal} \\ \text{Esviada u oblicua (biaxial)} \end{array} \right.$

### Flexocompresión normal

La flexión compuesta normal se produce cuando la carga axial  $P_u$  actuando sobre la columna se halla aplicada en un centro de presiones contenido en uno de los ejes principales de inercia de la sección transversal del miembro, con excentricidad  $e$ . Ver figura 5.4.

En consecuencia, actúa una carga axial  $P_u$  y un momento flector  $M_u = P_u e$  que dan lugar a la flexión compuesta, la cual puede producir el agotamiento de la sección por :

- \* Carga axial pura (para  $e = 0$ )
- \* Flexión pura (para  $e = \infty$ )
- \* Flexocompresión (para  $e$  finito y  $\neq 0$ )

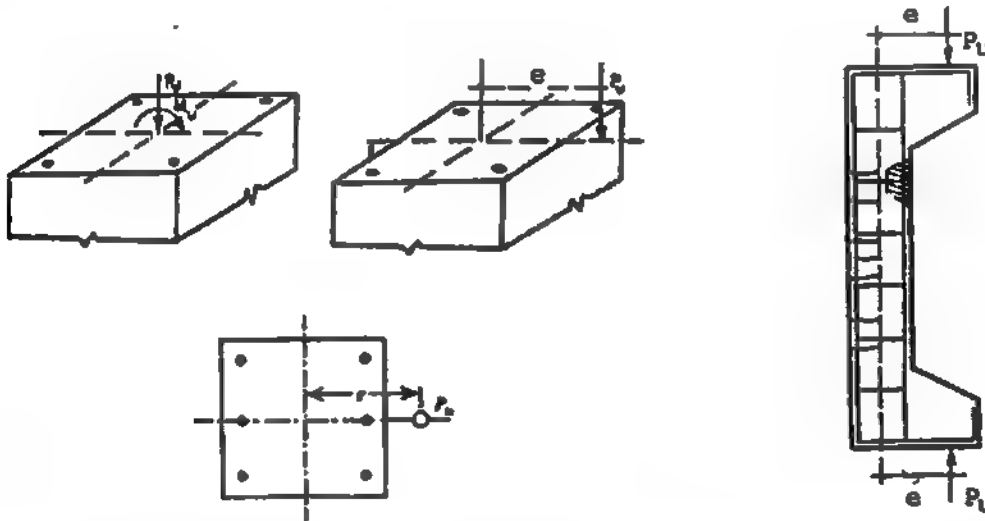


Figura 5.4 .- Columnas en flexocompresión

Las diferentes combinaciones de los valores de  $P_u$  y  $M_u$  que producen el agotamiento resistente de una sección, se grafican en la figura 5.5, según el diagrama de interacción para flexocompresión normal.

El diagrama de interacción en este caso define un perímetro de agotamiento plano, mientras que si las combinaciones de  $P_u$  y  $M_u$  se consideran cuando en cualquier eje, se crea un volumen de interacción en el espacio, según se analiza en el caso de flexocompresión oblicua.

Conocidas las dimensiones de la sección transversal de un miembro de concreto armado solicitado a fuerza axial y momento flector, la calidad de los materiales y la distribución y área de las barras de refuerzo, es posible trazar el diagrama de interacción correspondiente, ubicando ciertos puntos característicos del mismo.

En efecto, el punto A representa la magnitud de la carga axial que produce el agotamiento de la sección en compresión pura ; el punto B corresponde al de falla balanceada, donde :

$$\epsilon_c = \epsilon_{cu}$$

$$y$$

$$\epsilon_{su} = \epsilon_y$$

$\epsilon_{cu}$  es la deformación máxima permitida en la fibra extrema del concreto comprimido (ver figura 2.1) y  $\epsilon_y$  es la deformación del acero en cedencia.

La línea que une los puntos A y B es aproximadamente una recta, y muestra la falla en compresión de la sección (falla frágil), donde se cumple :

$$\epsilon_c = \epsilon_{cu} \quad \text{y} \quad \epsilon_{su} < \epsilon_y$$

En este tramo, para valores crecientes de  $M_u$ , los correspondientes  $P_u$  disminuyen.

El punto E indica el agotamiento en flexión pura ( $P_u = 0$ ) y la curva que une los puntos B y C muestra la falla en tracción, para carga de compresión  $P_u$ , dando lugar a una falla dúctil. En este tramo, si disminuye el valor de  $M_u$  también disminuye  $P_u$ .

Por último, el punto C corresponde a la falla en tracción pura. Cualquier punto perteneciente al perímetro del diagrama de interacción da la combinación de  $P_u$   $M_u$  que origina la falla de la sección. Todos los puntos contenidos dentro del área limitada por el perímetro de interacción y los ejes coordenados, corresponde a combinaciones de cargas axiales y momentos cuya magnitud no alcanza a producir el agotamiento de la sección, mientras que si los puntos son exteriores al diagrama de interacción, se ha excedido la capacidad límite de la sección en flexocompresión.

Uniendo el punto representativo de la combinación de  $P_u$  y  $M_u$  sobre el perímetro del diagrama con el origen 0 de coordenadas, se define la excentricidad  $e$  :

$$e = \operatorname{tg} \theta = M_u / P_u$$

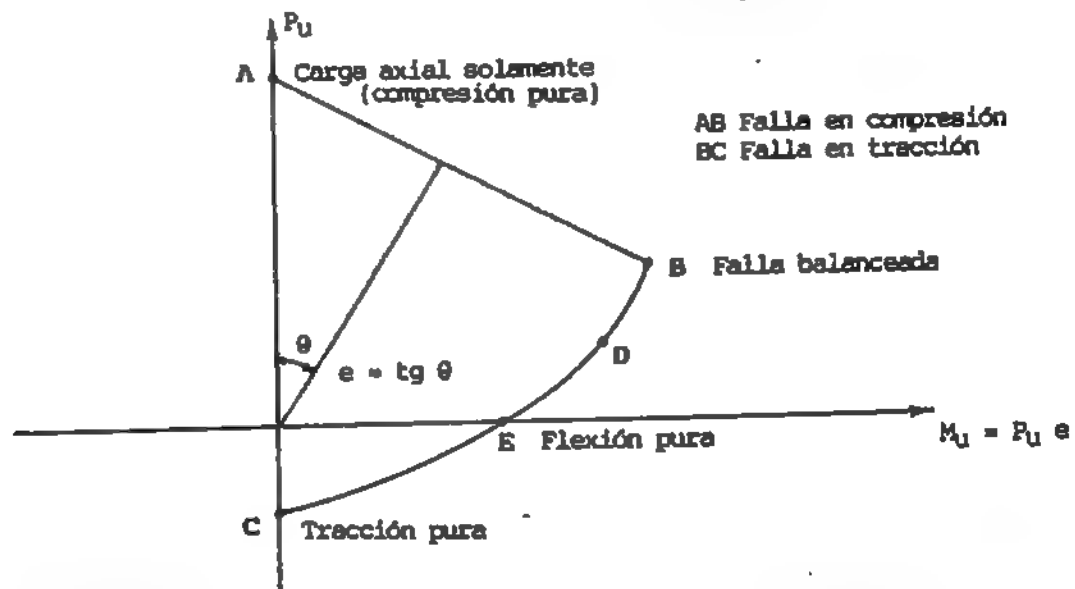


Figura 5.5 .- Diagrama de interacción para sección rectangular

Para hallar los puntos característicos del diagrama de interacción se aplican las siguientes ecuaciones y criterios :

Punto A : (para  $e = 0$ )  $P_u^{(-)} = 0.85 f'_c \cdot A_g + A_s f_y$  (5.8)

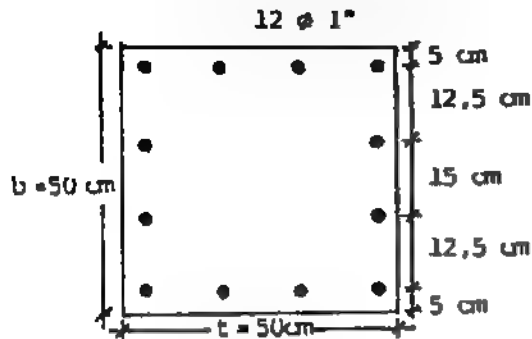
Punto B : Se obtiene imponiendo las condiciones de la falla balanceada

Punto E : Se obtiene por tanteos, hasta lograr que la fuerza axial se anule, en la sumatoria de fuerzas por encima y por debajo del eje neutro

Punto C :  $P_u^{(+)} = A_s f_y$  (5.9)

**EJEMPLO 5.3 .-**

Hallar el diagrama de interacción para la sección indicada, con carga en la mediatriz.  
La calidad de los materiales es :



$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (acero elastoplástico)}$$

$$f'_c = 300 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_{st} \text{ total} = 60,84 \text{ cm}^2$$

$$0,85 f'_c = 255 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_g = 2.500 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 60,84 / 2.500 = 2,43 \%$$

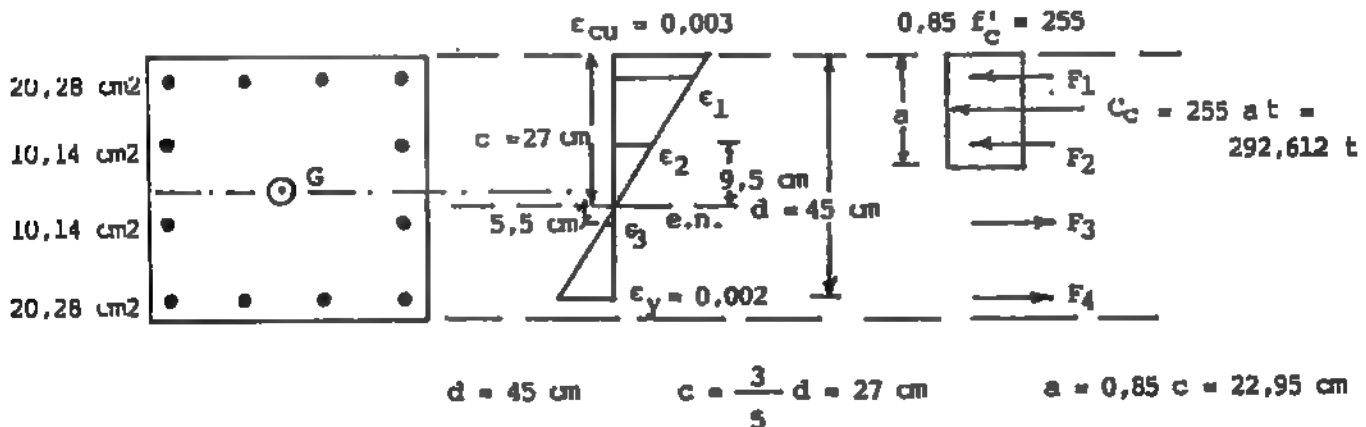
Punto A. Compresión pura : (ec. 5.2)

$$P_u^{(-)} = 0,85 \times 300 \times 2.500 + 4.200 \times 60,84 = 893,028 \text{ t}$$

Punto C. Tracción pura : (ec. 12.64)

$$P_u^{(+)} = 255,528 \text{ t}$$

Punto B. Falla balanceada



$$\epsilon_y = f_y / E_s = 4.200 / 2,1 \times 10^6 = 0,002$$

$$\epsilon_1 = 0,003 \times 22 / 27 = 0,0024 > \epsilon_y$$

$$\therefore f_1 = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_1 = 4.200 \times 20,28 = 85,176 \text{ t} \rightarrow -F_4$$

$$\epsilon_2 = 0,003 \times 9,5 / 27 = 0,001055$$

$$\therefore f_2 = 0,001055 \times 2,1 \times 10^6 = 2.216 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_2 = 2.216 \times 10,14 = 22,47 \text{ t}$$

$$\epsilon_3 = 0,003 \times 5,5 / 27 = 0,000611$$

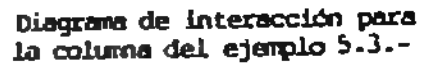
$$\therefore f_3 = 0,000611 \times 2,1 \times 10^6 = 1.283 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_3 = 1,283 \times 10,14 = 13,013 \text{ t}$$

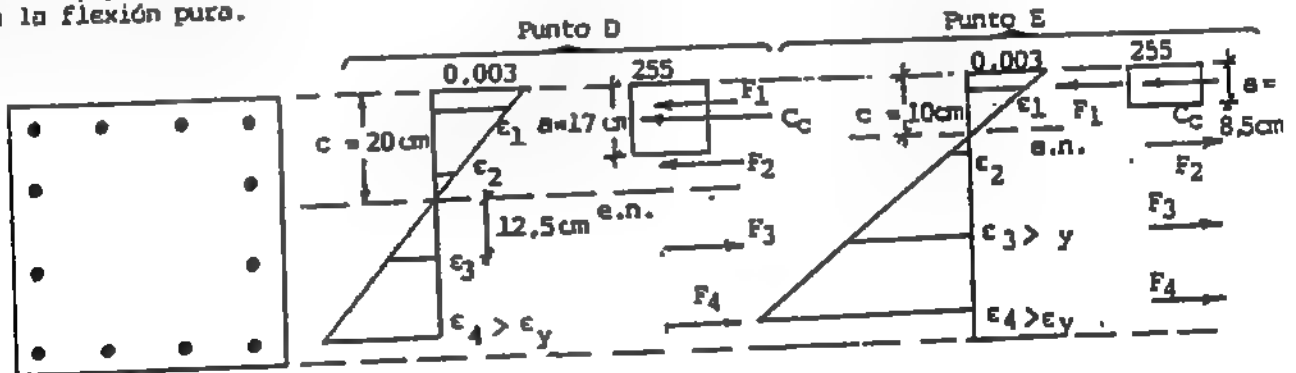
Tomando momentos de estas fuerzas con respecto al eje baricéntrico se obtienen los siguientes valores :

Fuerza (t)	Distancia (m)	Momento (tm)
$F_1 = 85,176$	0,2	17,04
$F_2 = 22,47$	0,075	1,69
$F_3 = -13,013$	0,075	0,98
$F_4 = -85,176$	0,2	17,04
$C_c = 292,612$	0,1352	39,56
$\sum P_u = 302,07 \text{ t}$		$\sum M_u = 76,31 \text{ tm}$





Los restantes puntos que definen el perimetro del diagrama de interacción se obtienen en forma similar, variando la posición del eje neutro. Por ejemplo, para  $c = 20$  cm resultan las coordenadas del punto D, y por tanteos, se ubica la altura del eje neutro para determinar el punto E correspondiente a la flexión pura.



<u>Punto D</u>	<u>Fuerza (t)</u>	<u>Distancia (m)</u>	<u>Momento (tm)</u>
	$F_1 = 85,176$	0,2	17,04
	$F_2 = 7,985$	0,075	0,6
	$F_3 = -39,926$	0,075	3
	$F_4 = -85,176$	0,2	17,04
	$C_c = 216,75$	16,5	35,76
	$\sum P_u = 184.8 \text{ t}$		$\sum M_u = 73,44 \text{ tm}$

<u>Punto E</u>	<u>Fuerza (t)</u>	<u>Distancia (m)</u>	<u>Momento (tm)</u>
	$F_1 = 63,882$	0,2	12,77
	$F_2 = -42,588$	0,075	- 3,2
	$F_3 = -42,588$	0,075	3,2
	$F_4 = -85,176$	0,2	17,03
	$C_c = 108,375$	0,2075	22,48
	$\sum P_u = -1.9 \text{ t}$		$\sum M_u = 52,28 \text{ tm}$

En la práctica, es usual trabajar con diagramas de interacción adimensionales, utilizando en las ordenadas la carga específica :

$$v = \frac{P_u}{f'_c b t} \quad (5.10)$$

y en las abscisas el momento específico :

$$u = v \frac{e}{t} = \frac{M_u}{f'_c b t^2} \quad (5.11)$$

$P_u$  es la carga límite que resiste la columna solicitada a flexión compuesta, y  $M_u$  el respectivo momento límite.

$b$  es el lado de la columna perpendicular al eje principal de inercia donde se ubica el centro de presión de la carga  $P_u$  y  $t$  es el lado paralelo. Por lo tanto  $t$  resulta la altura que resiste la flexión. En la figura 5.7 se dan algunos diagramas de interacción útiles para resolver los ejemplos que se plantean a continuación. En estos diagramas ya está incluido el factor de seguridad  $\phi = 0.7$  para las columnas ligadas.

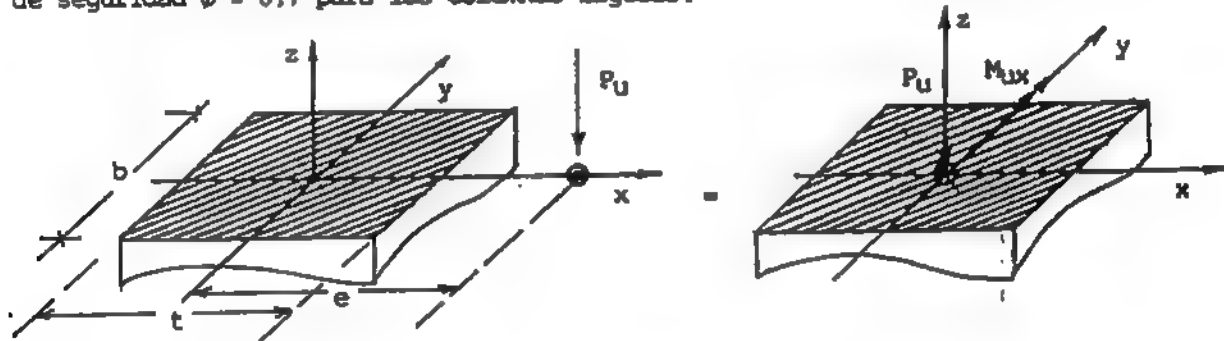


Figura 5.6.-

Tomando en consideración los coeficientes adimensionales :

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} \quad (5.12)$$

$$p_t = \frac{A_s \text{ total}}{A_g} \quad (5.13)$$

las curvas de los diagramas de interacción de la figura 5.7, corresponden a diferentes valores de la cuantía mecánica :

$$\omega = p_t m = \frac{A_s \text{ total}}{A_g} \frac{f_y}{0.85 f'_c} \quad (5.14)$$

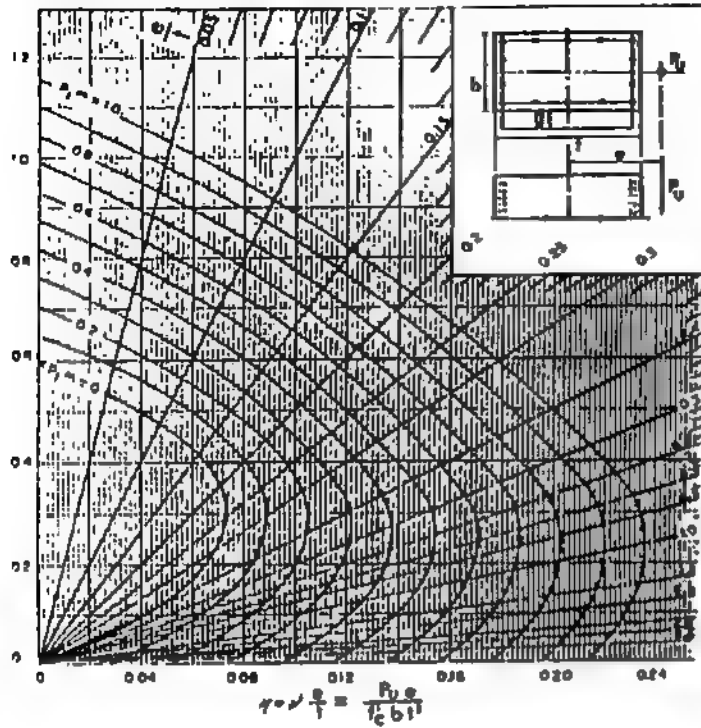
con una distribución de igual cantidad de acero en todas las caras y según los espesores de recubrimiento  $r$  de las barras que dan el valor de la relación  $g$  de recubrimiento con respecto a la altura total  $t$  :

$$g = \frac{t - 2r}{t} \quad (5.15)$$

Los valores usuales de  $g$  varían entre 0.7 para espesores grandes de recubrimiento, y 0.9 para espesores limitados, usualmente de 5 cm. En el caso de barras agavilladas o colocadas en dos o más filas, la dimensión  $gt$  se mide a baricentro de las barras.

Los gráficos a) a e) corresponden a columnas rectangulares, y los f) y g) a columnas de sección transversal circular. Los diagramas son una síntesis de los presentados en la Ref. 23.

a)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$   $f_y = 3.500 \text{ Kg/cm}^2$   
 $\mu = \frac{P_u}{f'_c b l}$   $g = 0,8$



b)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$   $f_y = 3.500 \text{ Kg/cm}^2$   
 $\mu = \frac{P_u}{f'_c b l}$   $g = 0,9$

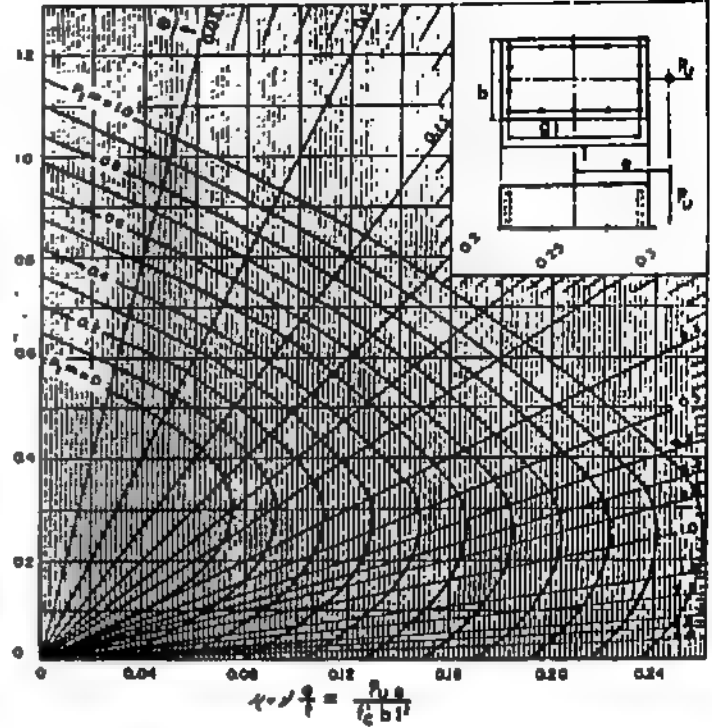
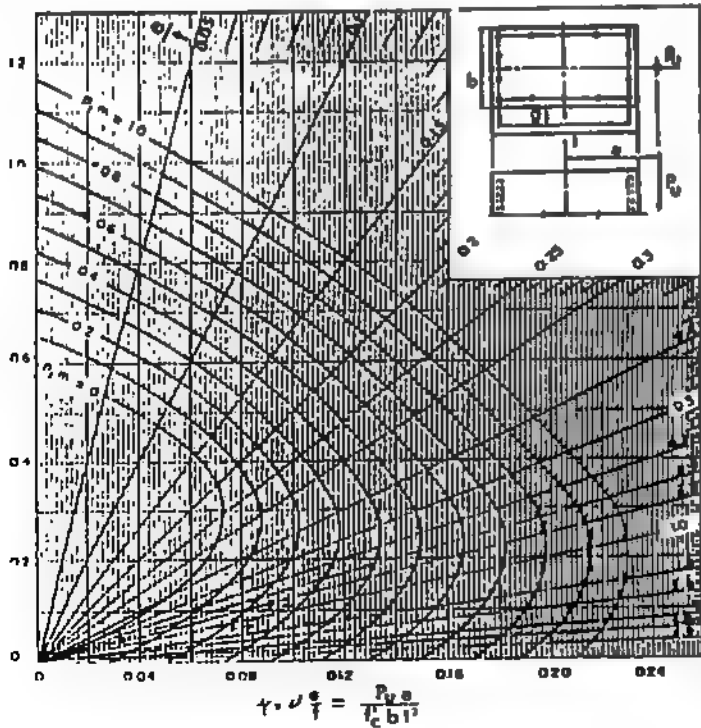
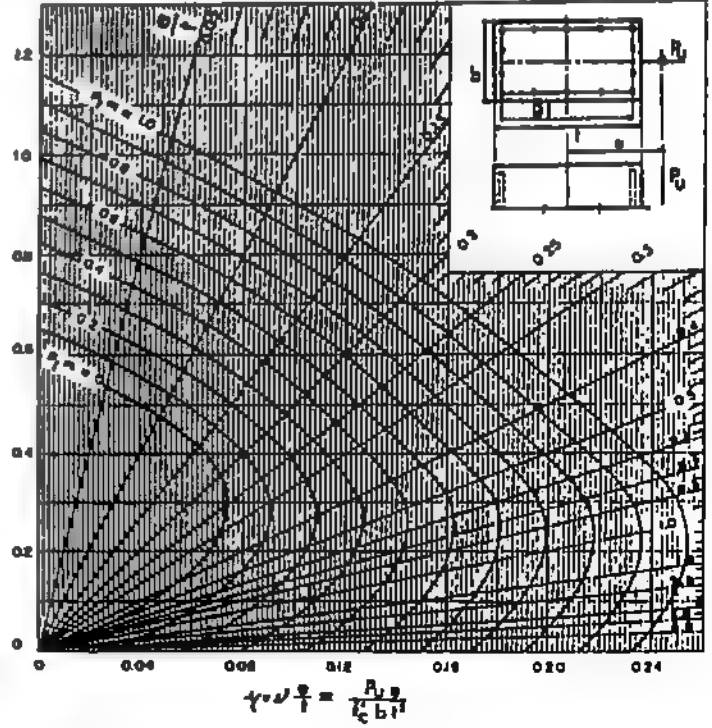


Figura 5.7.- (Ref. 23)

c)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$   $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $\mu = \frac{P_u}{f'_c b l}$   $g = 0,8$



d)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$   $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $\mu = \frac{P_u}{f'_c b l}$   $g = 0,9$



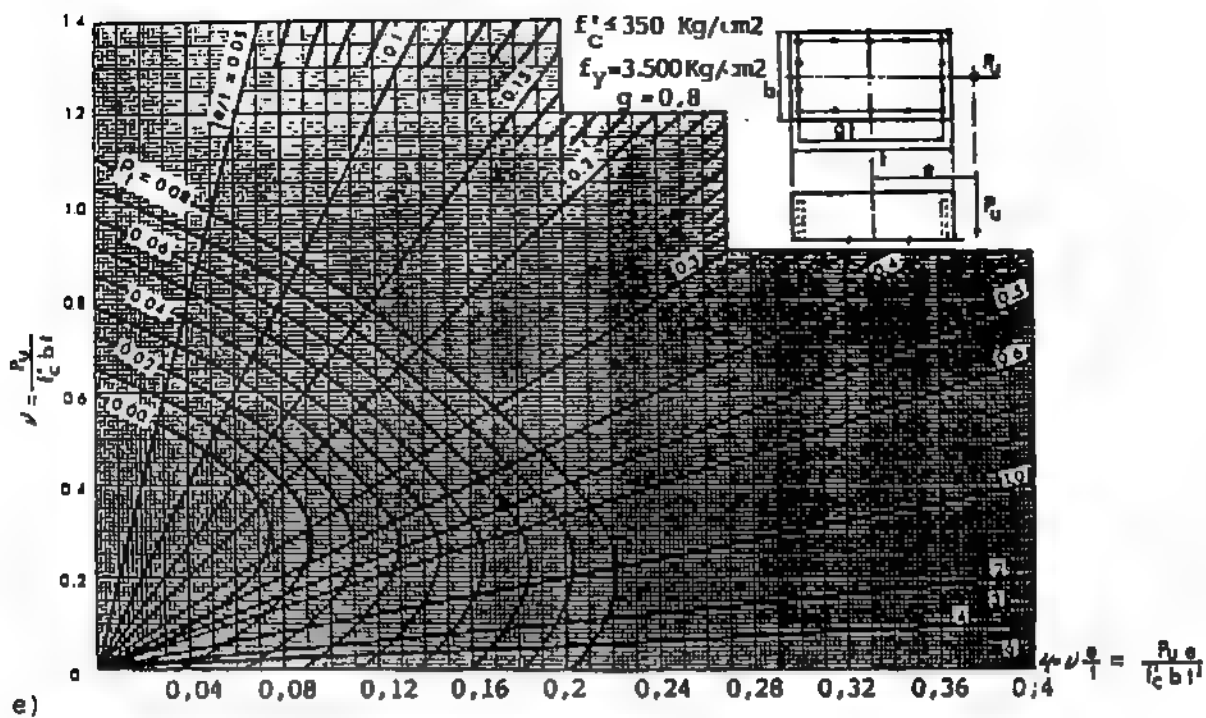
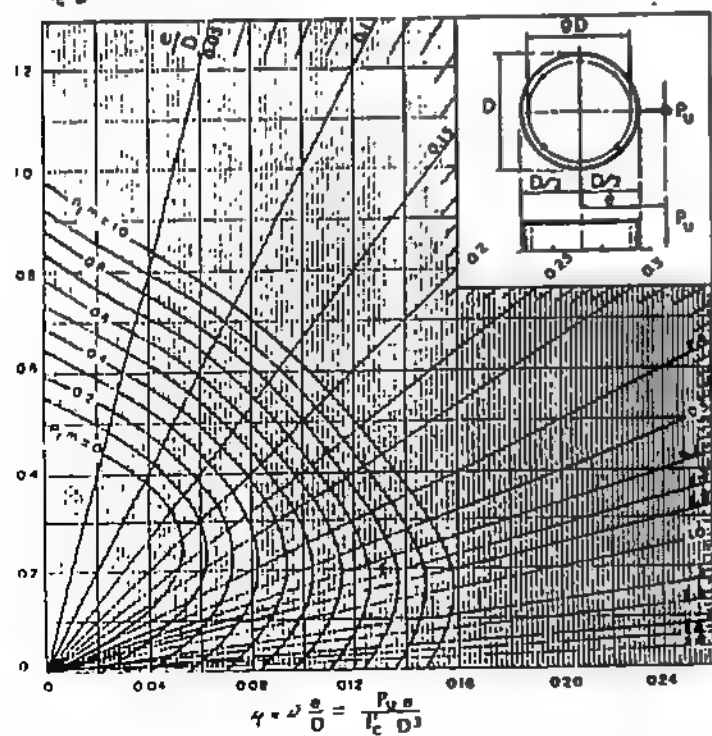


Figura 5.7 (cont.)

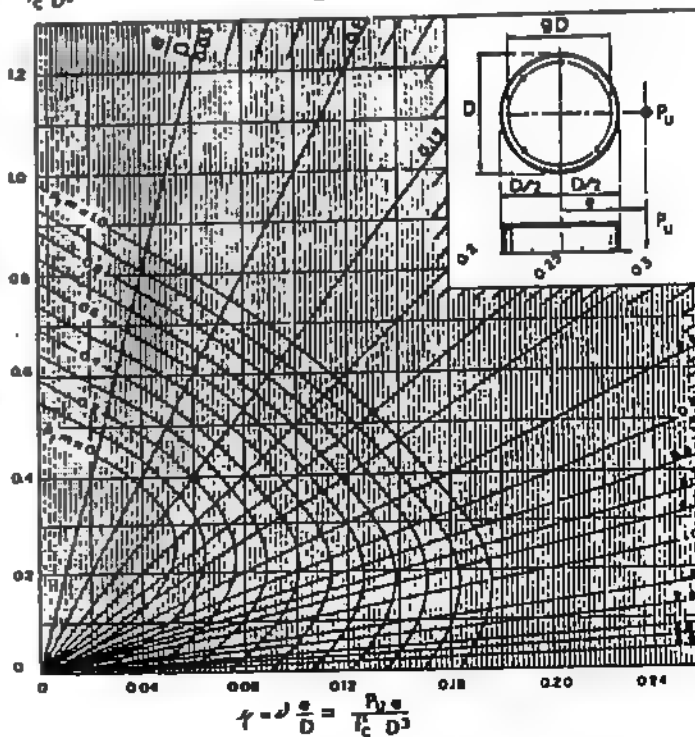
f)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$   $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $g = 0.8$

$$\mu = \frac{P_u}{f'_c D^2}$$



g)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$   $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$   
 $g = 0.9$

$$\mu = \frac{P_u}{f'_c D^2}$$



**EJEMPLO 5.4**

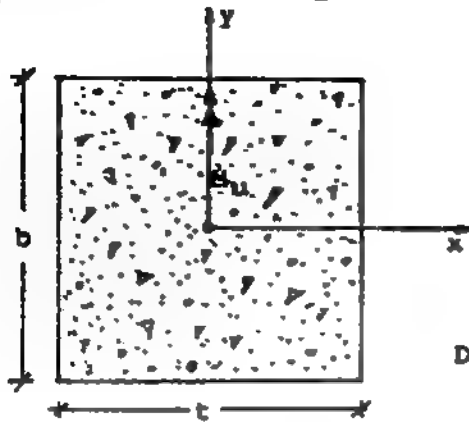
Diseñe la columna corta ligada cuadrada de la figura, para las siguientes solicitaciones

$$P_u = 100 \text{ t}$$

$$M_u = 30 \text{ tm}$$

$$f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 3.500 \text{ Kg/cm}^2$$



El problema se resuelve por tanteos. Por ejemplo, se comienza con :

$$t = b = 50 \text{ cm}$$

$$\rho_t = 2\%$$

Para un recubrimiento  $r = 5 \text{ cm}$  resulta :

$$g = \frac{50 - 10}{50} = 0,8$$

De ec. 5.10:

$$v = \frac{P_u}{f'_c b t} = \frac{100.000}{250 \times 50^2} = 0,16$$

De ec. 5.11 :

$$\mu = \frac{M_u}{f'_c b t^2} = \frac{30 \times 10^5}{250 \times 50^3} = 0,096$$

El correspondiente diagrama de interacción adimensional es el a) de la figura 5.7. Se lee :

$$P_t m = 0,19$$

De ec. 5.12 :

$$m = \frac{f_y}{0,85 f'_c} = \frac{3.500}{0,85 \times 250} = 16,47$$

$\therefore$

$$P_t = 0,19 / 16,47 = 0,0115$$

$$A_s = P_t A_g = 0,0115 \times 2.500 = 28,75 \text{ cm}^2. \text{ De la Tabla 1.2 :}$$

$$8 \phi 7/8'' = 30,95 \text{ cm}^2$$

Se debe verificar que se cumpla :

$$\frac{e}{t} \geq 0,1 \quad \therefore \frac{30 \times 10^5}{100.000 \times 50} = 0,6 > 0,1 \text{ Bien}$$

Además :

$$A_{s \text{ min}} = 0,01 A_g = 25 \text{ cm}^2 < 30,95 \text{ cm}^2$$

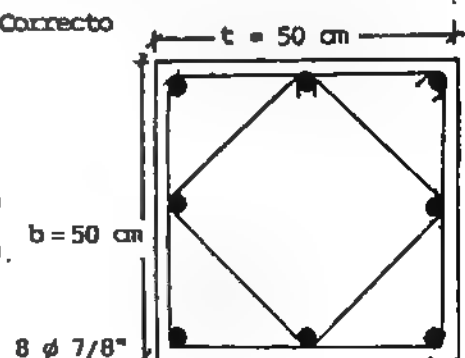
Correcto

Diseño de ligaduras, según la Tabla 5.1 de pág. 84 :

Ligaduras de  $\phi 3/8''$  dobles cerradas, con separación:

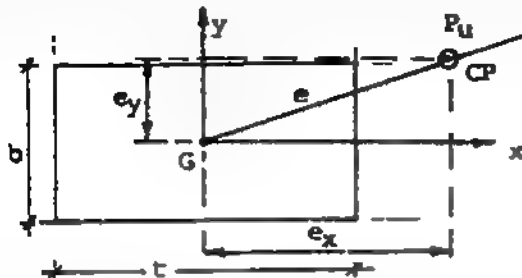
$$s \leq \begin{cases} 16 \phi_b \text{ del acero longitudinal} = 16 \times 2,22 = 35,5 \text{ cm} \\ 48 \phi_b \text{ del acero de ligaduras} = 48 \times 0,95 = 45,6 \text{ cm} \\ \text{la menor dimensión de la columna} = 50 \text{ cm} \end{cases}$$

Conocida la distribución del momento flector en la altura de la columna, se despeja el corte  $V_u$ . Las ligaduras deben cumplir con las exigencias de ecs. 2.48 a 2.54.



### Flexocompresión oblicua (o esviada)

La flexocompresión oblicua es el resultado de una fuerza de compresión que solicita la columna, ubicada en un centro de presiones que no pertenece a un eje principal de inercia de la sección. Por ello da lugar a excentricidades  $e_x$  y  $e_y$  respectivamente. Ver fig. 5.8.



$$e_x = \frac{M_{ux}}{P_u}$$

$$e_y = \frac{M_{uy}}{P_u}$$

Figura 5.8.-

En este caso, el lugar geométrico de todas las posibles combinaciones de  $M_u$  y  $P_u$  que producen el agotamiento de la sección, origina un volumen de interacción, cerrado y convexo, como el de la figura 5.9.

Cuando en una determinada sección la carga  $P_u$  es constante y la excentricidad  $e$  es fija, el volumen de interacción resulta con superficie de revolución.

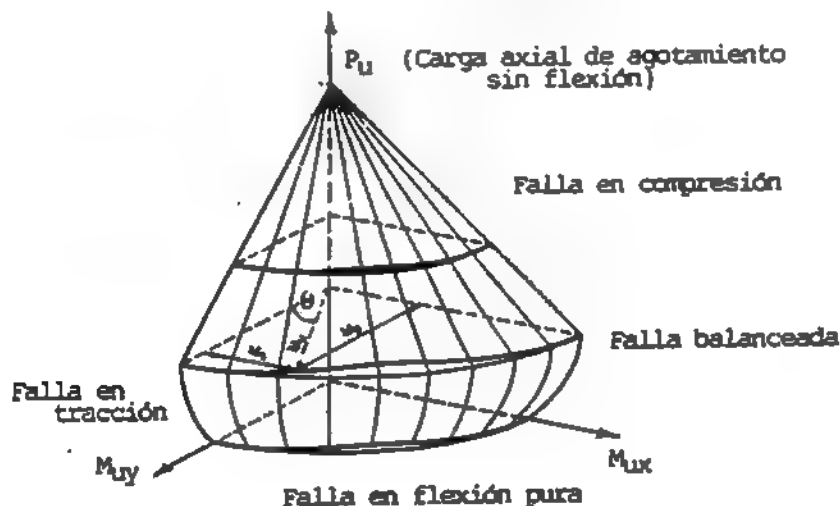


Figura 5.9.- Volumen de interacción.

La flexocompresión oblicua, también conocida por esviada, desviada o biaxial, se resuelve en general en forma aproximada, para evitar el engorroso problema de la solución exacta. Se emplean diferentes métodos:

- Método de superposición
- Método de excentricidad uniaxial equivalente
- Método del momento específico equivalente

Para aplicar el método del momento específico equivalente, se deben adoptar los siguientes factores adimensionales. Para la carga específica:

$$v = \frac{P_u}{f'_c b t} \quad (5.16)$$

Para el momento específico:

$$\mu_o = \mu_x + \mu_y = \frac{M_{ux}}{f'_c b t^2} + \frac{M_{uy}}{f'_c b^2 t} \quad (5.17)$$

En columnas circulares, como todos los diámetros son ejes principales de inercia, la flexión compuesta es siempre normal, para cualquier posición del centro de presiones.

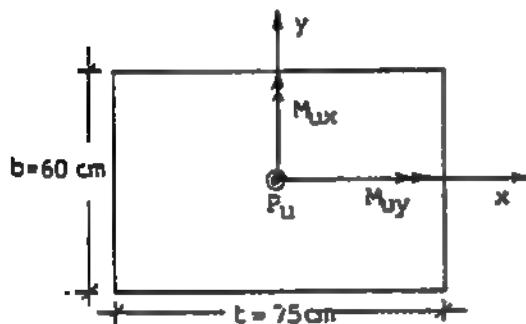
El diseño de las columnas en flexión compuesta oblicua exige predimensionar los lados de la columna, y luego verificar si el diseño del acero cumple con las exigencias de las normas. Con respecto a la relación de recubrimientos, se elige el menor de los valores :

$$g_x = \frac{t - 2r}{t} \qquad g_y = \frac{b - 2r}{b} \qquad (5.18)$$

y se completa el proceso seguido para la flexocompresión normal o uniaxial.

### EJEMPLO 5.5 .-

Diseñe el acero para la columna corta de la figura, con :



$$E'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

La columna soporta las siguientes solicitaciones de servicio :

	$P(t)$	$M_x(t)$	$M_y(t)$	$V(t)$
Carga muerta	48	10	22	10
Carga viva	31	9,4	11,2	5
Sismo en x	14	-10	8	12
Sismo en y	-10	6	0	9,5

De acuerdo con la Tabla 1.5 la combinación de los diferentes casos para cargas mayoradas resulta :

Combinación	$P_u$ (t)	$M_{ux}$ (tm)	$M_{uy}$ (tm)	$V_u$ (t)	$v$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_o$	$\omega$
$F = 1.4 \text{ CP} + 1.7 \text{ CV}$	120	30	50	22,5	0,095	0,031	0,066	0,097	0,28
$0,75(F + 1,9 S_x)$	110	8,25	39	34	0,087	0,008	0,051	0,059	0,10
$0,75(F - 1,9 S_x)$	70	36,75	26,1	0,22	0,055	0,038	0,034	0,072	0,18
$0,75(F + 1,9 S_y)$	75,75	31,05	37,5	30,4	0,060	0,032	0,049	0,081	0,22
$0,75(F - 1,9 S_y)$	104,25	13,95	37,5	3,33	0,082	0,014	0,050	0,064	0,12
$0,9 \text{ CP} + 1,4 S_x$	62,8	13	31	25,8	0,050	0,013	0,041	0,054	0,12
$0,9 \text{ CP} - 1,4 S_x$	23,4	41	8,6	7,8	0,018	0,043	0,011	0,054	0,20
$0,9 \text{ CP} + 1,4 S_y$	29,2	35,4	45	22,3	0,023	0,037	0,060	0,097	0,38
$0,9 \text{ CP} - 1,4 S_y$	57,2	18,6	45	4,3	0,045	0,020	0,060	0,080	0,25

En cada caso, los factores adimensionales de la tabla precedente se obtienen de las ecuaciones 5.16 y 5.17.

$$v = \frac{P_u}{280 \times 60 \times 75}$$

$$\mu_x = \frac{M_{ux}}{280 \times 60 \times 75^2}$$

$$\mu_y = \frac{M_{uy}}{280 \times 60^2 \times 75}$$

$$\mu_o = \mu_x + \mu_y$$

Se verifica a continuación la excentricidad mínima :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{e_x}{t} \geq 0,1 \quad \therefore \quad e_x = \frac{M_{ux}}{P_u} \geq 7,5 \text{ cm} \\ \frac{e_y}{b} \geq 0,1 \quad \therefore \quad e_y = \frac{M_{uy}}{P_u} \geq 6 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{ Cumple en todos los casos}$$

Si en algún caso no cumpliera, adoptar :  $u_x = 0,1 v$  o  $u_y = 0,1 v$

Para elegir el valor de  $g$  en el diseño, se adopta un recubrimiento  $r = 6 \text{ cm}$ . Resulta :

$$g_x = \frac{60 - 12}{60} = 0,8 \quad g_y = \frac{75 - 12}{75} = 0,84$$

Se adopta el menor :  $g = 0,8$ . En el diagrama de interacción c) de la figura 5.7 se leen los valores de  $\omega$  para los diferentes casos analizados. Resulta un  $\omega_{\max} = 0,38$ , correspondiente al penúltimo caso de la tabla. Por lo tanto,

$$\omega = p_t m = 0,38$$

De la ec. 5.12 :

$$m = \frac{f_y}{0,85 f'_c} = \frac{4.200}{0,85 \times 280} = 17,65$$

$\therefore$

$$p_t = 0,38 / 17,65 = 0,021$$

Según ec. 5.13 :

$$p_t = \frac{A_s \text{ total}}{A_g} = 0,021$$

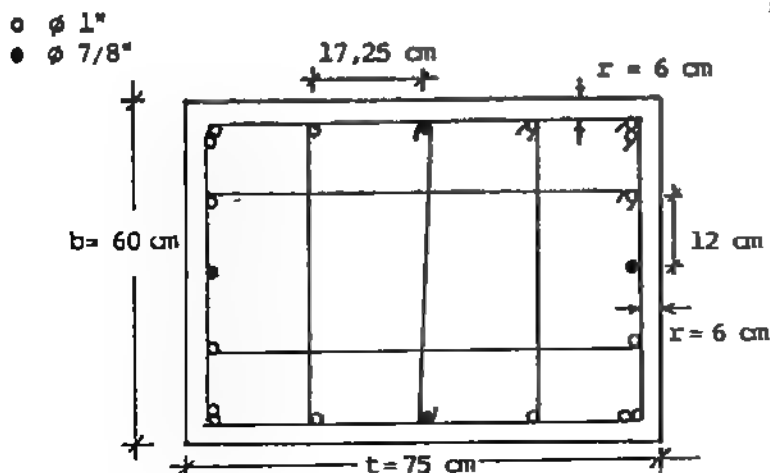
$\therefore$

$$A_s \text{ total} = 0,021 \times 60 \times 75 = 94,5 \text{ cm}^2$$

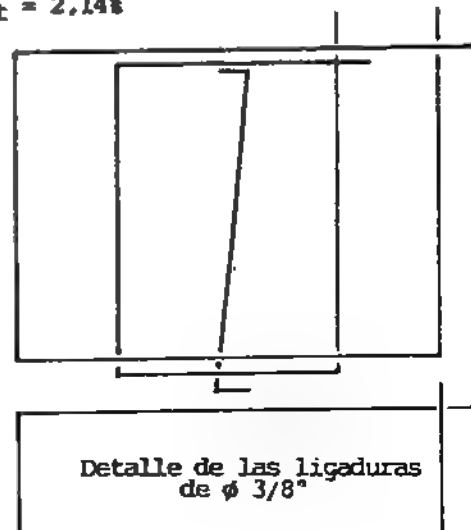
El acero se distribuye igual en todas las caras. Por lo tanto, se colocan :

$$16 \phi 1" + 4 \phi 7/8" = 96,6 \text{ cm}^2$$

Resulta en consecuencia un  $p_t$  definitivo de :



$$p_t = 2,14\%$$



Las ligaduras se diseñan a continuación.



Por ser zona sísmica se acepta :  $v_c = 0$ . Por lo tanto, de ec. 2.42 :

$$V_u = \phi V_s$$

El máximo valor de  $V_u$  de la tabla del ejemplo, resulta :  $V_u = 34 \text{ t}$

$$\therefore v_u = \frac{V_u}{0,85 b_w d} = \frac{34.000}{0,85 \times 75 \times 54} = 9,876 \text{ Kg/cm}^2 = v_s$$

Se elige el producto ( $b_w d = 75 \times 54 = 4.050 \text{ cm}^2$ ) por ser el menor.

De ec. 2.48 se verifica :

$$v_s < 1,06 \sqrt{f'_c} = 17,73 \quad \therefore s_1 = d/2 = 27 \text{ cm}$$

A distancia  $4d$  de la cara del apoyo se debe respetar :  $s_2 = d/4 = 13,5 \text{ cm}$

Se utilizan ligaduras de  $\phi 3/8"$  de acuerdo a la Tabla 5.1.

Por lo tanto, para 5 ramas, de ec. 2.51 se obtiene :

$$s_3 = \frac{5 \times 0,71 \times 4.200}{9,876 \times 75} = 20 \text{ cm}$$

Para cumplir las exigencias de separación mínima de la Tabla 5.1 :

$$s_4 \leq \begin{cases} 16 d_b \text{ acero longitudinal} = 16 \times 2,22 = 35,5 \text{ cm} \\ 48 d_b \text{ acero de ligaduras} = 48 \times 0,95 = 45,6 \text{ cm} \\ \text{la menor dimensión} = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

Por lo tanto, se respeta la separación correspondiente a  $s_2$  y se colocan estribos cerrados como se indica en la figura, en la altura total de la columna, cada 13,5 cm.

Un análisis similar se debe realizar para el extremo opuesto de la columna, y los resultados más exigentes en ambos casos son los que controlan el diseño de la armadura del miembro.

La figura 5.10 muestra otras posibles distribuciones de las ligaduras múltiples en las columnas, y la inclinación máxima de las barras longitudinales en columnas con cambio de sección.

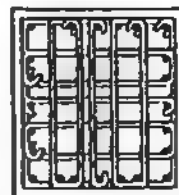
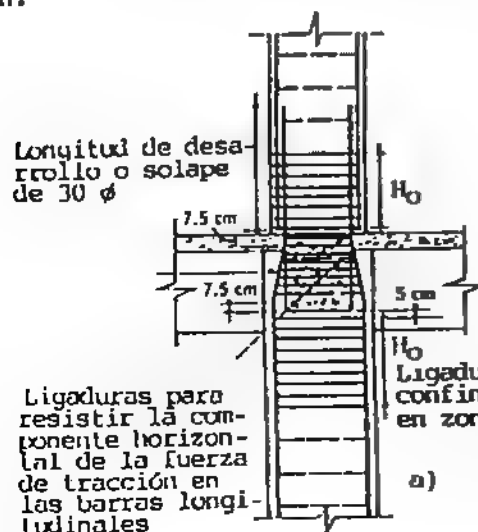


Figura 5.10.-

### 5.3.- COLUMNAS ESBELTAS

Un miembro se define por esbelto, cuando su esbeltez afecta su resistencia, por lo cual constituye un parámetro de diseño. En general, en columnas de concreto armado, se acepta que cuando se cumple :

$$\frac{h}{b_{\min}} \leq 10$$

las columnas se pueden diseñar como miembros cortos. Por el contrario, en las columnas largas o esbeltas, el peligro de falla por pandeo exige disminuir las magnitudes de las cargas  $P_u$  y el momento  $M_u$  que marcan la resistencia de agotamiento del elemento.

Existen diferentes métodos de resolución de columnas esbeltas, entre los cuales se mencionan :

- \* Métodos exactos de diseño
- \* Método aproximados

Un análisis exacto de las columnas esbeltas implica la consideración de los efectos de segundo orden  $P\Delta$ , debido a la deflexión que sufre el miembro para cargas gradualmente crecientes. Los métodos aproximados, sin embargo, simplifican la resolución, y dan resultados conservadores, siempre del lado de la seguridad. Entre los métodos aproximados se citan :

- a) El método de la amplificación de momentos
- b) El método del momento complementario
- c) El método del factor de reducción

El método de los momentos amplificados consiste en realizar un análisis de primer orden de las columnas de los pórticos, para la carga límite  $P_u$  y un momento flector amplificado  $\delta M_u$  para  $\delta \geq 1$ .

El método del momento complementario consiste en calcular los valores de  $P_u$  y  $M_u$  mediante un análisis de primer orden y obtener la correspondiente excentricidad :

$$e = M_u / P_u$$

sin tomar en cuenta el efecto de esbeltez. A esta excentricidad inicial  $e$  se suma una excentricidad adicional  $e_1$  que depende de las características del miembro. El dimensionamiento de la columna se realiza para la suma del momento inicial  $M_u$  de primer orden y el momento complementario que resulta del producto  $P_u e_1$ , y tomando la carga axial  $P_u$  sin modificar.

El método del factor de reducción considera que la carga axial y el momento flector límites que puede resistir una columna esbelta, son iguales a los que puede resistir una columna corta, afectando el resultado de un factor de reducción  $\gamma$  :

$$\gamma \leq 1$$

Dividiendo por  $\gamma$  los valores de  $P_u$  y  $M_u$  respectivamente, se obtienen la carga axial y el momento flector amplificados para dimensionar la columna.

Cualquiera de los métodos mencionados se basa en la determinación de la esbeltez  $\lambda$  de la columna :

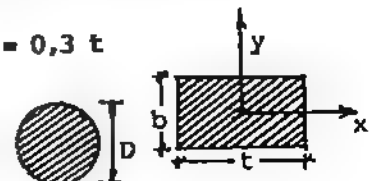
$$\lambda = K L / r_{\min}$$

El radio de giro  $r_{\min}$  corresponde al eje preferencial de pandeo de la sección, cuando el miembro no está arriostrado en ningún plano. Si la columna puede sólo pandear según un determinado eje, el radio de giro se toma con respecto a este eje.

En secciones rectangulares :  $r_x = 0,3 b$

$$r_y = 0,3 t$$

En secciones circulares :  $r = 0,25 D$  para cualquier eje



En secciones de concreto armado, para miembros arriostrados, no es necesario tomar en cuenta la esbeltez para el caso :

$$\lambda < 34 - 12 \cdot \frac{M_1}{M_2} \quad (5.19)$$

y en miembros no arriostrados, para :

$$\lambda < 22 \quad (5.20)$$

K es el factor que modifica la luz real del miembro en otra luz equivalente, correspondiente a la distancia entre puntos de inflexión, para poder aplicar los criterios de Euler. De esta manera, una columna apoyada de cualquier forma en sus extremos, se transforma en otra doblemente articulada, de luz KL.

Los valores de K para miembros con extremos perfectamente empotrados, articulados o libres, se dan en la Tabla 5.2.

**T A B L A 5.2.-**

**FACTORES K DE LONGITUD EFECTIVA EN COLUMNAS**

<p>La forma pandeada de la columna se muestra según la línea punteada</p> <p>Valor teórico de K</p> <p>Valor de diseño recomendado cuando las condiciones se aproximan a las ideales</p> <p>Código de las condiciones en los extremos</p>	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
		<p>Rotación fija y traslación fija</p> <p>Rotación libre y traslación fija</p> <p>Rotación fija y traslación libre</p> <p>Rotación libre y traslación libre</p>				

En los pórticos con nodos elásticamente empotrados conectando vigas y columnas, los factores K de modificación de luz de pandeo se dan en el nomograma de la figura 5.11.

En el nomograma a) de la izquierda de la figura, se leen los valores de K en el pivote central, para el caso de pórticos arriostrados. En este caso, K varía entre 0.5 y 1.

En el nomograma b) de la derecha, K en el pivote central varía entre 1 a  $\infty$  para el caso de pórticos no arriostrados lateralmente, es decir desplazables.

Los arriostramientos en los pórticos se logran mediante diagonales cruzadas, soportes laterales por conexión con otros elementos estructurales rígidos, o columnas inclinadas conectando los nodos a tierra.

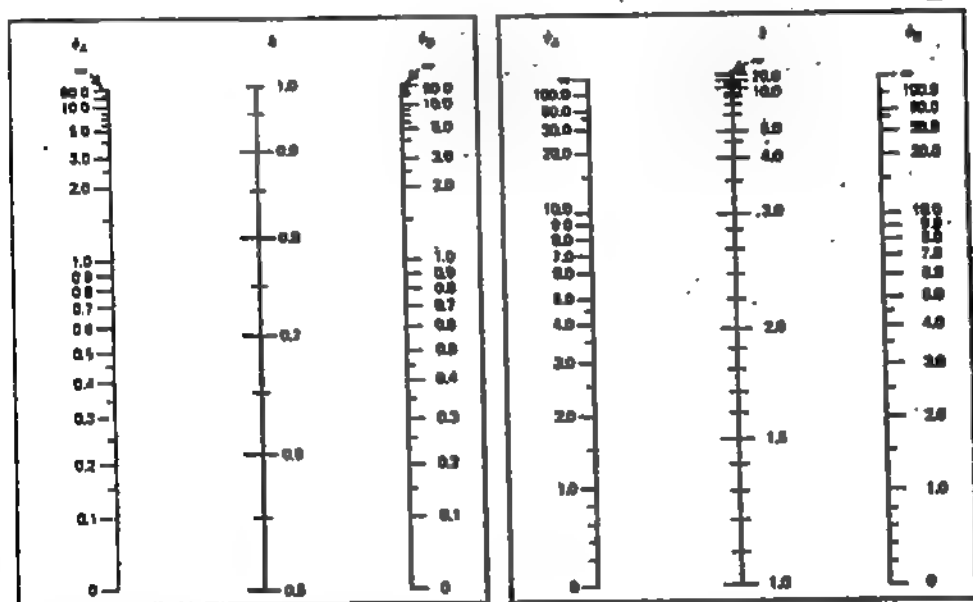
Para determinar el valor de K en cada caso, se deben determinar los factores  $\psi_a$  y  $\psi_b$  en los extremos de cada columna analizada. Para cada nodo :

$$\psi = \frac{\sum (I_c / L_c)}{\sum I_v / L_v} \quad (5.21)$$

Uniendo mediante una recta los valores de  $\psi_a$  y  $\psi_b$  obtenidos para los extremos A y B de cada columna, se define K en el punto donde intercepta al pivote central.

En apoyos articulados a tierra, adoptar :  $\psi_a = 10$

y en empotramientos a tierra :  $\psi_a = 1$



a) Desplazamiento lateral impedido (pórtico no desplazable)

b) Desplazamiento lateral permitido (pórtico desplazable)

Figura 5.11.- Nomograma para obtener K

En la ec. 5.21,  $I_c$  y  $L_c$  son el momento de inercia y la altura de cada columna concurrente al nodo que se analiza, e  $I_v$  y  $L_v$  el momento de inercia y la luz de cada viga conectada al mismo nodo.

Conociendo el valor de K, la longitud modificada KL de la columna resulta la luz efectiva de diseño, la cual permite calcular la carga crítica de pandeo de Euler :

$$P_e = \frac{\pi^2 E I}{(KL_c)^2} \quad (5.22)$$

Según se evidencia de la ec. 5.21, el parámetro  $\psi$  en el extremo superior e inferior de cada columna, permite determinar K en función de la capacidad rotacional del nodo.

El nomograma de la figura 5.11, sin embargo, se puede utilizar sólo para las columnas de sección transversal constante en toda la altura libre  $L_c$ , en pórticos arriostrados o no, de múltiples vanos. Además, los valores de  $I_c$  e  $I_v$  utilizados deben tomar en cuenta el agrietamiento del concreto.

METODO DE AMPLIFICACION DE MOMENTOS

Es un método aproximado de diseño para determinar la carga  $P_u$  y el momento  $M_u$  de agotamiento de un miembro esbelto comprimido, en un análisis de primer orden.

Para aplicar este método, se utilizan la carga  $P_u$  y un momento amplificado  $\delta M_u$ , siendo  $\delta$  el factor de amplificación de momentos.

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_e}} \geq 1 \quad (5.23)$$

$$\phi = 0.7$$

donde  $C_m$  es un factor que se obtiene :

- a) En columnas arriostradas contra desplazamiento lateral, y sin cargas transversales intermedias :

$$C_m = 0.6 + 0.4 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \geq 0.4 \quad (5.24)$$

- b) En columnas con posibilidad de desplazamiento lateral, o con cargas intermedias entre los apoyos, aplicadas transversalmente :

$$C_m = 1 \quad (5.25)$$

En la ec. 5.24,  $M_1$  y  $M_2$  son los momentos flectores en los extremos del miembro analizado, siendo  $M_1$  el momento numéricamente menor. El término :

$$(M_1/M_2)$$

es positivo si el elemento flexiona en curvatura simple, y negativo si lo hace con curvatura doble. Cuando los momentos son iguales en los extremos,  $M_1 = M_2$  y  $C_m$  adopta el valor igual a la unidad (Ver fig. 5.12) en el caso a).

El momento máximo que resiste un elemento flexo-comprimido resulta :

$$M_{max} = \frac{C_m M_0}{1 - \frac{P_u}{\phi P_e}} = \delta M_0 \quad (5.26)$$

$M_0$  es el momento inicial de primer orden.

Para tomar en cuenta el comportamiento no lineal del concreto, la rigidez flexional del miembro que se utiliza para obtener el valor de la carga crítica de Euler de la ec. 5.22, se obtiene con una de las siguientes ecuaciones :

$$EI = \frac{E_c I_c / 5 + E_s I_s}{1 + \beta_d} \quad (5.27)$$

o

$$EI = \frac{E_c I_c / 2.5}{1 + \beta_d} \quad (5.28)$$

donde :  $E_c$  es el módulo de elasticidad del concreto  $E_c = 15.100 \sqrt{f'_c}$  para el concreto normal  
 $E_s$  es el módulo de elasticidad del acero :  $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$   
 $I_c$  es el momento de inercia de la sección gruesa de la columna  
 $I_s$  es el momento de inercia del refuerzo respecto al punto baricéntrico de la columna

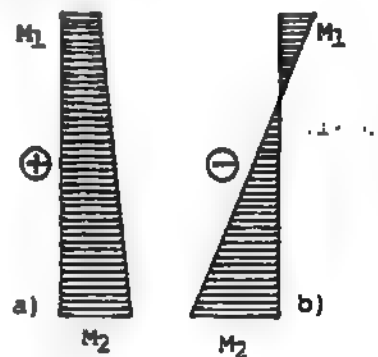


Figura 5.12

$\beta_d$  es la relación entre momentos :

$$\beta_d = \frac{M_{\text{carga muerta}}}{M_{\text{carga total}}} \quad (5.29)$$

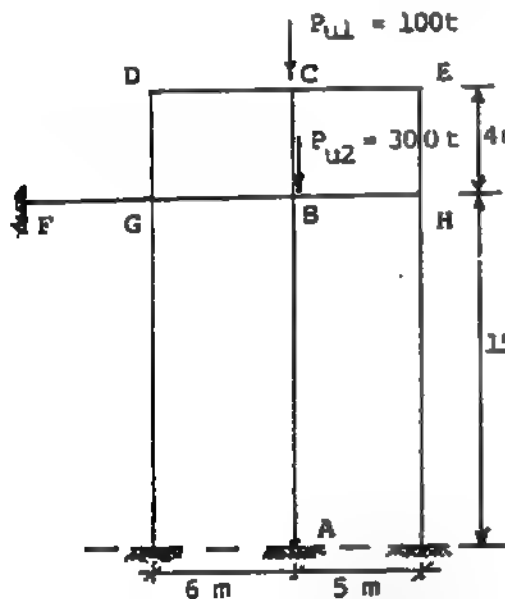
La ecuación 5.28 es más sencilla de usar que la 5.27, pero no da resultados muy exactos cuando la cuantía del refuerzo es muy alta. El término  $\beta_d$  toma en cuenta la reducción de rigidez del elemento bajo la acción de cargas permanentes de larga duración (creep). Ver la Referencia 8.

### EJEMPLO 5.6 .-

Diseñe el acero de la columna ligada circular AC de la figura usando el método de la amplificación de momentos. Use barras de  $\phi 1"$ .

$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2 \quad E_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

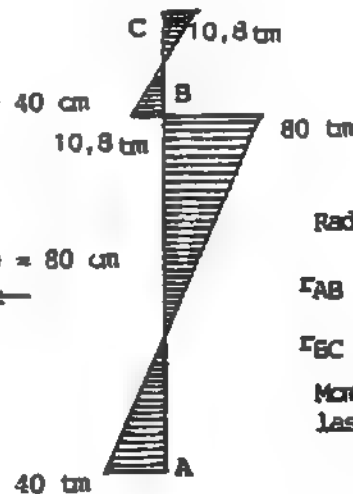
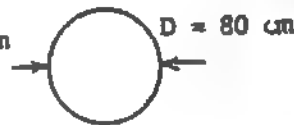
$$g = 0,8 \quad \beta_d = 0,75$$



Columna BC.



Columna AB



$$M_{UCB} = M_{UBC} = 10,8 \text{ tm}$$

$$M_{UBA} = 2M_{UA} = 80 \text{ tm}$$

Radios de giro :

$$r_{AB} = 0,25 D = 20 \text{ cm}$$

$$r_{BC} = 0,25 D = 10 \text{ cm}$$

Momentos de inercia de las columnas :

$$I_c = \frac{\pi D^4}{64}$$

Momentos de inercia de las vigas (considerando el agrietamiento) :

$$\text{Viga FG-GB} : I_{v2} = 5 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

$$\text{Viga DC-CE : } I_{v1} = 3,5 \times 10^5 \text{ cm}^4 \text{ y BH}$$

### COLUMNA AB

No desplazable. Carga  $P_u = 400 \text{ t}$   $M_{u1} = 40 \text{ tm}$   $M_{u2} = 80 \text{ tm}$ .

El diagrama de momentos lineal en la columna indica que no existen cargas transversales aplicadas. Por lo tanto, según ec. 5.24 :

$$C_m = 0,6 - 0,4 \frac{40}{80} = 0,4$$

El signo (-) se obtiene de la figura 5.12. El momento de inercia de la columna AB resulta :

$$I_{CAB} = \frac{\pi 80^4}{64} = 2.010.619 \text{ cm}^4$$

y la rigidez flexional, para :

$$E = 15.100 \sqrt{f'_c} = 252.671 \text{ Kg/cm}^2$$

se obtiene de ec. 5.28 :

$$EI = \frac{252.671 \times 2.010.619}{2,5 \times 1,75} = 1,1612 \times 10^{11} \text{ Kgcm}^2$$

Para hallar el factor K de modificación de la altura de la columna, se calculan los valores de  $\psi_A$  y  $\psi_B$ .

Por ser apoyo empotrado :  $\psi_A = 1$

La inercia de la columna superior resulta :  $I_{CBC} = 125.663 \text{ cm}^4$

$$\psi_B = \frac{2.010.619 / 15 + 125.663 / 4}{\left(\frac{5}{6} + \frac{3.5}{5}\right) \times 10^5} = 1.08$$

En el nomograma a) para miembros acriostados se lee el valor de K :  $K = 0.78$

Se verifica si la columna es esbelta, para :

$$\frac{K L}{r_{AB}} = 0.78 \times 1500 / 20 = 58.5$$

$$58.5 > 34 + 12 \frac{40}{80} = 40 \quad \therefore \text{ es columna esbelta}$$

La carga crítica de Euler resulta :

$$P_e = \frac{\pi^2 E I}{(K L)^2} = 837.211 \text{ t}$$

Por lo tanto, el factor de amplificación  $\delta$  según la ec. 5.23 es :

$$\delta = \frac{0.4}{1 - \frac{P_u}{\phi P_e}} = \frac{0.4}{1 - (400/0.7 \times 837.211)} = 1.26$$

Para el momento mayor en la luz de la columna :  $\delta M_{uBA} = 1.26 \times 80 = 100.8 \text{ tm}$

Los factores adimensionales para entrar en los diagramas de interacción del caso f) de la figura 5.7 son :

$$\nu = \frac{P_u}{f'_c D^2} = \frac{400.000}{280 \times 80^2} = 0.223$$

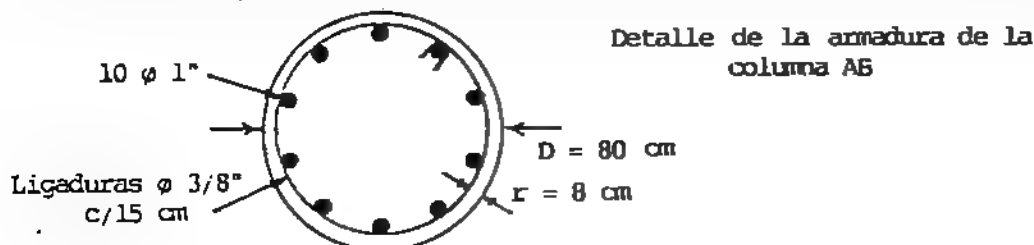
$$\mu = \frac{\delta M_u}{f'_c D^3} = \frac{100.8 \times 10^5}{280 \times 80^3} = 0.07$$

$\therefore$  se lee :  $p_t m = 0.18$

Para :  $m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 17.65$  (de ec. 5.12) resulta :  $p_t = 0.01 = 1\%$

$$\therefore A_s = 0.01 A_g = 0.01 \times 40^2 \pi = 50.26 \text{ cm}^2 \quad 10 \phi 1" = 50.7 \text{ cm}^2 \text{ (Tabla 1.2)}$$

Se usan ligaduras de  $\phi 3/8"$  c/15 cm en toda la altura de la columna. La separación de las ligaduras se obtiene según los mismos criterios que los ejemplos anteriores.



Columna EC

$$M_{u1} = M_{u2} = 10.8 \text{ tm}$$

$$P_{u1} = 100 \text{ t}$$

$$I_{cBC} = 125.663 \text{ cm}^4$$

Columna desplazable. Por lo tanto,  $C_m = 1$  (de ec. 5.25)

$$\psi_B = 1.08$$

$$\psi_C = \frac{125.663/4}{\left(\frac{3.5}{6} + \frac{3.5}{5}\right)10^5} = 0.24$$

Del nomograma B de la figura 5.11 se lee :  $K = 1.2$   $K L = 4.8 \text{ m}$

$$\therefore \frac{K L}{r_{BC}} = \frac{1.2 \times 400}{10} = 48 > 22 \quad \text{Es columna esbelta}$$

La carga crítica de Euler se calcula :

$$P_e = \frac{\pi^2 \times 7.2575 \times 10^9}{(480)^2} = 310.886 \text{ t}$$

$$\text{para } EI = \frac{252.671 \times 125.663}{2.5 \times 1.75} = 7.2575 \times 10^9$$

El factor de amplificación resulta :

$$\delta = \frac{1}{1 - (100/0.7 \times 310.886)} = 1.85$$

$$\text{Se adopta } \delta M_0 = 1.85 \times 10.9 \text{ tm} = 20 \text{ tm}$$

Por lo tanto,

$$v = \frac{100.000}{280 \times 40^2} = 0.223$$

$$\mu = \frac{20 \times 10^5}{280 \times 40^3} = 0.11$$

Del diagrama de interacción adimensional de figura 5.7 f) se lee :  $p_t m = 0.56$

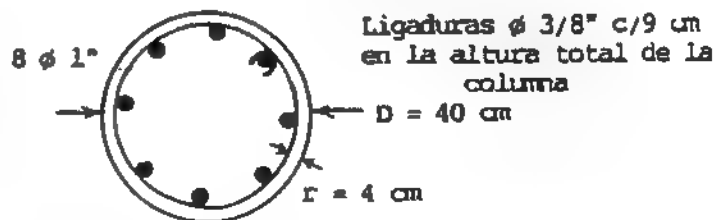
$$\therefore p_t = 0.0317$$

$$A_s = 0.0317 \times 20^2 \pi = 39.87 \text{ cm}^2$$

$$8 \phi 1" = 40.56 \text{ cm}^2$$

Detalle de la armadura de la columna BC

El detalle de la conexión en el nodo con la longitud necesaria de solape y la inclinación máxima de las barras por cambio de sección transversal de la columna, se indican en la figura 5.10.



En zona sísmica, es conveniente que la separación de las ligaduras de confinamiento en las cercanías de los nodos, se respeten en toda la altura de la columna, para dar mayor ductilidad al miembro.

En pórticos de altura elevada, se debe verificar la magnitud de los corrimientos laterales para no exceder los máximos admisibles, así como comprobar si se debe tomar en cuenta en el análisis el efecto PA.



### 5.4.- RESISTENCIA DEL CONCRETO AL AFLASTAMIENTO

La resistencia del concreto al aplastamiento no excederá de  $\phi(0,85 f'_c A_1)$  para  $\phi = 0,7$  según la Sección 1.3, siendo  $A_1$  el área cargada.

Se exceptúan los siguientes casos :

- a) Cuando la superficie de apoyo sea más ancha que el área cargada en todos los lados.  
En este caso, la resistencia de diseño del apoyo sobre el área cargada puede multiplicarse por:  $\sqrt{A_2/A_1} \leq 2$   
 $A_2$  es el área máxima de un tronco de pirámide o cono, cuya base esté contenida completamente dentro del apoyo que es geométricamente similar y concéntrica con el área cargada.  
Ver figura 5.13 a).

El incremento de la resistencia del concreto en este caso se debe a que el área de apoyo resulta confinada por el concreto circundante. Si bien la Norma no especifica el espesor mínimo que debe tener el área de apoyo, usualmente éste resulta controlado por los requisitos de corte de la sección.

En el caso en que el aplastamiento se produzca entre dos miembros con diferente  $f'_c$ , la resistencia se evaluará para el menor de los  $f'_c$  dados.

- b) Cuando la superficie de apoyo sea inclinada o escalonada.  
En este caso,  $A_2$  puede tomarse como el área de la base inferior del mayor tronco de pirámide o de cono recto contenido completamente dentro del apoyo, y que tenga como base superior el área cargada y pendientes laterales con la relación de 1 vertical a 2 horizontal.  
Ver figura 5.13 b).

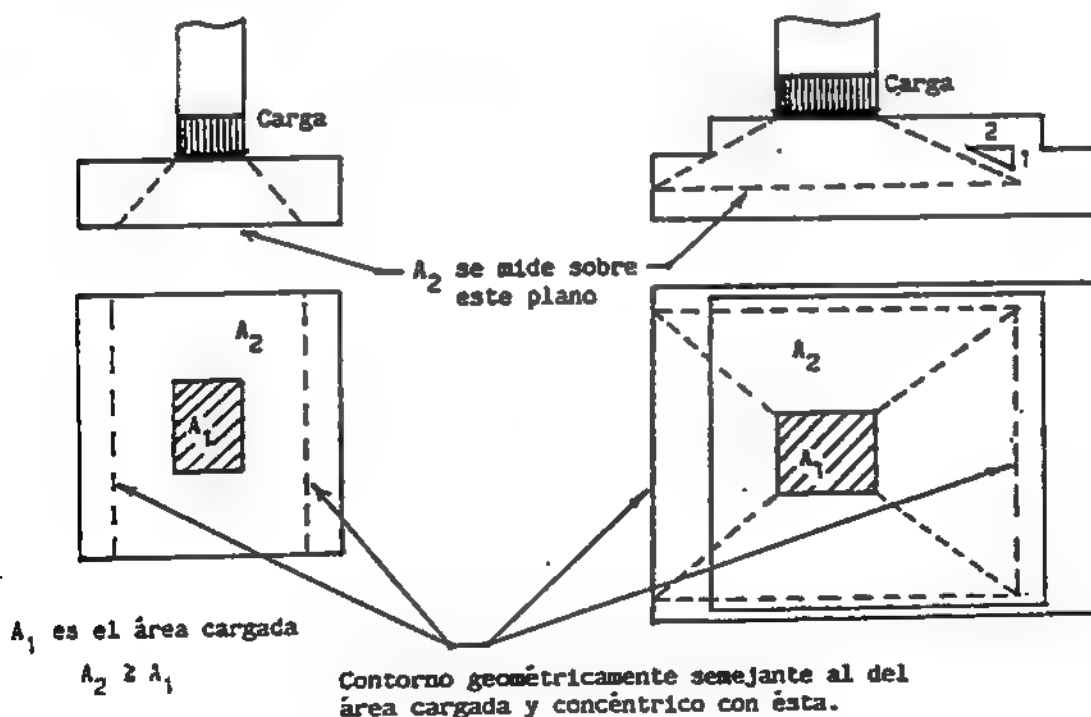


Figura 5.13 Áreas para determinar la resistencia del concreto al aplastamiento

Se debe aclarar que estos conos o pirámides truncados no deben confundirse con las trayectorias según las cuales se distribuyen las cargas a medida que se transmiten hacia abajo a través del apoyo, pues la envolvente de estas trayectorias tendría una mayor pendiente. En el caso de la figura, 5.13, las caras de los conos o pirámides truncados tienen pendientes más suaves para asegurar que existe concreto confinado en la zona de esfuerzos elevados.

### 5.5.- RESISTENCIA A PUNZONADO

El punzonado es el efecto resultante de los esfuerzos tangenciales localizados debidos a la aplicación de una carga concentrada en un área reducida, sobre una placa, zapata o cabezal de poco espesor, trabajando en flexión bidireccional.

El efecto de punzonado puede ser causa de falla en ciertos tipos de estructuras, tales como entrepisos sin vigas, placas de fundación bajo columnas aisladas, placas sobre pilotes, etc. cuando el elemento cargado perfora y traspasa la placa, en un perímetro que resulta algo mayor al de aplicación de la carga.

El punzonado se puede asimilar a un esfuerzo cortante en dos direcciones simultáneas, combinado con tensiones de compresión. Las secciones críticas por punzonado se ubican perpendicularmente al plano de la placa o zapata, a una distancia  $d/2$  de las caras de la columna, pedestal o borde de área cargada, como muestra la figura 5.14.

La fractura por punzonado se materializa en forma de cono o pirámide trunca, en planos inclinados a  $45^\circ$ , y se define así el perímetro  $b_o$  de la sección crítica alrededor del miembro cargado. El perímetro  $b_o$  será el mínimo de todos los que se puedan considerar en planta.

Cuando en el diseño de placas o zapatas no se preve la colocación de armaduras de corte bajo las cargas concentradas, la resistencia al corte por punzonado no será mayor a la indicada en la ec. 2.42, en la cual  $V_n$  no se tomará mayor al valor de  $V_c$  dado por la siguiente ecuación :

$$V_c = (0,53 + \frac{1,06}{\beta_c}) \sqrt{f'_c} b_o d \leq 1,06 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (5.30)$$

donde :

$$\beta_c = \frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}} \quad \text{del área cargada}$$

$\beta_c$  se conoce como relación de aspecto. Resulta por lo tanto, en este caso :

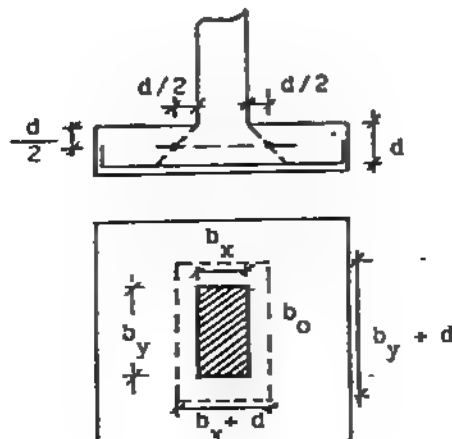
$$V_c \leq 1,06 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (5.31)$$

ya que en la falla por punzonado la tensión cortante resistida por el concreto se acepta mayor a la resistida en corte unidireccional, como en el caso de las vigas.

Cuando se utiliza armadura de corte, el valor de  $V_n$  se limita a :

$$V_n \leq 1,6 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (5.32)$$

Si por algún motivo en placas o zapatas se debe limitar su altura, se pueden colocar armaduras de corte por punzonado, en forma de parrillas con barras dobladas a  $45^\circ$  o bien perfiles estructurales I o canales, soldados en ángulo recto, bajo las columnas o cargas concentradas aplicadas sobre las placas. Para el caso de corte por punzonado en zapatas o cabezales con cargas aplicadas cerca de los bordes, en áreas rectangulares, el perímetro  $b_o$  de punzonado resultante será el correspondiente a



Perímetro de punzonado :

$$b_o = 2(b_x + b_y + 2d)$$

Figura 5.14.-

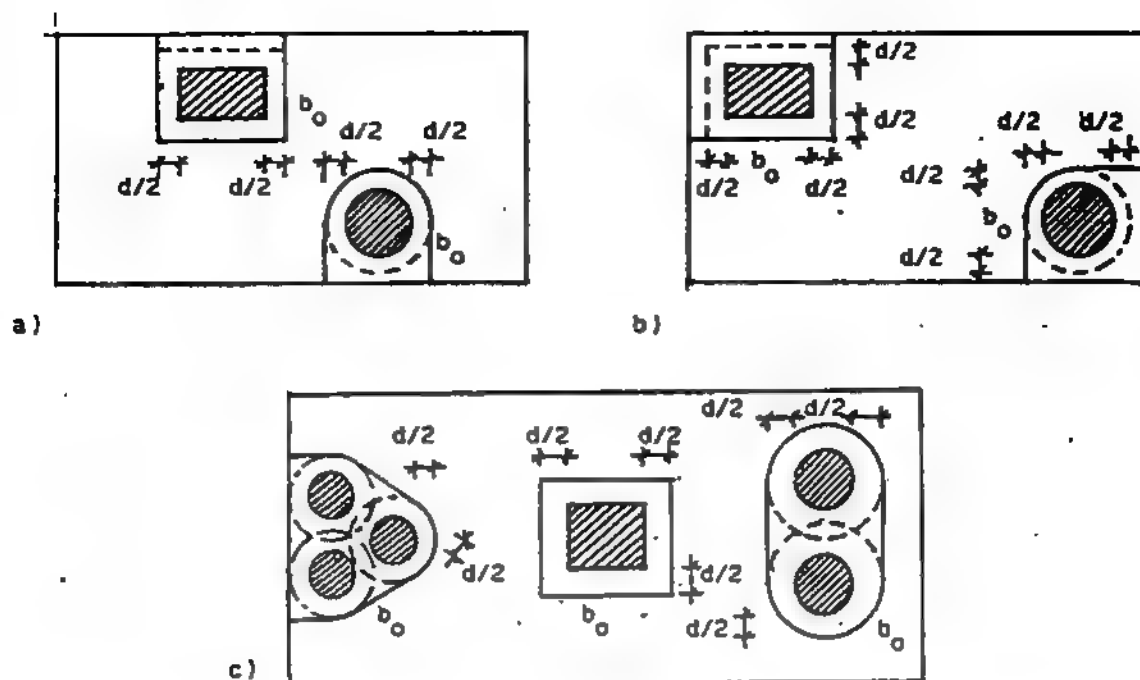


Figura 5.15.- Perímetros críticos de punzonado

la línea llena, con tres lados únicamente, cuando la longitud  $b_o$  resulte menor a la del perímetro que rodea completamente al rectángulo, a distancia  $d/2$ , indicado con línea punteada. Ver figura 5.15 a).

Si el área cargada es circular, y está ubicada cerca de un borde de la zapata o cabeza, el perímetro de punzonado  $b_o$  estará formado por una semicircunferencia, a distancia  $d/2$ , con tramos rectos tangentes, siempre que el  $b_o$  así obtenido sea menor a la longitud completa de la circunferencia dibujada en trazos punteados.

Sin embargo, en el caso de columnas o pedestales de concreto con sección en forma de círculo o de polígono regular, la Norma permite, para zapatas o cabezales, asimilarlas a secciones cuadradas de área equivalente, a fin de ubicar los planos críticos para momentos, fuerza cortante y desarrollo del refuerzo.

Cuando el área cargada esté próxima a una esquina de la zapata o cabezal, el perímetro mínimo  $b_o$  resultante, puede presentar sólo dos lados, como muestra la figura 5.15 b). En el caso de áreas circulares, el  $b_o$  mínimo se obtiene como indica el esquema.

Existe además la posibilidad, para columnas o pedestales muy próximos, que sus secciones críticas se intersecten. Ver figura 5.15 c). En este caso, el perímetro crítico  $b_o$  debe tomarse como la envolvente de menor longitud de las secciones críticas individuales. La cual resistirá realmente el corte crítico para el grupo que se considera.

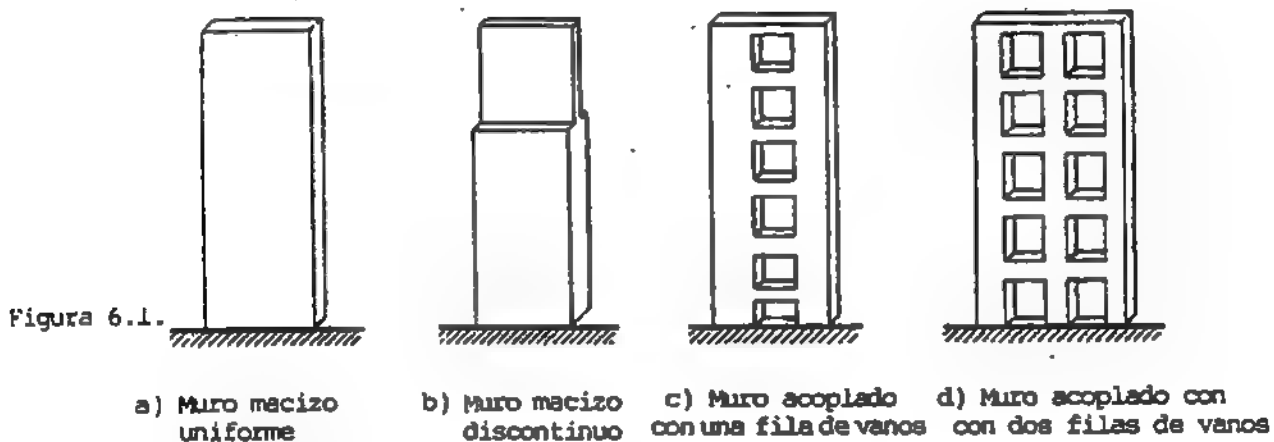
En las zapatas, los esfuerzos de corte por punzonado deben verificarse únicamente para las columnas que apoyan sobre ellas, pero en los cabezales esta verificación debe realizarse tanto para las columnas o pedestales que transmiten la carga de la superestructura, como para los pilotes más cargados del grupo, de acuerdo a las diferentes combinaciones de cargas que se detallan en el ítem 1.3.-

Igual tratamiento rige para las secciones críticas en corte simple. Cuando en los cabezales se ubica un grupo de pilotes próximos entre sí, o cercanos a los bordes, se deben tantean todas las posibilidades de ubicación de las secciones críticas por corte y punzonado. En este último caso, los diferentes  $b_o$  para el grupo de dos, tres o más pilotes, permitirán obtener los correspondientes esfuerzos en función de las cargas que transmiten los pilotes. Los máximos esfuerzos de corte por punzonado así obtenidos, regirán el diseño, si resultan mayores a los correspondientes a las columnas o pilotes en forma aislada.

## Diseño de Muros Estructurales

### 6.1.- GENERALIDADES SOBRE MUROS

Los muros estructurales o pantallas de concreto armado, pueden ser macizos o perforados, en cuyo caso se conocen como muros acoplados. Ver Referencia 10. Su diseño depende del tipo y magnitud de las cargas exteriores actuantes. Estas cargas se consideran en todos los casos aplicadas en el plano del muro, en el cual éste ofrece su máxima rigidez lateral y axial.

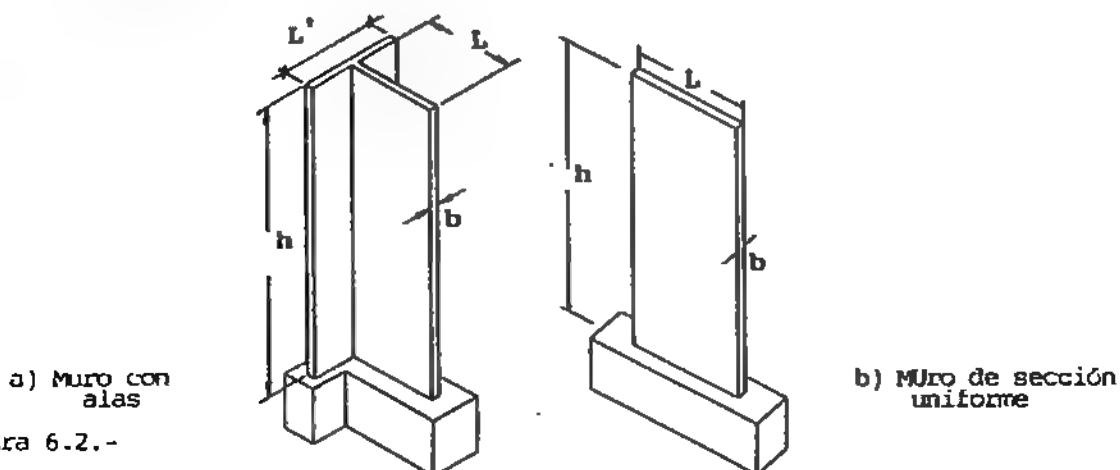


Las cargas que deben resistir los muros estructurales son básicamente :

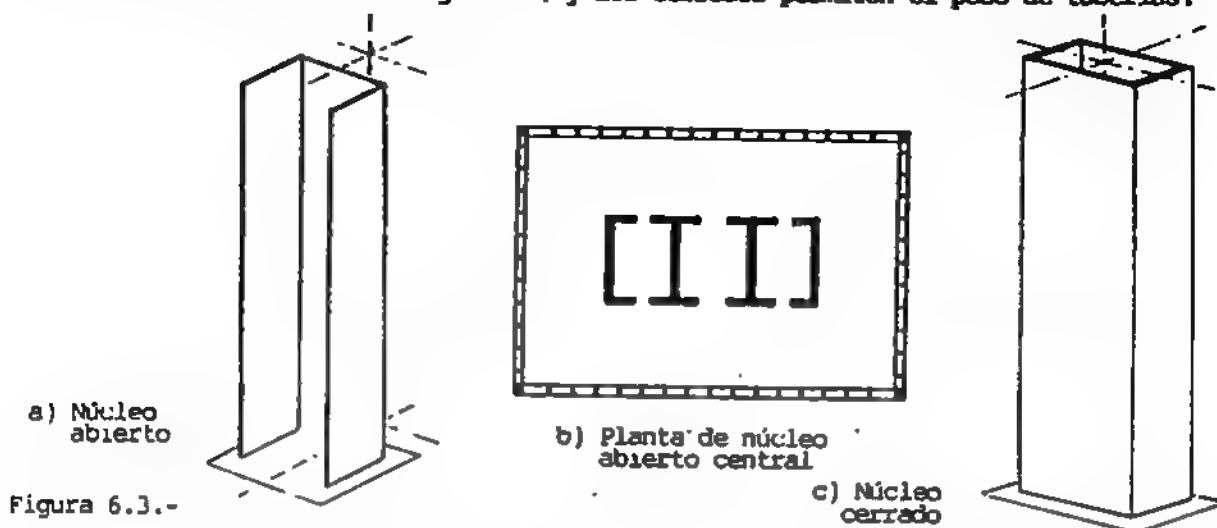
- a) Cargas gravitacionales de compresión (centradas o excéntricas)
- b) Acciones laterales de viento o sismo

En todos los casos, los muros o pantallas deben ser capaces de transferir las cargas exteriores actuantes a las fundaciones, manteniendo el estado tensional en régimen elástico, sin incursiones en rango inelástico ni superar los esfuerzos máximos permitidos por la normas (Ver Ref. 1).

Según la forma en planta, los muros se pueden clasificar en uniformes o con alas, según muestra la figura 6.2.-



Las pantallas también pueden combinarse formando núcleos abiertos o cerrados como los que se muestran en la figura 6.3. Los núcleos con vanos usualmente rodean ascensores y áreas de circulación vertical en general, y los cerrados permiten el paso de tuberías.



Los muros estructurales que forman parte de un edificio usualmente se combinan con pórticos creando sistemas duales. Las pantallas incrementan de esta forma la eficiencia del conjunto para resistir cargas gravitacionales conjuntamente con las cargas laterales de viento o sismo. Ver figura 6.4.

El desplazamiento lateral de un edificio se ve drásticamente controlado cuando se colocan pantallas de concreto armado convenientemente dispuestas para resistir las cargas laterales. No sólo proporcionan seguridad estructural adecuada sino que también permiten controlar el daño no estructural resultante de la acción de sismos de moderada magnitud.

En general se acepta la hipótesis de rigidez infinita en su plano de los entrepisos, de modo que en los sistemas duales los desplazamientos traslacionales y rotacionales sean los mismos en cada nivel analizado.

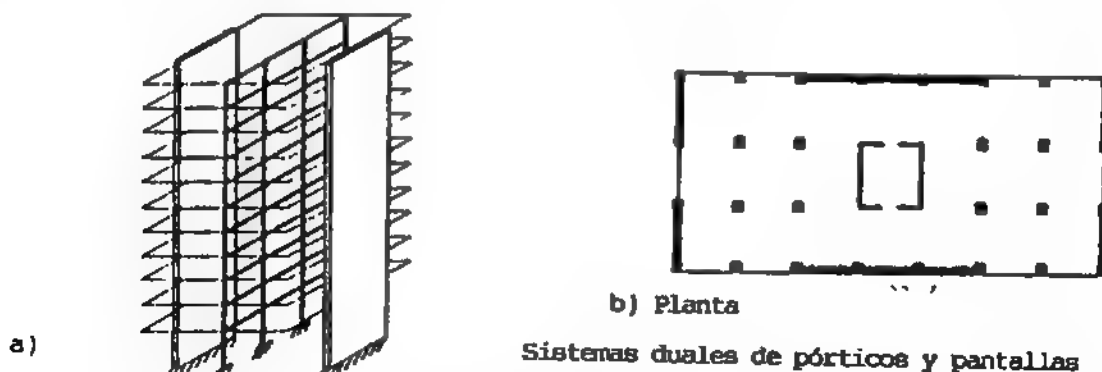


Figura 6.4.-

La eficiencia de los muros estructurales se incrementa bajo la acción de cargas laterales, si se los dispone en el perímetro de las planta de los edificios, como muestra el esquema b) de la figura 6.4, en lugar de ubicarlos en el centro formando núcleos de limitada dimensión. El tema se analiza en detalle en la Ref.10.

En general, la presencia de vanos reduce la rigidez lateral de las pantallas, y cuando estos vanos son considerables, el comportamiento del muro se asemeja al de un pórtico. En el caso de muros con alas, es importante tomar en cuenta la gran demanda de ductilidad que puede exigir este tipo de estructura resistente bajo la acción de sismos fuertes. Ver Ref. 10.

## 6.2.- PANTALLAS CON CARGAS GRAVITACIONALES

Es el caso de las cargas verticales actuando en el plano del muro, uniformemente distribuidas en la longitud total del muro o actuando aisladamente en forma parcial, como muestra la figura 6.5.-

Quando la resultante de las cargas verticales cae dentro del tercio medio de la planta del muro (en el núcleo central), se permite aplicar el método empírico de diseño, según el cual la resistencia de diseño a carga axial se obtiene :

$$\phi P_{mw} = 0.55 \phi f'_c A_g \left( 1 - \frac{K h}{32 b} \right) \geq P_u \quad (6.1)$$

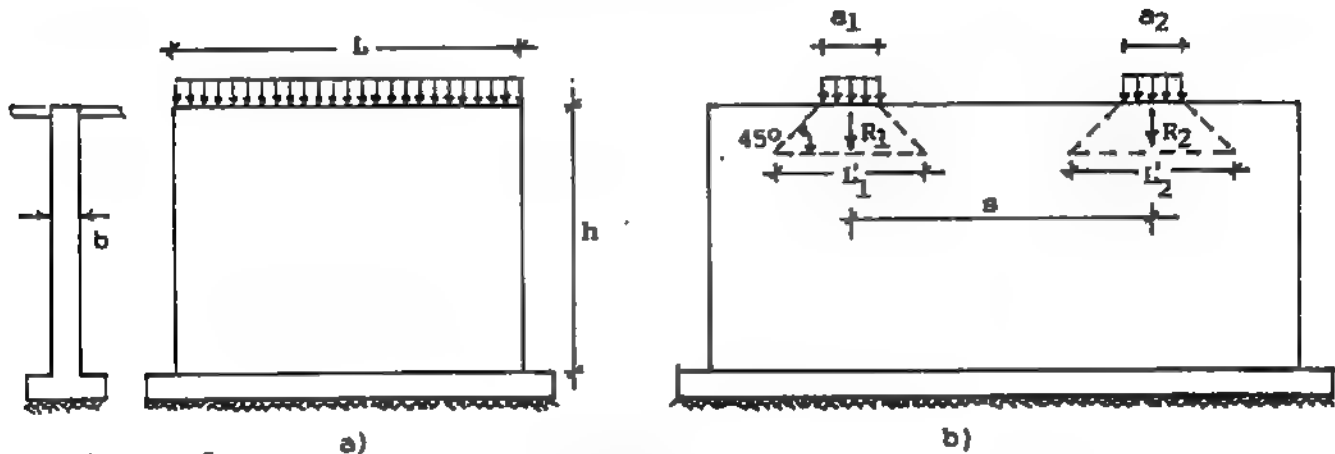


Figura 6.5.-

En ec. 6.1 :

$$\phi = 0.7$$

K es el factor de longitud efectiva y se determinará de la siguiente forma :

- a) Para los muros estructurales arriostrados en sus dos extremos contra desplazamientos laterales que estén :

Impedidos de girar en uno o los dos extremos :  $K = 0.8$

Libres de girar en los dos extremos :  $K = 1$

- b) Para los muros estructurales no arriostrados contra desplazamientos laterales :

$$K = 2$$

$f'_c$  es la resistencia específica del concreto en compresión (en Kg/cm<sup>2</sup>)

$A_g$  es el área gruesa o área total de la sección transversal del muro en planta.

$$A_g = b L$$

siendo b el espesor del muro, y L su longitud.

Si las cargas actúan uniformemente en toda la longitud del muro, el comportamiento de éste es similar al de una columna comprimida de sección transversal bL.

El espesor de los muros estructurales no será menor que el máximo de los tres valores siguientes :

- \* 1/25 de la altura no arriostrada del muro estructural
- \* 1/25 del ancho no arriostrado del muro estructural
- \* 15 cm para alturas máximas de 4,5 m , siempre que se satisfagan las condiciones de resistencia, y en edificios de hasta 2 niveles. Para alturas mayores a 4,5 m, aumentar en 2,5 cm cada 7,5 m.
- \* 20 cm en muros de sótanos.

En el diseño de los muros estructurales, se debe verificar que los esfuerzos transmitidos al suelo de fundación no superen los admisibles de compresión del mismo, ni se produzcan asentamientos diferenciales de importancia, ni rotaciones de las bases.

Quando las pantallas soportan cargas concentradas como se indica en la figura 6.5 b), actuando en una longitud  $a$  sobre el borde superior del muro, el ancho efectivo del muro que soporta esta carga será el menor de los siguientes valores de  $L'$  :

$$L' = \begin{cases} a + 4b \\ s/2 \end{cases} \quad (6.2)$$

$s$  es la distancia entre las rectas de acción de las resultantes de las cargas distribuidas actuantes en una longitud reducida  $a$ . El ancho  $L'$  se mide en forma concéntrica con la carga, según rectas de acción trazadas a  $45^\circ$  como muestra la figura 6.5 b).

La cuantía geométrica y la distribución de las barras del refuerzo en los muros, deben ser cuidadosamente controlada, no sólo para evitar la fisuración prematura del concreto, sino también para incrementar la inherente capacidad de absorción de energía de deformación bajo cualquier tipo de carga actuante.

Las armaduras mínimas en los muros estructurales de concreto armado para soportar cargas gravitacionales cumplirán con las siguientes especificaciones :

A)- La cuantía mínima de las armaduras verticales en relación al área total del concreto cumplirá una de las siguientes condiciones :

- a) 0,0012 para barras estriadas no mayores que  $\phi 5/8"$ , con una resistencia cedente especificada no menor de 4.200 Kg/cm<sup>2</sup>.
- b) 0,0015 para las otras barras estriadas.
- c) 0,0012 para las mallas soldadas de alambre liso o estriado, con diámetro no mayor de 16 mm

B)- La relación mínima del área de la armadura horizontal al área total de concreto cumplirá con las siguientes condiciones :

- a) 0,0020 para barras estriadas no mayores a  $\phi 5/8"$  y con una resistencia cedente especificada de 4.200 Kg/cm<sup>2</sup>.
- b) 0,0025 para otras barras estriadas
- c) 0,0020 para las mallas soldadas de alambre liso o estriado no mayor de 16 mm.

C)- Los muros estructurales de más de 15 cm de espesor, excepto los de sótanos, tendrán las armaduras en cada dirección dispuestas en dos capas paralelas a los paramentos del muro en la siguiente forma :

- a) Se colocará una malla exterior que tenga por lo menos la mitad y no más de las dos terceras partes de las armaduras que se requieren para cada dirección, con un recubrimiento no menor que el indicado en la Tabla 2.2 ni mayor que  $1/3$  del espesor del muro.
- b) Se colocará una malla interior que tenga el resto de las armaduras que se requieran en cada dirección, con un recubrimiento no menor de 2 cm ni mayor a  $1/3$  del espesor del muro.

La separación de las barras o alambres de las armaduras verticales y horizontales no será mayor que tres veces el espesor del muro ni más de 35 cm.

D)-Las armaduras verticales no necesitan rodearse con ligaduras en los siguientes casos :

- a) Cuando el área de las armaduras verticales es menor o igual al 1% de la sección total del concreto.
- b) Cuando las armaduras verticales no se requieren como refuerzo a compresión.

E)-Además de las armaduras mínimas mencionadas, se colocarán no menos de 2 barras de  $\phi$  5/8" alrededor de todas las aberturas de puertas y ventanas, las cuales se prolongarán más allá de sus esquinas lo suficiente para desarrollar el esfuerzo cedente de las barras, pero no menos de 60 cm. Ver figura 6.6.

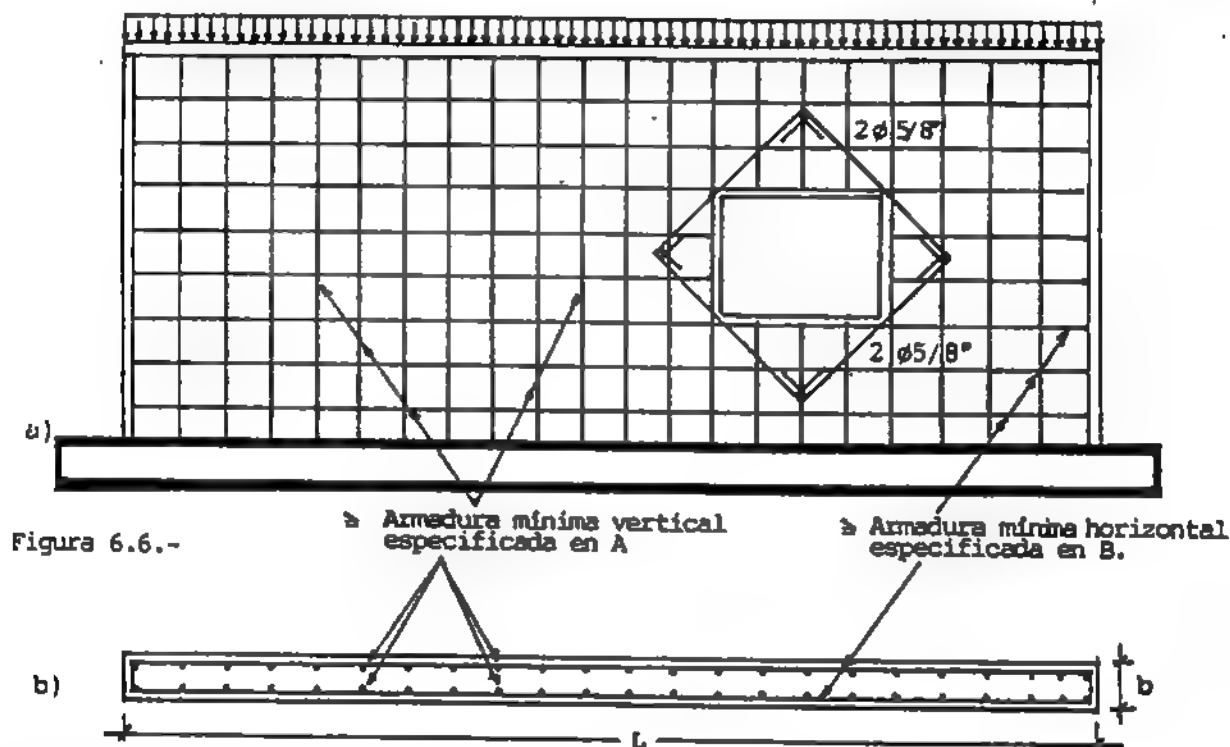


Figura 6.6.-

➤ Armadura mínima vertical especificada en A

➤ Armadura mínima horizontal especificada en B.

### 6.3.- PANTALLAS SOLICITADAS POR CARGAS LATERALES DE VIENTO O SISMO

Si se toman en cuenta las cargas laterales de viento o sismo actuando aisladamente sobre las pantallas, especialmente las de altura considerable, éstas se comportan como volados verticales o vigas en Cantilever empotradas en la base. Ver figura 6.7.-

Junto al borde donde están aplicadas las cargas laterales se produce tracción, y en el borde opuesto, compresión. Sin embargo, como las acciones mencionadas pueden cambiar de sentido, se debe prever la posibilidad de inversión de los esfuerzos en forma aleatoria.

Adicionalmente a las cargas laterales, los muros estructurales soportan las cargas gravitacionales de la Sección 6.2, por lo cual la sollicitación resultante es la flexocompresión y corte.

Debido al limitado espesor de la sección transversal de las pantallas, las fuerzas de compresión debidas a las cargas gravitacionales y laterales pueden alcanzar magnitudes considerables, por lo cual existe el peligro de pandeo.

Sin embargo, las losas y placas de entrepiso que conectan las pantallas en los diferentes niveles, actúan como diafragmas rígidos en su plano, otorgando soporte lateral



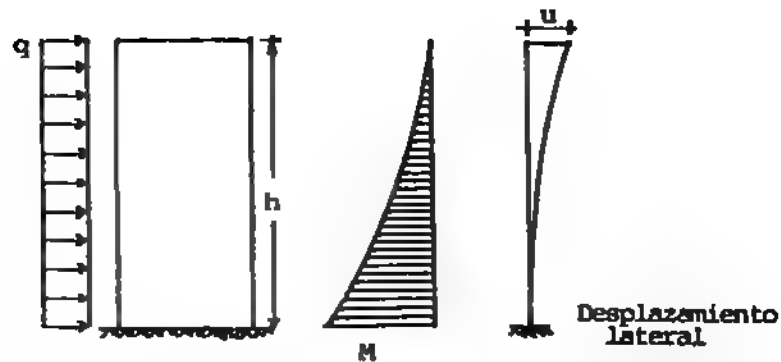


Figura 6.7.-

a las pantallas, de modo que la luz de pandeo de los muros resulta la altura libre entre niveles, es decir la altura de piso.

El diseño de los muros de concreto armado debe asegurar en todo momento un comportamiento dúctil del conjunto, para cualquier tipo de sollicitación actuante, evitando la fisuración excesiva o la falla estructural. Según la magnitud de las cargas actuantes, se deben distinguir dos casos diferentes :

#### CASO I :

Quando el esfuerzo máximo de compresión calculado a partir de las cargas mayoradas , incluyendo las debidas a sismo o viento, y suponiendo la sección como homogénea y sin fisurar, no supera el valor de  $0.2 f'_c$  , el muro se puede calcular como una columna, distribuyendo el acero uniformemente en toda la longitud del muro y respetando la cuantía mínima de  $0.0025 A_g$ . Ver la fig. 6.6 b). En este caso, :

$$f_{cu} = \frac{P_u}{b L} + \frac{M_u}{S} \leq 0.2 f'_c \quad (6.3)$$

$f_{cu}$  es el esfuerzo límite en compresión del muro,  $P_u$  es la carga axial mayorada obtenida de las cargas gravitacionales correspondientes a las áreas tributarias de la pantalla, y  $S$  el módulo resistente de la sección :

$$S = b L^2 / 6 \quad (6.4)$$

En estos casos, la cuantía geométrica máxima no supera por lo general el 1,5%.

#### CASO II :

Quando no se cumple la ec. 6.3, los muros necesitan de un refuerzo adicional, consistente en núcleos laterales en los extremos, simétricamente dispuestos, formados por una concentración de barras o una malla electrosoldada, con una cuantía mínima de  $0.0028 bL$ , de modo de asegurar un comportamiento dúctil del muro. Ver la figura 6.8.

En zona sísmica de baja intensidad, se usa generalmente la caja de malla, pero si las sollicitaciones son de considerable magnitud, se deben colocar las barras de acero necesarias, debidamente confinadas.

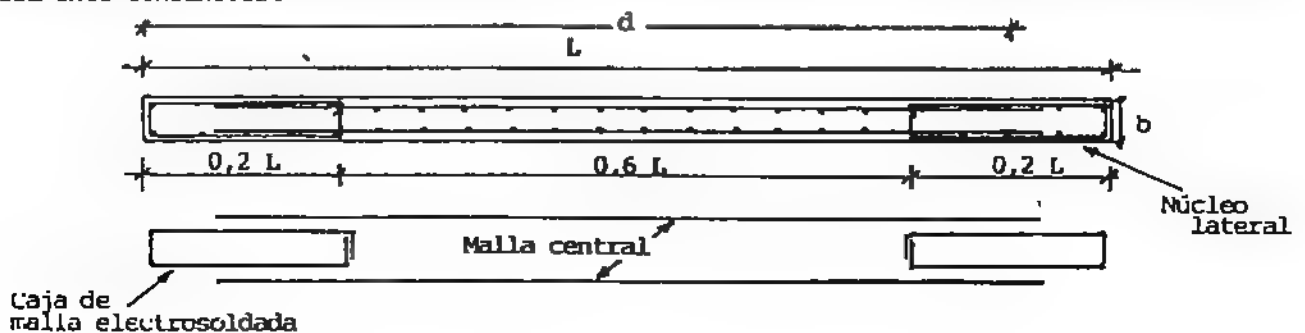


Figura 6.8.-

Los núcleos laterales de refuerzo se extienden una longitud de  $0,2 L$  medida desde los extremos de los muros, como se indica en la figura 6.8. Si la flexión debida a las cargas laterales es importante, y el número de barras necesarias no cabe en los núcleos laterales, se aumenta en esta zona el espesor del muro, según se muestra en la figura 6.9, de Refer.1 Sección C 18.5.2. La cuantía en los núcleos confinados puede elevarse hasta el  $0,0075 b L$ . En estos casos la cuantía total de la sección tiene un límite práctico del  $1,65\%$  de  $A_g$ .

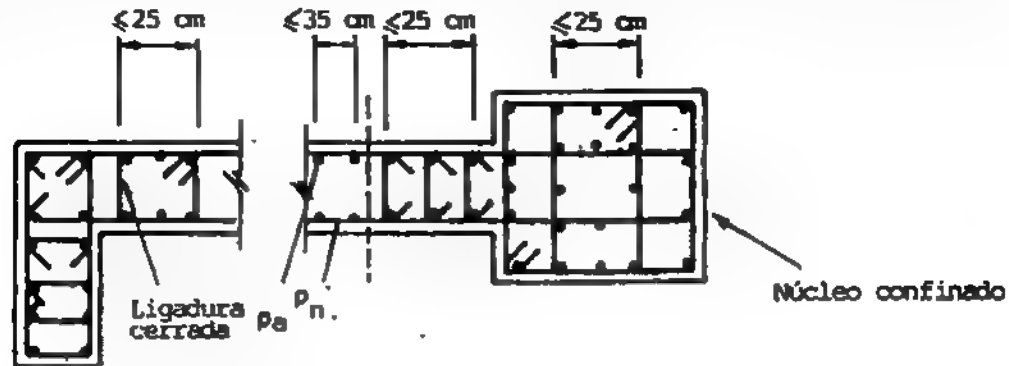


Figura 6.9.-

En la parte central del muro, de longitud  $0,6 L$ , se dispone el acero mínimo, tanto horizontal como vertical :

$$A_g \geq 0,0025 b 0,6 L = 0,0015 b L \quad (6.5)$$

en dos capas, junto a ambos bordes del muro, simétricamente colocadas.

Tomando en consideración la armadura en flexión del muro, la altura útil resulta de  $d \approx 0,9 L$ . Conocida la carga axial límite  $P_u$ , el punto de falla balanceada y el momento  $M_u$  en flexión pura, es posible trazar los diagramas de interacción en flexocompresión de los muros, en forma similar a los de las columnas de la Sección 5.2.

Según la disposición de las normas, la separación de las barras en cada dirección no será superior en ningún caso a los 35 cm, con excepción de las secciones que deben ser confinadas, en cuyo caso la separación no excederá de los 25 cm. Adicionalmente, la armadura necesaria para resistir la fuerza cortante se dispondrá uniformemente a lo largo de la sección.

#### 6.4.- DISPOSICIONES PARA RESISTIR LOS ESFUERZOS CORTANTES EN LAS PANTALLAS

El diseño para corte horizontal en el plano del muro debe tomar en cuenta las siguientes consideraciones :

$$V_u = \phi V_n = \phi (V_c + V_s) \quad (6.6)$$

La resistencia a corte  $V_n$  que actúa en cualquier sección horizontal del muro no se tomará mayor a :

$$V_n \leq 2,7 \sqrt{f'_c} b d \quad (6.7)$$

Además, según la ec. 18.8 de Ref. 1 :

$$V_n = A_g ( 0,5 \sqrt{f'_c} + \rho_a f_y ) \leq 2,5 A_g \sqrt{f'_c} \quad (6.8)$$

donde :  $A_g = b L$

$$\rho_a = A_{sa} / A_g$$

y  $A_{sa}$  es la proyección sobre  $A_g$  del área total de armaduras verticales que atraviesa el plano que contiene a  $A_g$ .

En la dirección ortogonal al refuerzo  $\rho_a$  vertical, se dispondrá una armadura horizontal cuya cuantía  $\rho_n$  no será inferior a  $\rho_a$ .

Cuando en la estructura hay un conjunto de muros situados en el mismo plano, la fuerza cortante nominal para el conjunto no excederá el valor :

$$V_n \leq 2 \left[ A_g \sqrt{f'_c} \right] \quad (6.9)$$

Para el diseño de fuerzas cortantes horizontales en el plano del muro estructural, se tomará :

$$d = 0,8 L \quad (6.10)$$

Cuando se haya determinado por análisis de compatibilidad de deformaciones el punto de aplicación de la resultante de las armaduras traccionadas, se puede usar un mayor valor de  $d$ , igual a la distancia desde la fibra comprimida hasta el punto de aplicación de dicha resultante.

La resistencia a corte  $V_c$  para muros sometidos a fuerzas axiales de compresión no se tomará mayor que :

$$V_c = 0,53 \sqrt{f'_c} \quad (6.11)$$

La resistencia a corte  $V_c$  asignada al concreto puede calcularse tomando el menor de los valores obtenidos por las siguientes ecuaciones :

$$V_c = 0,88 \sqrt{f'_c} b d + \frac{P_u d}{4 L} \quad (6.12)$$

$$V_c = \left[ 0,16 \sqrt{f'_c} + \frac{L (0,33 \sqrt{f'_c} + 0,2 P_u / L b)}{M_u / V_u - L/2} \right] b d \quad (6.13)$$

Cuando el término :

$$M_u / V_u - L/2$$

resulte negativo, no se aplicará la ecuación 6.13. Las secciones comprendidas entre la base del muro estructural y otra situada a una distancia  $L/2$  o la mitad de la altura del muro, la que sea menor, pueden diseñarse con el mismo  $V_c$  que corresponde a la sección así seleccionada.

Cuando se cumple que la fuerza cortante mayorada  $V_u$  :  $V_u < \phi V_c/2$

las armaduras se colocarán de acuerdo con las Secciones 6.2 y 6.3, o con las especificaciones que se dan a continuación. Pero si :

$$V_u > \phi V_c/2$$

se proveerán armaduras horizontales de corte de modo que satisfagan la ecuación 6.6, donde la resistencia  $V_s$  se calculará por la expresión :

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s_2} \quad (6.14)$$

$A_v$  es el área de las armaduras horizontales de corte dentro de la distancia  $s_2$  y  $d = 0,8 L$ . La relación  $\rho_n$  del área de las armaduras horizontales de corte y el área de la sección vertical total del concreto, no será menor a 0,0025.

La separación de las armaduras horizontales de corte  $s_2$  no excederá ninguno de los siguientes valores :

$$s_2 \leq \begin{cases} L/5 \\ 3 b \\ 35 \text{ cm} \end{cases} \quad (6.15)$$

También se deben proveer armaduras verticales de corte. La relación  $\rho_h$  de estas armaduras con respecto al área de la sección horizontal del concreto será :

$$\rho_h \geq 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{h}{L} \right) (\rho_h - 0.0025) \geq 0.0025 \quad (6.16)$$

pero no necesita ser mayor que la correspondiente a las armaduras horizontales de corte requeridas. La separación vertical  $s_1$  de las armaduras verticales de corte no excederá ninguno de los siguientes valores :

$$s_1 = \begin{cases} L/3 \\ 3b \\ 35 \text{ cm} \end{cases} \quad (6.17)$$

### EJEMPLO 6.1.- DISEÑO DE MURO ESTRUCTURAL

Diseñe la pantalla de concreto armado de un edificio de 15 pisos, que recibe las siguientes cargas :

Cargas gravitacionales por planta : (mayoradas)

$$P_u = 160 \text{ t}$$

Máxima carga triangular de sismo : (mayorada)

$$q_u = 12 \text{ t/m}$$

El espesor del muro se adopta :  $b = 40 \text{ cm}$

En el nivel inferior resulta :

Carga gravitacional total :

$$P_u = 160 \times 15 = 2.400 \text{ t}$$

Momento flector máximo :

$$M_u = \frac{q_u h^2}{3} = 8.100 \text{ tm}$$

Se verifica la resistencia del muro :

$$\frac{P_u}{b L} + \frac{6 M_u}{b L^2} = \frac{2.400 \times 10^3}{40 \times 1.000} + \frac{6 \times 8.100 \times 10^5}{40 \times 1.000^2} =$$

$$= 60 + 121,5 = 181,5 > 0,2 f'_c = 56 \text{ Kg/cm}^2$$

∴ se deben colocar núcleos laterales

La máxima carga axial nominal en compresión pura resulta :

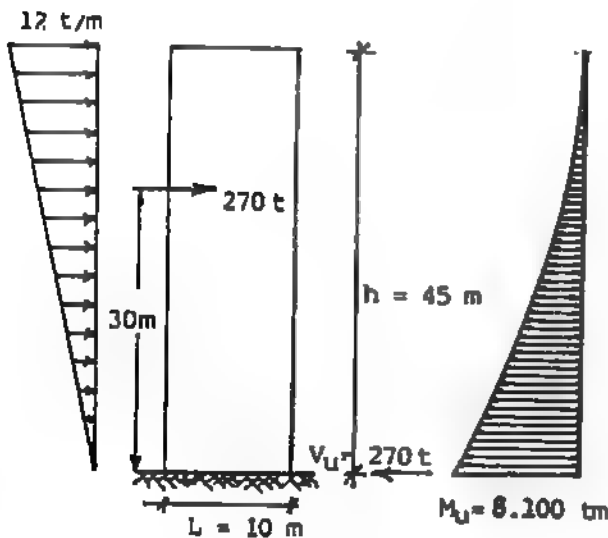
$$P_o = 0,85 f'_c (A_g - A_{sa}) + f_y A_{sa}$$

PUNTO A

Aceptando que se coloca una cuantía de  $\sim 0.0074$  bL resulta :  $A_{sa} = 296 \text{ cm}^2$

$$P_o = 0,85 \times 280 (40.000 - 296) + 4.200 \times 296 = 10.693 \text{ t}$$

y la carga límite axial de diseño es :  $\phi P_o = 0,7 \times 10.693 = 7.485 \text{ t}$



Detalle del muro

Según la norma UBC se debe verificar que la carga de diseño  $P_u$  no supere el valor de :

$$P_u \leq 0.35 P_o$$

de modo de definir el límite de la carga axial de diseño más allá del cual el muro se considera que no es resistente para soportar cargas laterales. En este caso :

$$P_u = 2.400 \text{ t} < 0.35 P_o = 0.35 \times 10.693 \text{ t} = 3.742 \text{ t}$$

Por lo tanto, el muro es apto para soportar cargas laterales.

Se comienza por armar el muro con cuantía mínima, y se traza el diagrama de interacción correspondiente. En los núcleos laterales :

$$A_s = 0.0028 b L = 0.0028 \times 40 \times 1.000 = 112 \text{ cm}^2 \quad 23 \phi 1"$$

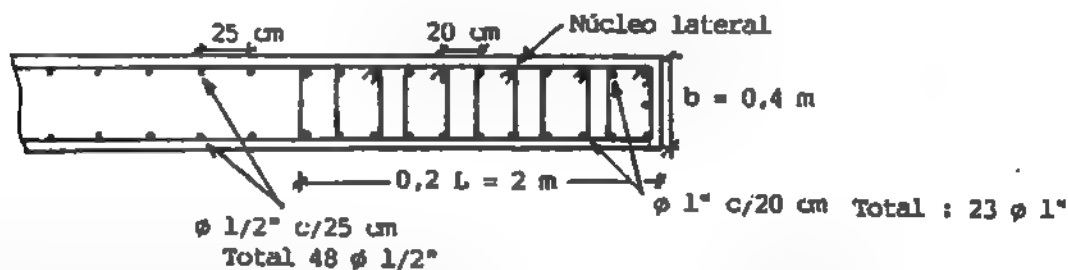
que se distribuyen en una longitud de  $0.2 L = 2 \text{ m}$ . Resulta una separación de 20 cm entre barras verticales, como se muestra en el detalle. En el centro del muro, en una longitud de  $0.6 L = 6 \text{ m}$ , se distribuye el acero mínimo :

$$A_{s2} = 0.0015 b L = 60 \text{ cm}^2$$

$$A_{sa} = 294.18 \text{ cm}^2$$

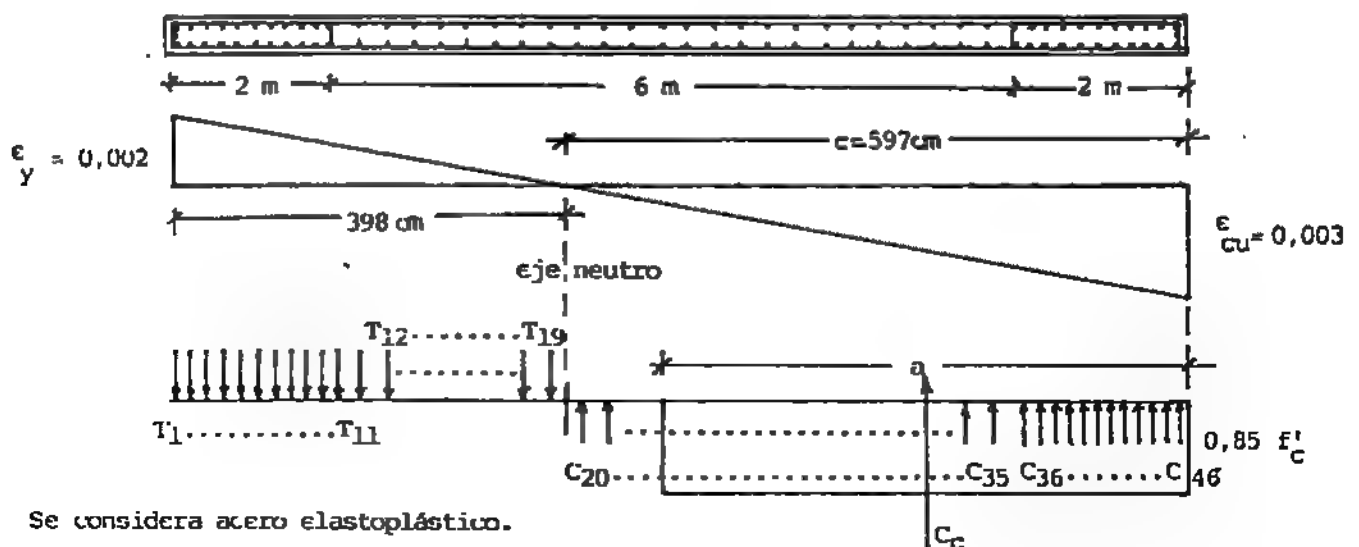
∴ Resultan  $24 \phi 1/2"$  en cada cara, con separación de 25 cm

$$\rho_a = \frac{A_{sa}}{b L} \approx 0.0074$$



#### PUNTO B

El punto correspondiente a la falla balanceada que combina la flexión y la carga axial, para el cual se alcanzan simultáneamente los valores de la máxima deformación en el concreto y la cedencia en tracción del acero se obtiene según se indica en la figura.



Los criterios a seguir para obtener los valores de las resultantes  $T_1$  y  $C_1$  son - los mismos que los aplicados en los diagramas de interacción de columnas de la Sección 5.2 y ejemplo 5.3.

En este caso,

$$\epsilon_y = f_y / E_s = 4.200 / 2,1 \times 10^6 = 0,002 \quad \epsilon_{cu} = 0,003$$

$$a = 0,85 c = 507,45 \text{ cm}$$

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 4.831 \text{ t}$$

Se obtienen a continuación los esfuerzos en las barras. Por ejemplo, para hallar la fuerza  $T_1$ :

$$f_1 = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_1 = 4.200 \times 3 \times 5,07 = 63.882 \text{ Kg}$$

y la fuerza de compresión  $C_{46}$ :

$$\epsilon_{46} = 0,003 \times 592/597 = 0,00297 > 0,002 \quad \therefore f_{46} = f_y \quad C_{46} = 63.882 \text{ Kg}$$

Resultan los siguientes valores de las fuerzas de tracción y compresión para la falla balanceada:

$$\sum T_u = 388.656 \text{ Kg}$$

$$P_0 = 5.017,45 \text{ t}$$

$$C_c + \sum C_u = 4.831 + 575.106 = 5.406,106 \text{ Kg}$$

$$\phi P_0 = 3.512,21 \text{ t}$$

Y teniendo momentos con respecto al baricentro de la sección:

$$\sum M_u = 20.362,3 \text{ tm}$$

$$\phi M_u = 0,9 \times 20.362,3 = 18.326 \text{ tm}$$

$$\phi = 0,7$$

#### PUNTO C

Corresponde al punto de flexión pura. Se da al eje neutro la profundidad:  $c = 0,76 \text{ m}$

Resulta:

$$\sum T_u = 616 \text{ t}$$

$$C_c + \sum C_u = 616 \text{ t}$$

$$\sum P_u = 0$$

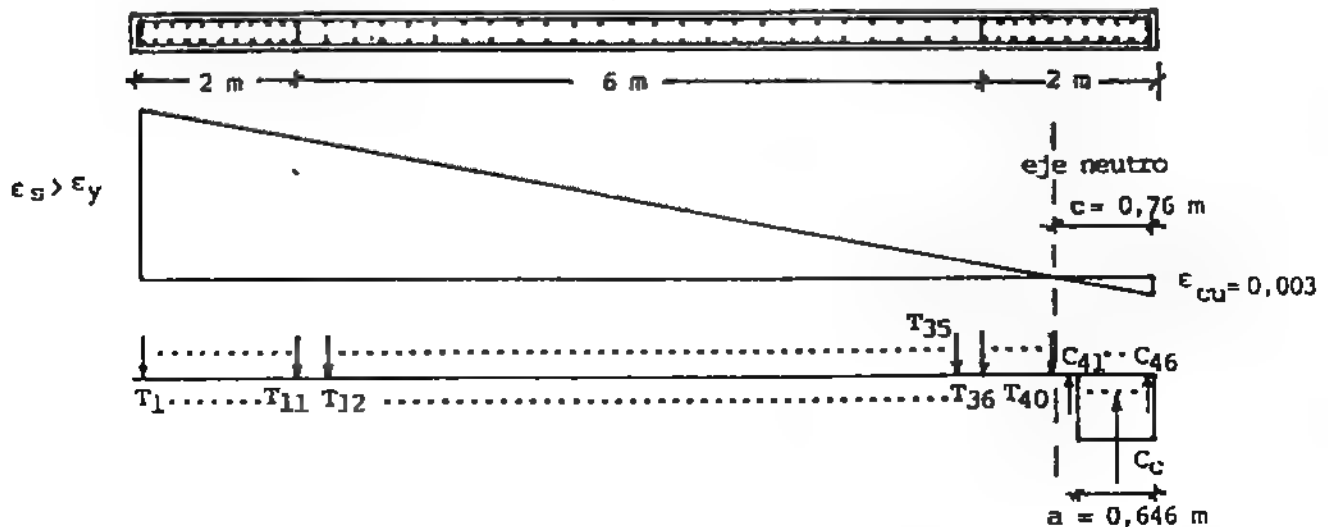
$$\sum M_u = 6.551 \text{ tm}$$

$$\phi M_u = 5.896 \text{ tm}$$

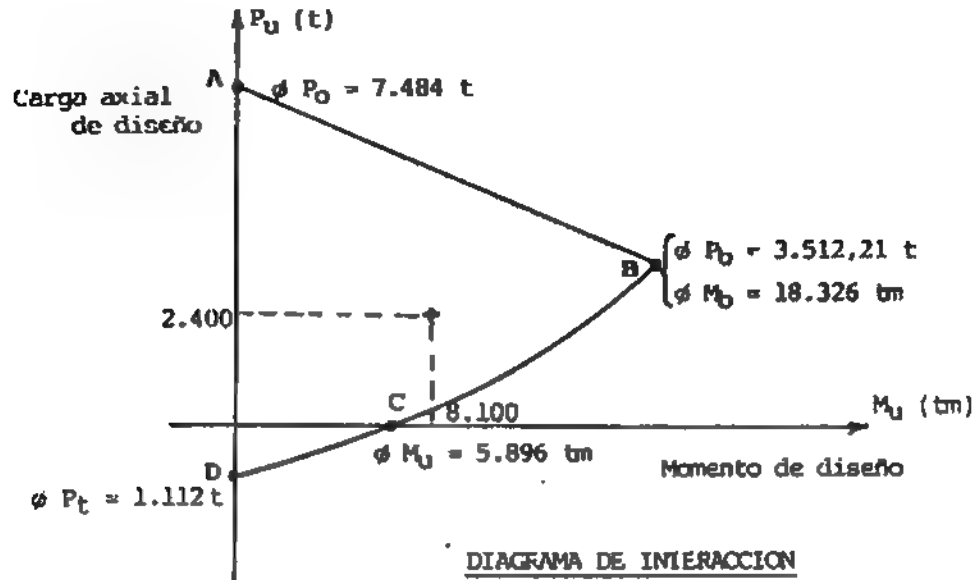
#### PUNTO D

Es el punto de tracción pura, a cargo de las barras verticales de acero:

$$\phi P_t = 0,9 \times 294,18 \times 4.200 = 1.112 \text{ t}$$



Los valores obtenidos permiten dibujar el diagrama de interacción indicado a continuación.



Para prediseño de pantallas, conocida la fuerza axial mayorada  $P_u$  y el momento mayorado  $M_u$  luego de comprobar que no se cumple la ec. 6.3, es usual definir la cuantía de acero necesaria en los núcleos laterales, utilizando los diagramas de interacción de la figura 6.10.

En estos casos, se desprecia la colaboración a flexión del acero del centro del muro, y sólo se toma en consideración el acero en los núcleos extremos. En el resto de la sección sólo se coloca el acero mínimo especificado. Se evita de esta manera el trazado del diagrama de interacción, como el obtenido en el presente ejemplo. Los resultados, sin embargo, no son tan exactos.

Para el muro en estudio, usando estos criterios, en la figura 6.10 a) y para  $g = 0,8$ , con :

$$\frac{P_u}{f'_c b L} = \frac{2.400.000}{280 \times 40 \times 1.000} = 0,214$$

$$\frac{M_u}{f'_c b L^2} = \frac{8.100 \times 10^5}{280 \times 40 \times 1.000^2} = 0,072$$

se lee en el diagrama :  $p_t m \sim 0$  por lo cual se usa cuantía mínima.

#### VERIFICACION A FUERZAS CORTANTES

El corte máximo corresponde a la planta baja y vale :  $V_u = 270$  t. Se debe cumplir la ec. 6.6 :

$$V_n = \phi (V_c + V_s) \quad \text{para } \phi = 0,85$$

Resulta : (para  $d = 8m$ )  $V_u = 270$  t <  $V_n = 2,7 \sqrt{f'_c} b d = 2,7 \sqrt{280} \times 40 \times 800 = 1.445$  t Cumple

De ec. 6.12 :  $V_c = 0,53 \sqrt{f'_c} b d = 284$  t Controla

$$V_c = \left[ (0,16 \sqrt{280}) + \frac{1.000 (0,33 \sqrt{280} + 0,2 \times 2.400 \times 10^3 / 1.000 \times 40)}{8.100 \times 10^5 / 270 \times 10^3 - 1.000/2} \right] \times 40 \times 800 = 310 \text{ t}$$

Cum:  $V_u = 270 \text{ t} > \phi V_c / 2 = 0,85 \times 284 / 2 = 120,7 \text{ t}$

se deben colocar armaduras horizontales de corte que satisfagan la ec. 6.6. Adoptando  $s_2 = 25 \text{ cm}$  resulta :

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s_2} = 2 \times 1,27 \times 4.200 \times 800 / 25 = 341,37 \text{ t}$$

Se usan barras  $\phi 1/2"$  en cada cara del muro.

Se debe verificar la cuantía horizontal  $\rho_n$ .

$$A_{sn} = \frac{h \times 2 \times 1,27}{s_2} = 457,2 \text{ cm}^2$$

$$\rho_n = A_{sn} / h b = \frac{457,2}{4.500 \times 40} = 0,00254$$

$$\rho_n > 0,0025$$

Cumple

El detalle de la distribución de la armadura vertical y horizontal se da a continuación :

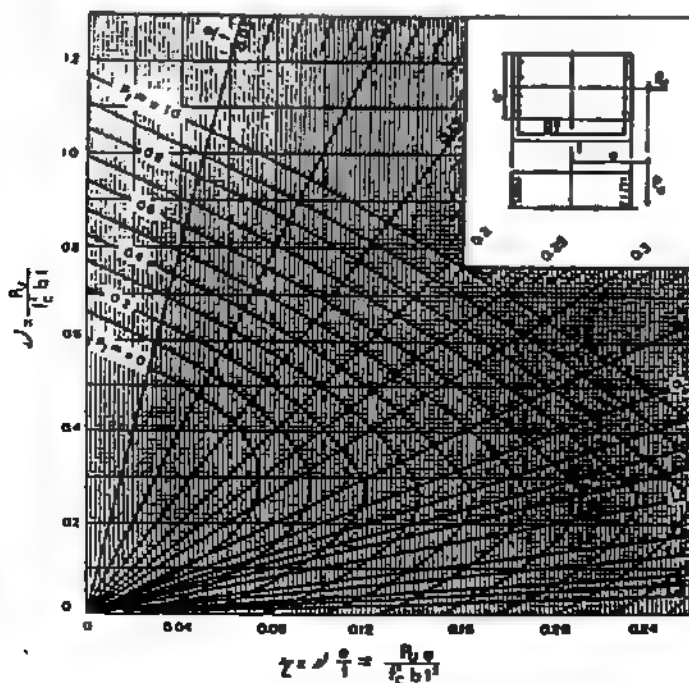
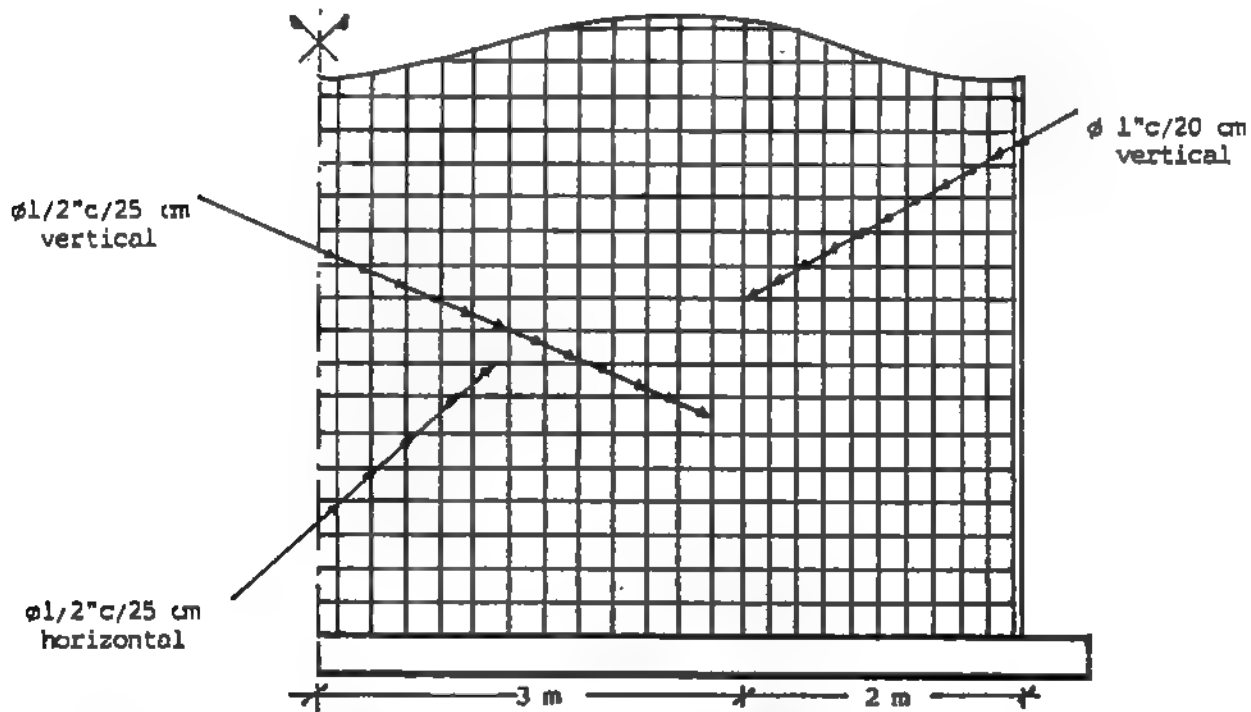
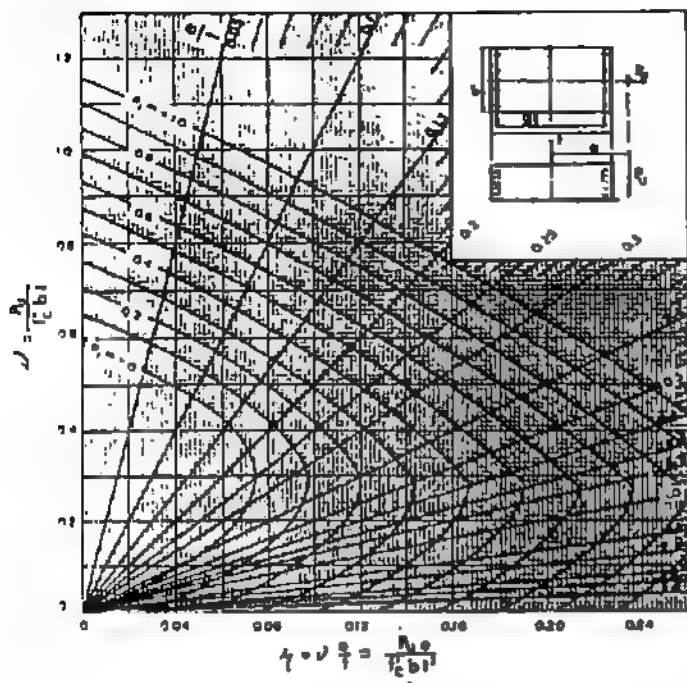


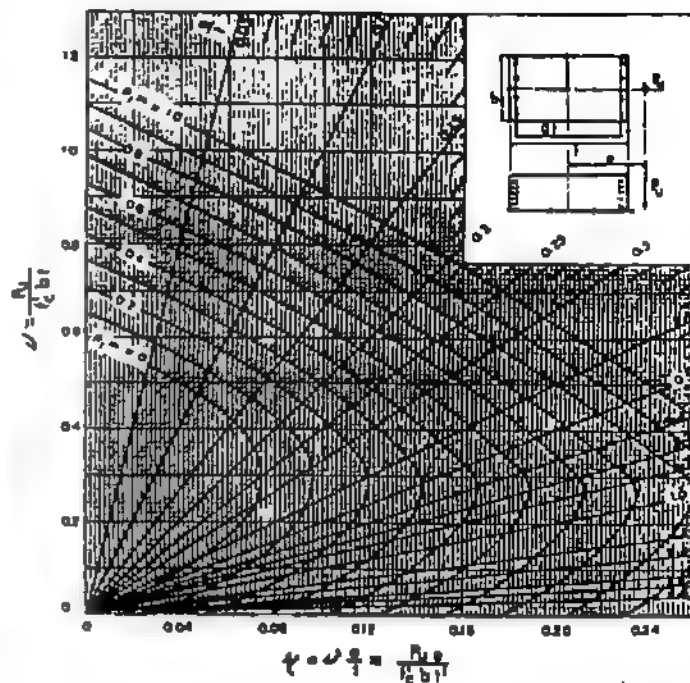
Figura 6.10 a)



b)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$      $f_y = 3.500 \text{ Kg/cm}^2$   
 $g = 0,8$



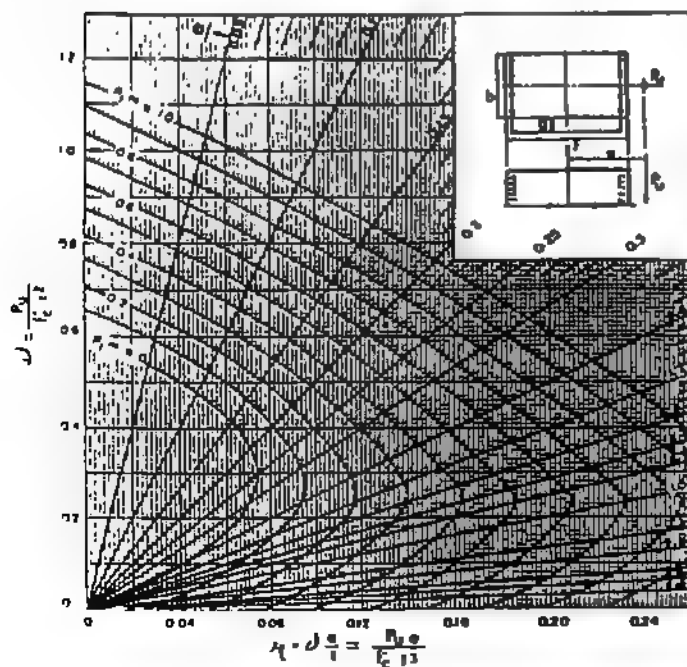
c)  $f'_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$      $f_y = 2.800 \text{ Kg/cm}^2$   
 $g = 0,8$



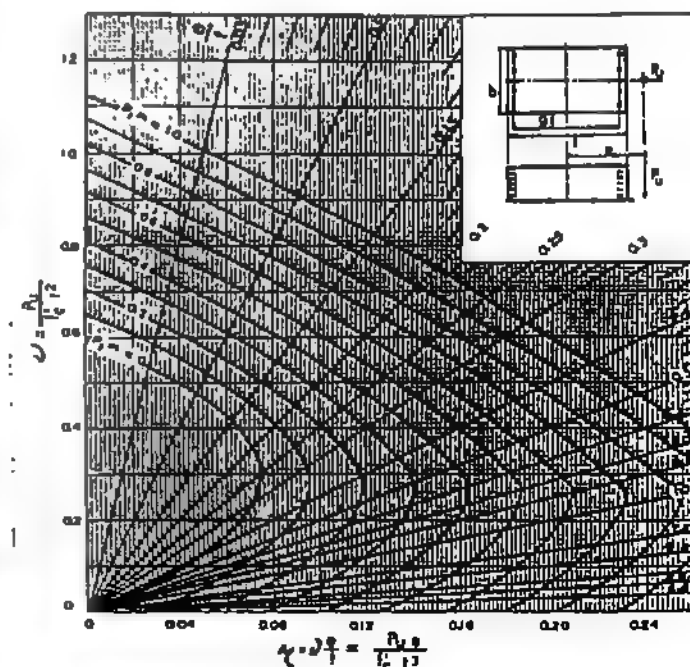
Colocar  $\rho_t/2$  en cada nucleo extremo del miembro

Figura 6.10.- ( Ref. 23 )

d)  $g = 0,8$   
 $f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$      $f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$



e)  $g = 0,8$   
 $f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$      $f_y = 3.500 \text{ Kg/cm}^2$



### 6.5.- DINTELES DE MUROS ACOPLADOS

Los muros con vanos alineados se designan muros acoplados, y su diseño se analiza en detalle en la Ref. 10. Los dinteles son por lo general vigas cortas y peraltadas, que transmiten de un muro a otro fuerzas axiales y cortantes, deformándose principalmente por flexión y corte. Ver la figura 6.11.

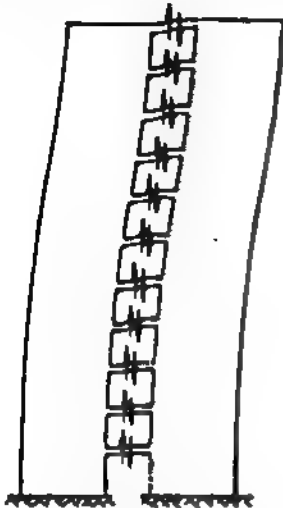


Figura 6.11.- Dinteles en muros acoplados

Cuando estos dinteles presentan una luz libre menor que cuatro veces su altura útil, y la fuerza cortante de diseño  $V_u$  sea :

$$V_u > 1.1 \sqrt{f'_c}$$

se debe disponer de una armadura especial diagonal para resistir la totalidad del corte.

El área de refuerzo  $A_{vd}$  en cada una de las diagonales - cumplirá :

$$A_{vd} = V_u / 2 f_y \text{ sen } \alpha \quad (6.18)$$

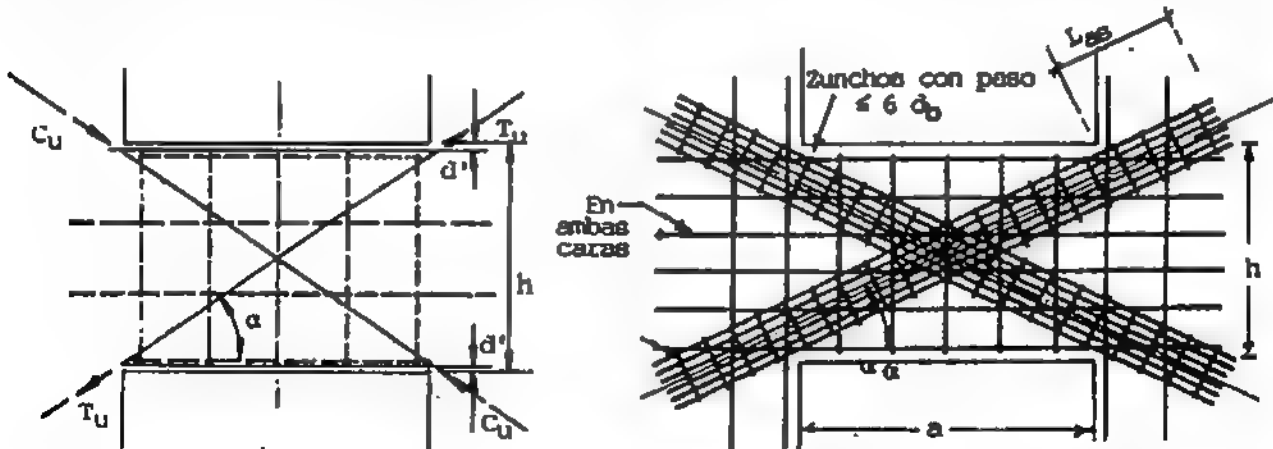
donde :

$V_u$  es la fuerza cortante de diseño en los extremos del dintel.

$f_y$  es la resistencia cedente especificada de la armadura diagonal.

$\alpha$  es el ángulo de inclinación de la armadura diagonal con respecto al eje longitudinal del miembro.

En el cálculo de la resistencia a flexión del miembro, se tomará en cuenta la contribución de la armadura diagonal comprimida. La armadura del dintel se colocará simétricamente a todo lo largo de cada una de las diagonales, debidamente arriostrada para evitar el pandeo de las barras. Estos estribos tendrán una separación máxima igual a 6 veces el diámetro de la barra longitudinal. Ver la figura 6.12. O bien se colocan zunchos, con igual paso, o menor.



a) Fuerzas en los dinteles de acoplamiento

b) Detalle de la armadura diagonal  
 $L_{ah}$  es la longitud de anclaje de las barras sin gancho

Figura 6.12.-

La longitud de anclaje de la armadura diagonal será :

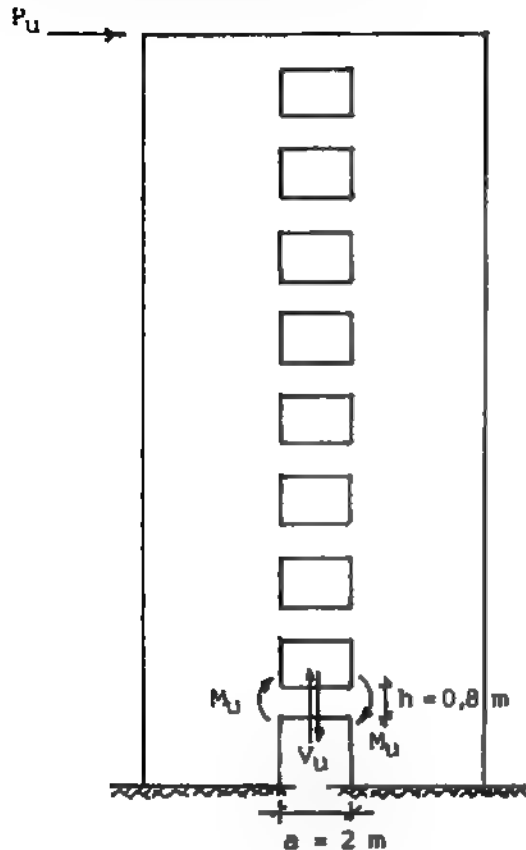
para barras con gancho standard de 90°.

$$L_{ah} = 0.15 f_y d_b / \sqrt{f'_c} \quad (6.19)$$

Para controlar la fisuración en régimen de servicio y prevenir el deslocamiento de las partículas de concreto luego de un sismo severo, se debe colocar en el alma del dintel un refuerzo nominal formado por estribos y barras horizontales.

### EJEMPLO 6.2.- DISEÑO DE DINTEL DE MURO ACOPLADO

Diseñar la armadura del dintel del muro acoplado de la figura, para las siguientes solicitaciones mayoradas :  
Ver Ref. 10 para obtener los cortes de diseño.



$$V_u = 35 \text{ t} \quad M_u = V_u a / 2 = 35 \text{ tm}$$

$$a = 2 \text{ m} \quad h = 0,8 \text{ m} \quad b_w = 0,3$$

$$f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2 \quad f_y = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_w d} = \frac{35.000}{0,85 \times 30 \times 75} = 18,3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$18,3 > 1,1 / f'_c = 17,4 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto se debe colocar acero diagonal de refuerzo en el dintel.

$$A_{vd} = V_u / 2 f_y \operatorname{sen} \alpha \quad \text{Para } d' = 5 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = (80 - 2 d') / 200 = 0,35 \quad \therefore \alpha = 19,3^\circ$$

$$A_{vd} = 35.000 / 2 \times 4.200 \operatorname{sen} 19,3^\circ = 12,6 \text{ cm}^2$$

De Tabla 1.2 : Colocar 5  $\phi 3/4"$  con  $d_b = 1,9 \text{ cm}^2$

$$\operatorname{sep} \leq 6 d_b = 11,4 \text{ cm}$$

Se colocan zunchos de  $\phi 1/4"$  con paso de 5 cm

Longitud de anclaje :

$$L_{ah} = 0,15 f_y d_b / \sqrt{f'_c} = 76 \text{ cm}$$

Verificación de la resistencia de la viga

$$u = \frac{M_u}{f'_c b_w d^2} = \frac{35 \times 10^5}{250 \times 30 \times 75^2} = 0,083$$

De la Tabla 2.1 se lee :  $j_u = 0,94$

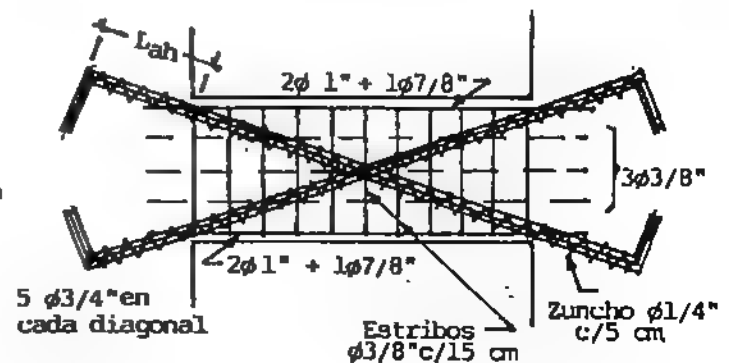
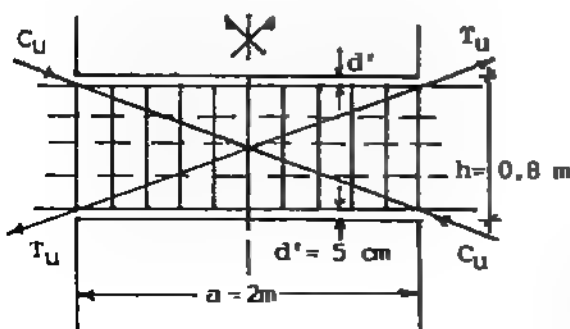
$$\omega = 0,09 < 0,18 \quad \text{Correcto}$$

$$A_g = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d} = \frac{35 \times 10^5}{0,9 \times 4.200 \times 0,94 \times 75}$$

$$\text{Resultado } A_g = 13,13 \text{ cm}^2 \quad 2 \phi 1" + 1 \phi 7/8"$$

Los estribos son de  $\phi 3/8"$  cada 15 cm

Como armadura de paramento se colocan 3  $\phi 3/8"$  en cada cara de la viga



Detalle de la armadura del dintel de los muros acoplados

### 6.5.- ARMADO DE MUROS CON ALAS

En el caso de muros con alas (Ver Ref. 10) las zonas de intersección pueden resultar con elevadas concentraciones de esfuerzos de compresión dependiendo del sentido de acción de las cargas de sismo, por lo cual es necesario proceder a un armado detallado de las mismas, como muestra la figura 6.13.

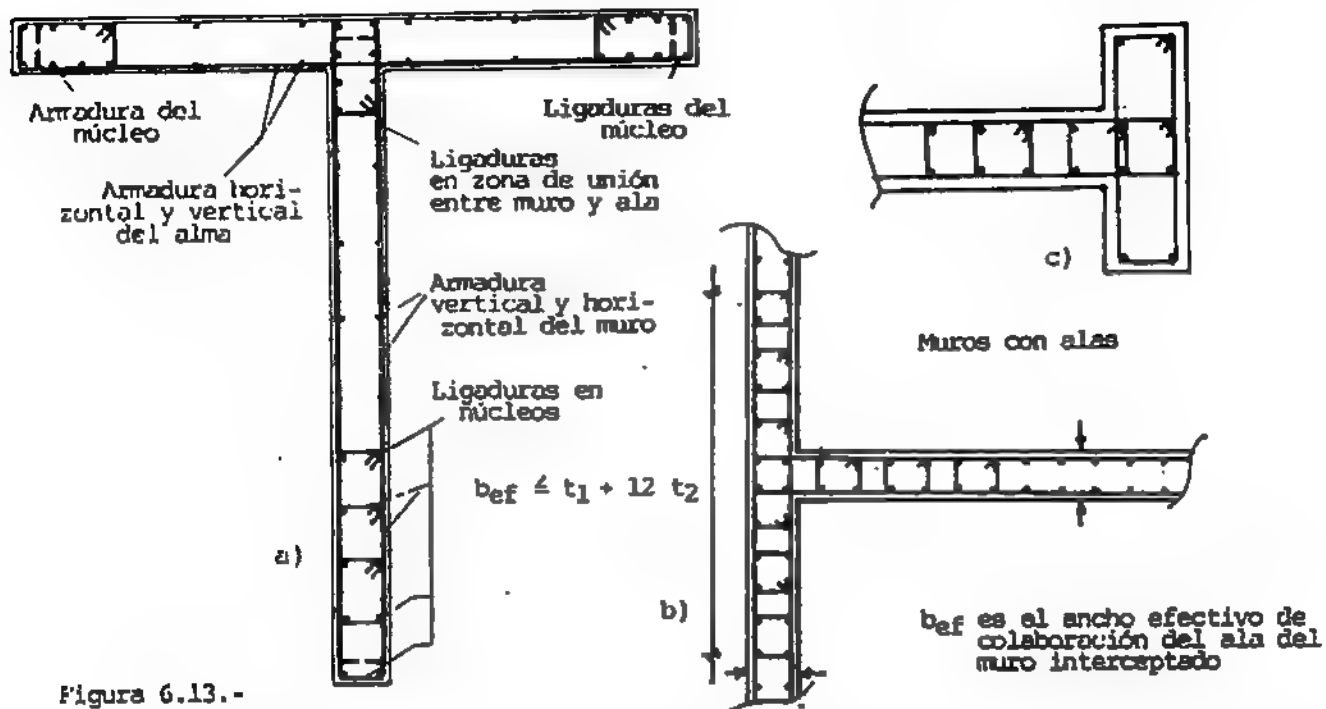


Figura 6.13.-

El armado indica el detalle de las barras verticales y el confinamiento necesario de los núcleos extremos y la unión con otros muros, utilizando ligaduras cerradas de estrecha separación o zunchos de paso mínimo, según estipulan las normas.

Para formar estos núcleos se deben utilizar como mínimo 4 barras de  $\phi 3/8"$  en los extremos del muro (verticales formando un rectángulo) y ajustar en ellas las ligaduras cerradas.

Cuando existe concentración de esfuerzos, y en todas las zonas donde se alcanza la deformación de  $\epsilon_{cu} = 0.003$  se colocará el acero adicional y las ligaduras cerradas complementarias. También se dará especial atención al anclaje de las losas y placas de entrepiso en los muros de concreto armado, como se ve en la figura 6.14.

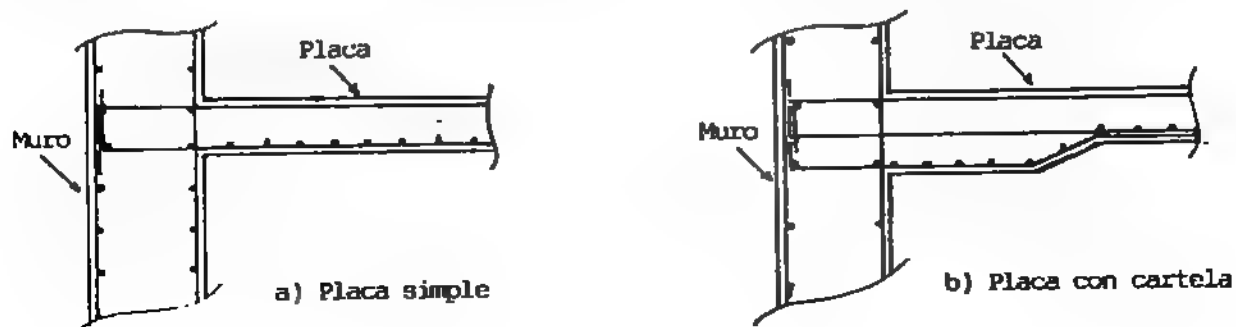


Figura 6.14.-

## Diseño de Tanques de Agua

### 7.1.- FLEXOTRACCION EN MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO

La flexotracción no es una sollicitación muy común en las estructuras de concreto armado. Sin embargo, se produce en ciertos casos de vigas de riostra de fundaciones que soportan muros de mampostería, y en depósitos de agua o líquidos en general.

El análisis exacto de la flexotracción se realiza mediante el trazado de los correspondientes diagramas de interacción, para los cuales es posible aceptar que el concreto es capaz de resistir tracciones de magnitud  $f_{ct} = 0.1 f'_c$

Dependiendo de la ubicación del miembro sollicitado a flexotracción, se acepta la colaboración del concreto en la resistencia a las cargas impuestas. Esto ocurre en ambientes secos y protegidos, y en general en miembros secundarios, donde la fisuración no controla el diseño.

En otros casos, por ejemplo en ambientes agresivos o en contacto con suelos húmedos, no se acepta la colaboración del concreto en la resistencia a tracción. Tampoco se permite en estanques o depósitos de líquidos enterrados o sobre elevados.

Una vez que el concreto se agrieta con deformaciones del orden de 0,0001, la tracción impuesta es resistida únicamente por el acero del refuerzo. Es recomendable en todos los casos imponer en el diseño un esfuerzo resistente bajo para el acero, de modo de limitar al máximo la fisuración. Este esfuerzo no debe superar en el cálculo el valor de  $f_y = 2.800 \text{ Kg/cm}^2$  por lo cual no es ventajoso el uso de aceros de alta resistencia.

### 7.2.- DEPOSITOS DE AGUA, ESTANQUES Y CISTERNAS

Los depósitos de agua o líquidos en general, se construyen de forma cilíndrica o prismática, y pueden ser:

- \* Estanques sobre elevados apoyados en muros o columnas
- \* Depósitos apoyados directamente sobre el terreno
- \* Cisternas o depósitos enterrados

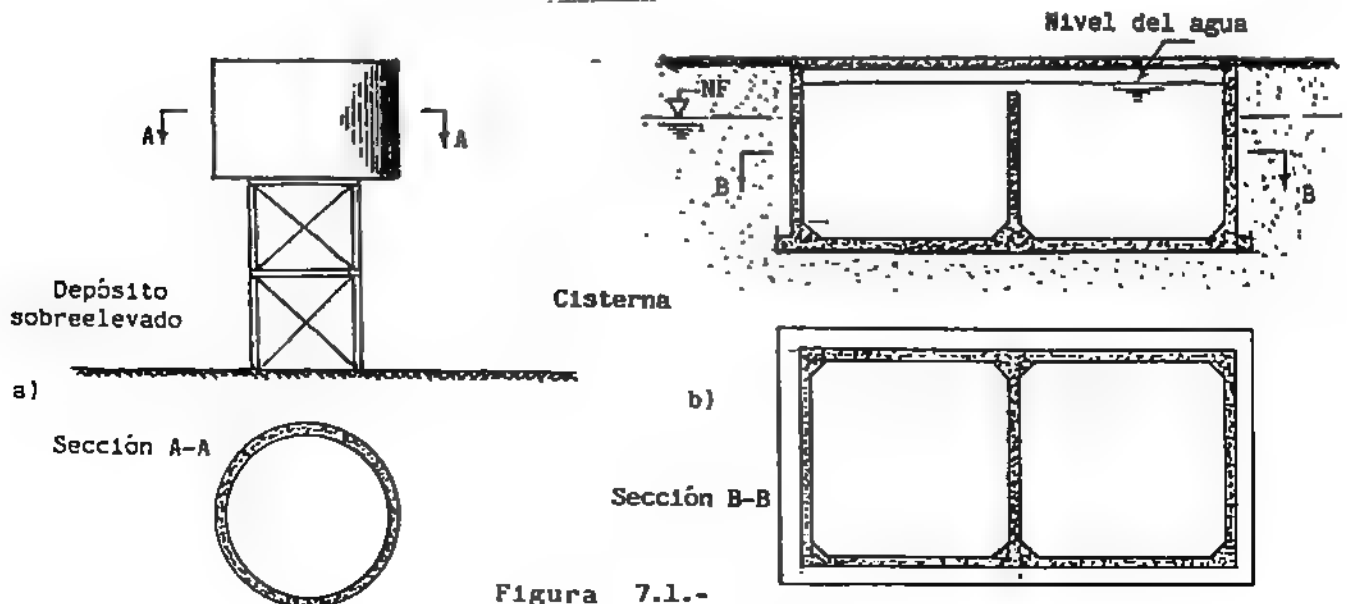


Figura 7.1.-

La figura 7.1 a) muestra un tanque de agua cilíndrico sobre elevado, apoyado sobre una estructura metálica de reticulada y el esquema b, un depósito rectangular. Además de estas formas, los tanques sobre elevados en general pueden ser fungiformes, esféricos o presentar la forma de una gota de agua.

Una manera sencilla pero práctica de asumir en el prediseño el peso de un depósito de agua, incluyendo la estructura de concreto armado, es suponer un peso total del doble del volumen del líquido contenido.

En zona sísmica, los depósitos elevados apoyados en estructuras metálicas deben ser cuidadosamente diseñados ya que constituyen un sistema de gran masa que puede oscilar y sufrir efectos torsionales bajo la excitación impuesta. En el caso de depósitos soportados por una única columna central, su período y frecuencia propios corresponden a los de un péndulo invertido.

En depósitos sobre elevados las paredes se diseñan únicamente para el peso propio del tanque y el empuje del líquido sobre las paredes. La losa del fondo debe resistir todo el peso del líquido contenido. El cimiento de los tanques sobre elevados se diseña en la forma usual descrita en el Capítulo 8, para suelos con suficiente resistencia o utilizando pilotes si el suelo es débil o compresible.

En todos los casos se debe minimizar la magnitud de los asentamientos diferenciales producidos, eligiendo para la fundación de los depósitos, suelos firmes y consistentes. En caso necesario, se debe proceder a mejorar las condiciones del terreno, como se detalla en la Referencia 6. Cuando se trata de suelos arcillosos firmes, puede aceptarse un asentamiento uniforme de pequeña magnitud, tomando la precaución de proveer de adecuadas conexiones flexibles a las tuberías de llenado y desagüe del depósito, para evitar daños a las instalaciones.

El concreto a usar en los depósitos de agua en general debe ser de buena calidad y adecuada dosificación, con una resistencia mínima a la compresión de  $f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$  y una relación máxima de agua en peso (con agregados de peso normal) de :

<u>agua</u>	0,5 para espesores de paredes $\geq 20$ cm
<u>cemento</u>	0,45 " " " " $< 20$ cm

Para evitar la excesiva fisuración, el concreto debe compactarse y someterlo a un esmerado curado. Para ello, luego de fraguado, se debe aflojar el encofrado de las paredes, de modo que un flujo continuo de agua humedezca abundantemente la superficie fresca del concreto durante los siete primeros días y luego se puede continuar con un curado de membranas.

Para mejorar la impermeabilidad, las paredes interiores de los depósitos se recubren finalmente con un revoque de cemento. En las juntas constructivas, entre sucesivos vaciados de concreto, se dejarán las barras de continuidad necesarias, de modo de lograr un conjunto monolítico, prestando especial atención a la estanqueidad de las juntas.

En las losas y paredes de los depósitos de agua o líquidos en general, la armadura mínima por retracción y temperatura junto al borde comprimido no debe ser inferior al 0.65%, ya que cuantías menores resultan ineficaces para limitar la fisuración. Además, las armaduras deben diseñarse con gran dispersión de barras delgadas, evitando las barras gruesas de área equivalente, ya que el crecimiento de las fisuras depende, en gran parte directamente del espaciamiento entre las barras.

El máximo esfuerzo a utilizar en el diseño de la armadura de los tanques de agua es de  $f_y = 2.500 \text{ Kg/cm}^2$  con una cuantía mecánica :

$$\omega = \rho \cdot F_y / F_c \leq 0,18$$

de modo de obtener un diseño dúctil. Además, el espesor de las paredes debe ser algo mayor que el obtenido mediante los criterios convencionales para el diseño de estructuras de concreto armado. Se acepta por lo general la siguiente relación :

$$\frac{h}{L} = \frac{\text{Espesor de la pared}}{L_{\text{eq}}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \geq 1/12 \text{ para losas en Cantilever} \\ \geq 1/16 \text{ para losas apoyadas en su contorno} \end{array} \right.$$

En ningún caso el espesor total de las paredes de los depósitos de agua debe ser inferior a 25 cm, respetando un recubrimiento mínimo de las barras de 7 cm en depósitos enterrados y de 5 cm a la interperie, para evitar la fisuración y consecuente corrosión de la armadura resistente.

### 7.3.- TANQUES DE AGUA RECTANGULARES

Generalmente para los tanques de agua de limitado volumen se prefieren los depósitos cilíndricos de concreto prefabricado o de acero, por ser más económicos, ya que los primeros resultan de menor espesor y cuantía de acero en relación a los rectangulares. Ver ejemplo 7.2.

Pero cuando el volumen de agua se incrementa, como por ejemplo los tanques de agua de reserva sobre elevados o subterráneos de grandes edificios, se emplea la forma rectangular. El caso más sencillo de depósito es el rectangular simple, con cuatro paredes verticales, una losa de fondo y otra de tapa, como el que muestra la figura 7.2, apoyado directamente sobre el terreno.

Los empujes internos son los debidos al agua contenida, como se indica en el esquema b) de la figura, según una distribución interna triangular, con el máximo en la base de  $1.000 H$  (en Kg/m<sup>2</sup>) y una resultante del empuje :

$$E = \frac{1.000 H^2}{2} \quad (7.1)$$

Las paredes de los depósitos de agua se analizan según las diferentes configuraciones de sus apoyos perimetrales y sus dimensiones. Para relaciones :

$$0.5 \leq \frac{H}{B} \leq 2 \quad (7.2)$$

las paredes se suponen empotradas en la base inferior y en las paredes laterales, con su borde superior libre, como en el caso a) de la figura 7.3.

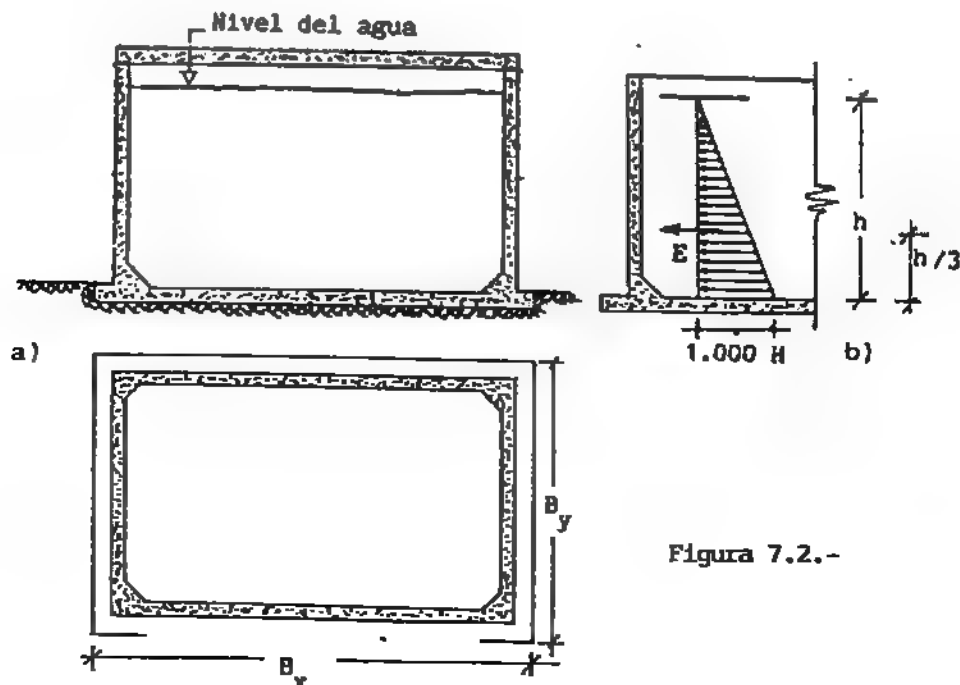


Figura 7.2.-

El análisis de las paredes laterales se lleva a cabo utilizando las Tablas 7.1 que se indican a continuación (Timoshenko, Ref. 18), donde se obtienen los valores de las fuerzas de corte, los momentos flectores y las deflexiones en 5 puntos críticos de cada panel, según las relaciones  $H/B$  y la magnitud de la carga triangular aplicada.

De esta manera se puede determinar el espesor necesario de las placas y la cuantía y distribución de las armaduras de acero. Ver ejemplo 7.1.

Quando las relaciones  $H/B$  no cumplen las condiciones dadas en 6.2, las franjas unitarias verticales de las paredes se comportan como losas en Cantilever (caso b de la figura 7.3) empotradas en la base del estanque. Por el contrario, si en el perímetro superior de las paredes se coloca una viga de corona, el caso se grafica en el esquema c) y la placa de la pared se puede analizar mediante el caso 3 del Método de Marcus (Sección 3.3), empotrada en el borde inferior y en los laterales, y simplemente apoyada en el borde superior.

Este caso también corresponde al de un depósito donde las placas se construyen con continuidad entre las paredes y la losa de la tapa del estanque. Los casos c) y d) corresponden a otras configuraciones posibles que se toman en cuenta en el análisis, para diferentes relaciones de los lados de las placas de las paredes.

En los depósitos multicelulares, además. (Ver figura 7.5) se puede presentar una combinación de los casos mencionados para las paredes interiores y externas, y cada una de ellas debe diseñarse independientemente para la más desfavorable combinación de los empujes resultantes.

Por otra parte, las paredes de los depósitos, además de los empujes del líquido contenido y del suelo circundante, en el caso de cisternas, deben resistir las fuerzas axiales de compresión vertical producida por la tapa del tanque, las sobrecargas fijas y accidentales que se aplican sobre ellas y todas las demás sollicitaciones, así como las fuerzas

**T A B L A 7.1.-**

**DEFLEXIONES, MOMENTOS FLECTORES Y REACCIONES EN UNA PLACA CON TRES BORDES EMPOTRADOS Y UNO LIBRE, BAJO CARGA TRIANGULAR**

$\frac{H}{B}$	Punto 1 $x=0 \quad y=H$		Punto 2 $x=0 \quad y=H/2$			Punto 3 $x=B/2 \quad y=H$		Punto 4 $x=B/2 \quad y=H/2$		Punto 0 $x=0 \quad y=0$	
	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2'$	$\beta_3$	$\gamma_3$	$\beta_4$	$\gamma_4$	$\beta_5$	$\gamma_5$
0,6	0,00069	0,0089	0,00044	0,0060	0,0062	-0,0179	0,093	-0,0131	0,136	-0,0242	0,248
0,7	0,00069	0,0093	0,00058	0,0080	0,0074	-0,0172	0,081	-0,0170	0,158	-0,0264	0,262
0,8	0,00068	0,0096	0,00072	0,0100	0,0083	-0,0164	0,069	-0,0206	0,177	-0,0278	0,275
0,9	0,00067	0,0096	0,00085	0,0118	0,0090	-0,0156	0,057	-0,0239	0,194	-0,0290	0,286
1,0	0,00065	0,0095	0,00097	0,0135	0,0094	-0,0146	0,045	-0,0269	0,209	-0,0299	0,295
1,25	0,00056	0,0085	0,00121	0,0169	0,0092	-0,0119	0,018	-0,0327	0,234	-0,0306	0,309
1,5	0,00042	0,0065	0,00138	0,0191	0,0075	-0,0087	-0,006	-0,0364	0,245	-0,0291	0,311

$$\text{Deflexiones : } \delta = \alpha \frac{q L^2}{D}$$

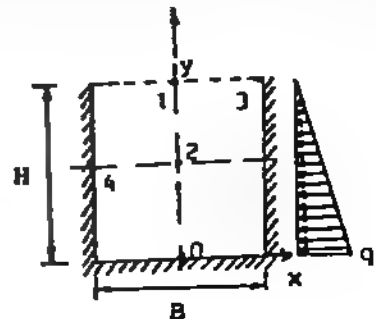
$$\text{Momentos flectores : } M_x = \beta q L^2$$

$$M_y = \beta' q L^2$$

$$\text{Reacciones : } V = \gamma q L$$

$$D = E I$$

$$\nu = 1/6$$

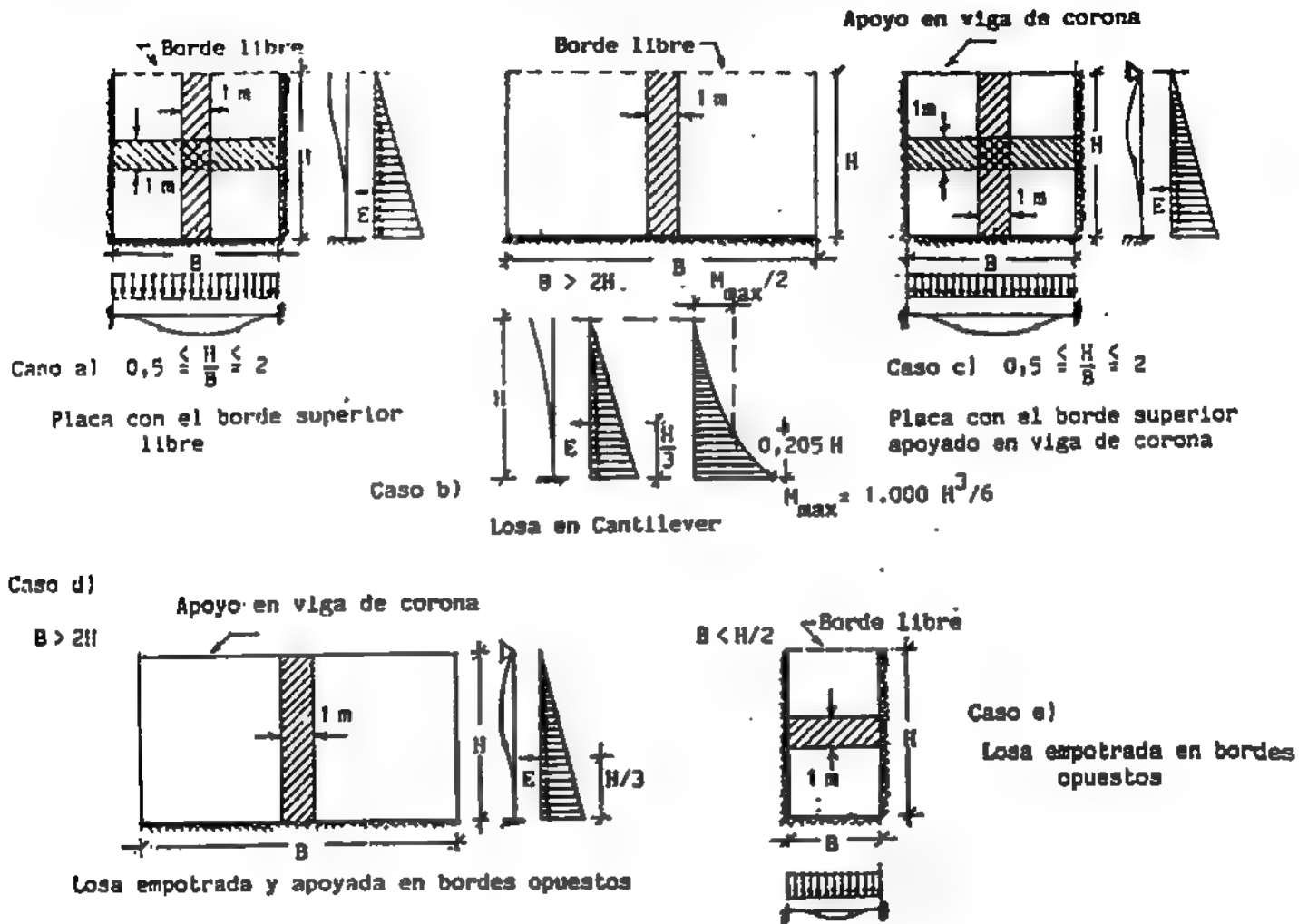


$H/B$  se conoce como relación de aspecto de las placas.



axiales de tracción o compresión horizontal debidas a los empujes sobre las paredes ubicadas perpendicularmente. En consecuencia, cada placa de pared estará sometida a flexión en la dirección normal a su plano y a solicitaciones biaxiales en su plano.

En la generalidad de los casos, sin embargo, las compresiones verticales y horizontales resultan de limitada magnitud y se las puede despreciar, con excepción de las depósitos de paredes muy esbeltas, con  $H > 4,8$  m y una fuerte sobrecarga aplicada sobre la tapa. En estos casos, se debe diseñar las paredes a flexo-compresión y verificar la posibilidad de pandeo.



Para soportar las solicitaciones axiales de tracción horizontal en las paredes, se distribuirá un acero horizontal :

$$A_{sh} = A_s \text{ principal} / 3 \quad (7.3)$$

El acero principal es el que se distribuye verticalmente junto al borde traccionado para el mayor empuje lateral de agua o suelo. Para el empuje interno del agua del depósito, el acero vertical se dispone junto al paramento interno si la pared se supone apoyada como en el caso b) que indica la figura 7.3, es decir en volado, empotrada en la base, para relaciones de  $B > 2H$ . Para otras relaciones de los lados, o cuando hay viga de corona, el acero debe colocarse siempre en el borde traccionado de acuerdo al diagrama de momentos flectores correspondiente, o a la elástica de deformación que se ha dibujado en cada caso en la figura 7.3. Igual razonamiento se aplica cuando actúa el empuje exterior debido al suelo que rodea el depósito y al nivel freático, y colocando para este caso la armadura resistente junto al borde opuesto con relación al caso anterior. Ver Referencia 6. Se debe recordar siempre la relación :

$$A_s \text{ min} = 0.0065 b d \quad (7.4)$$

correspondiente al acero necesario por retracción y temperatura para depósitos de líquidos en general y respetando la condición de máxima dispersión de las barras para evitar la fisuración de las paredes

Con respecto a la placa de fondo, su forma de apoyo determina el estado de sollicitación a que está sometida. Cuando el fondo no está en contacto directo con el suelo, por ejemplo en los depósitos sobreelevados, la losa de fondo apoya sobre las paredes perimetrales que actúan como vigas de gran altura, entre las columnas que sostienen el depósito. En este caso la losa de fondo debe resistir su peso propio y la carga total del agua contenida. Se la supone empotrada en todo su contorno en las paredes laterales o internas del estanque. Según la relación de sus lados se la diseña como placa, trabajando ortogonalmente en dos direcciones, o como losa, en forma unidireccional, si la relación de sus lados cumple con la condición dada en la figura 7.4.

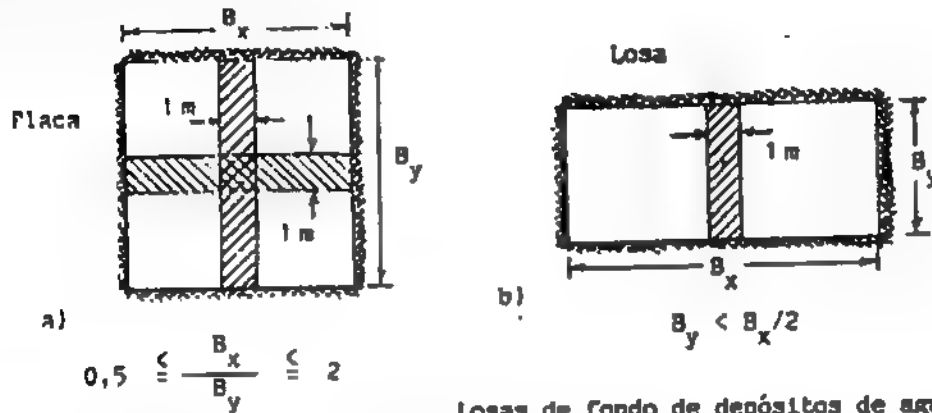
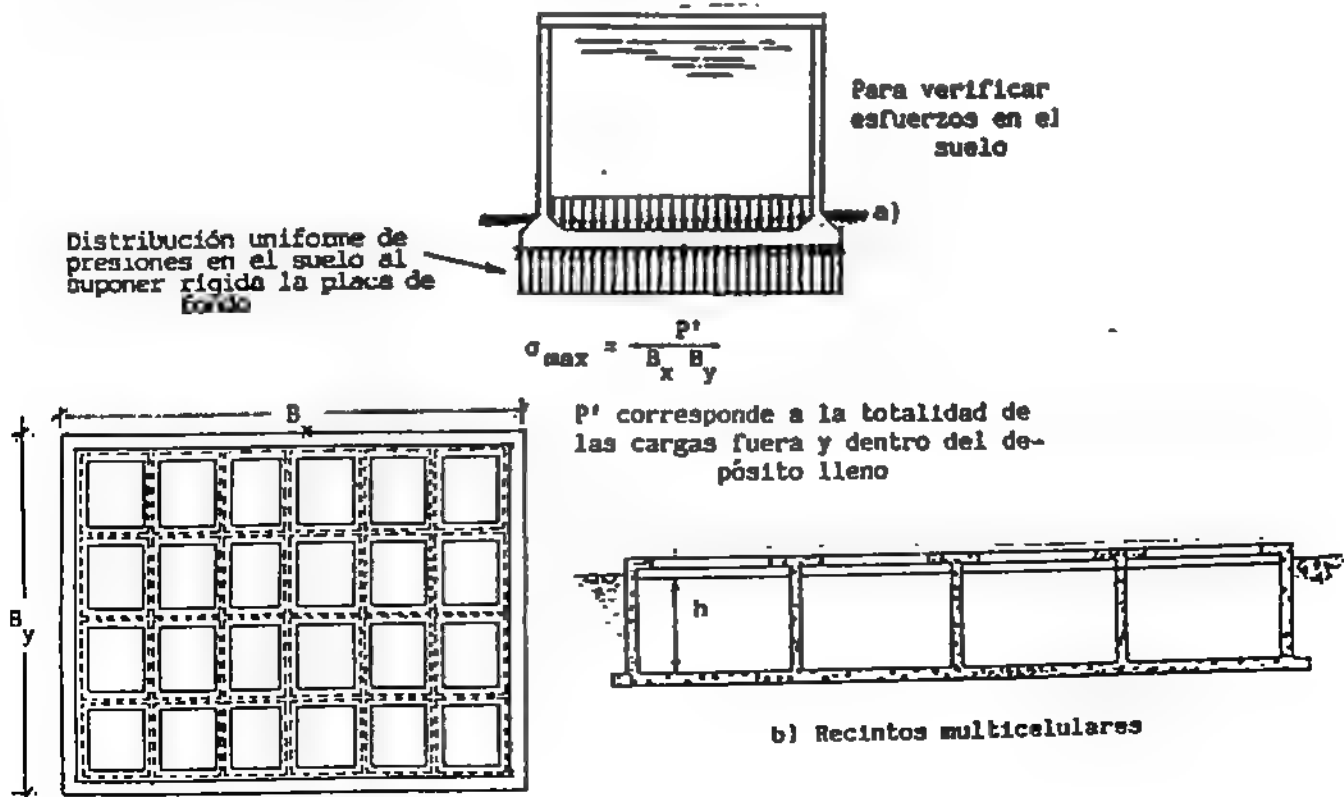


Figura 7.4.-

Losas de fondo de depósitos de agua

En el caso en que el depósito descansa directamente sobre suelo resistente, la placa de fondo actúa simultáneamente como la fundación del estanque, y se la diseña para soportar todas las reacciones del suelo debidas al peso propio del depósito y las sobrecargas aplicadas sobre él, pero sin tomar en cuenta el peso propio de la losa de fondo ni el agua contenida dentro del depósito, ya que estas cargas mencionadas son resistidas directamente por el suelo bajo la fundación, sin provocar corte ni flexión en la placa de fondo.



Planta del depósito múltiple

Figura 7.5.-

La losa de tapa se diseña como simplemente apoyada en todo su contorno, sobre las paredes perimetrales. Esta losa soporta su peso propio y las cargas permanentes y accidentales aplicadas sobre ella. En depósitos enterrados, asimismo, debe considerarse la posibilidad de que camiones u otros equipos pesados puedan desplazarse en el lugar.

Por último, en los grandes depósitos de planta rectangular, se disponen tabiques o paredes intermedias de concreto armado. Con ello la cisterna queda subdividida en recintos multicelulares conectados entre sí mediante las correspondientes llaves esclusas. Ver la figura 7.5 b)

Estas paredes se diseñan para la presión interna del agua, dependiendo del criterio operacional del depósito y sirven de apoyo a la losa de tapa. Las paredes perimetrales se diseñan según la teoría expuesta en el caso del depósito rectangular simple de la figura 7.2. La figura 7.6 muestra un esquema de un posible armado de las paredes de los depósitos.

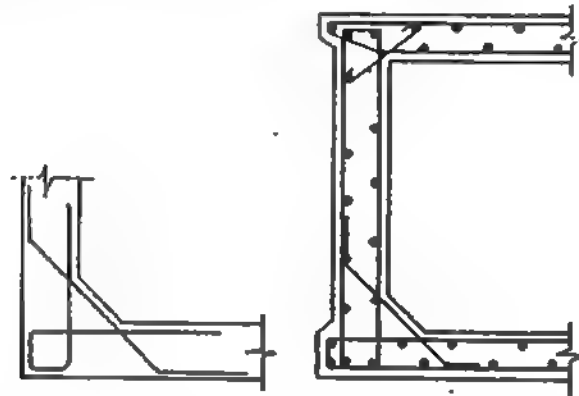


Figura 7.6.-

Los grandes depósitos de reserva de agua pueden tener también dos o más niveles, como se indica en la figura 7.7, correspondiente a una planta de tratamiento de agua. En estos casos se diseñan las losas de piso para el caso más desfavorable de las cargas, considerando asimismo la posibilidad de que actúen sobrecargas móviles de personas, materiales o equipos de trabajo en los compartimentos temporalmente vacíos. Si es necesario instalar bombas de gran capacidad, el diseño del depósito debe respetar las normas correspondientes al caso de estructuras y fundaciones bajo solicitaciones dinámicas, dadas en la Ref. 6, de modo de minimizar el efecto que las vibraciones pueden producir en las cisternas.

En otros casos, los depósitos con plantas de grandes dimensiones no tienen paredes intermedias de concreto armado que los subdividan, por lo cual la losa de tapa debe descansar sobre columnas aisladas intermedias, como entrepisos sin vigas, o bien columnas conectadas ortogonalmente mediante vigas de techo, con lo cual se logra asimismo dar mayor rigidez de conjunto al sistema estructural. Para el diseño de depósitos enterrados y cisternas consultar la Ref. 6.

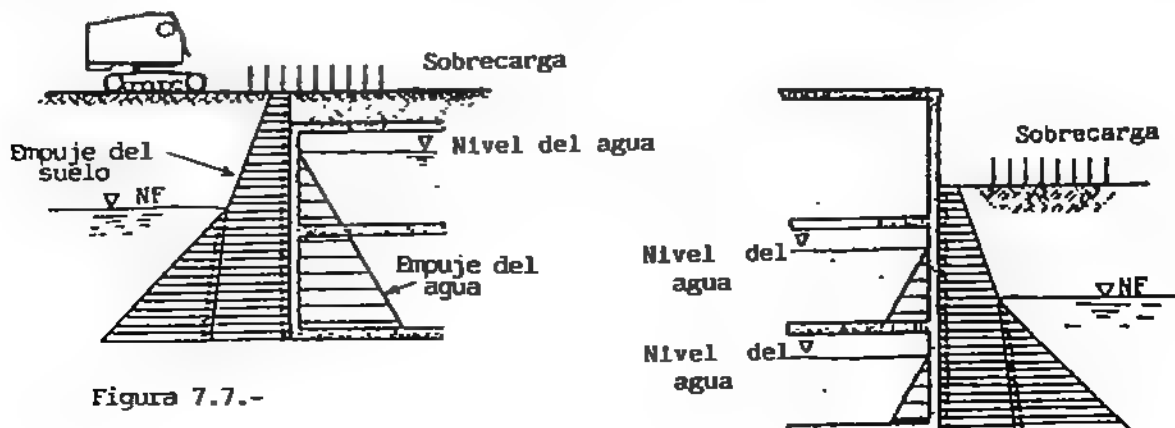


Figura 7.7.-

**EJEMPLO 7.1.- DISEÑO DE TANQUE RECTANGULAR SOBRE ELEVADO**

Diseñar el tanque de agua de la figura, con capacidad de 75 m<sup>3</sup>, para las siguientes calidades de materiales :

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 2.400 \text{ Kg/cm}^2$$

El depósito tiene dos compartimentos conectados mediante llaves esclusas y está soportado por seis columnas arriostradas en ambas direcciones de modo de dar mayor estabilidad al conjunto frente a las cargas laterales. Cada uno de las paredes del tanque se analizará como placa para las cargas normales a su plano, y como viga alta, para las cargas actuando en su plano. La losa de tapa se supone simplemente apoyada en el contorno.

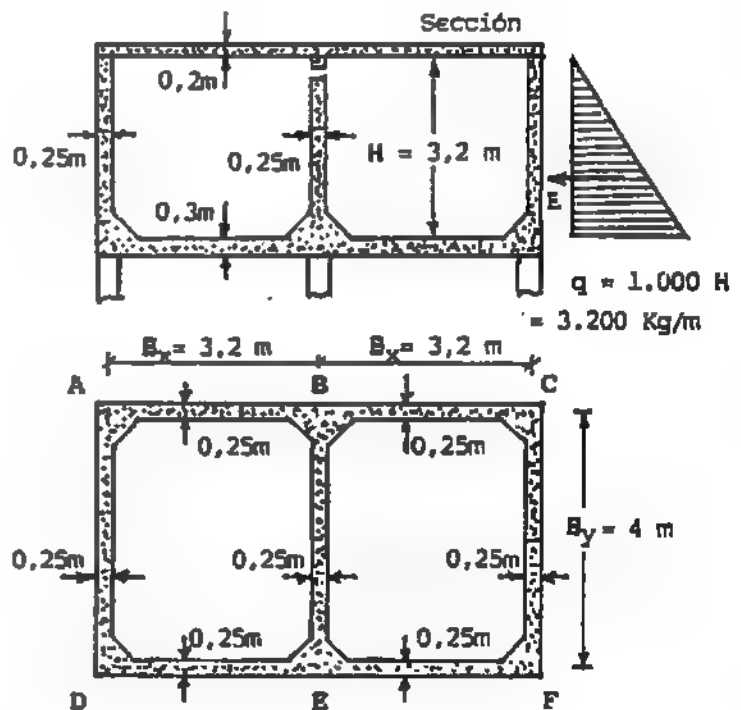
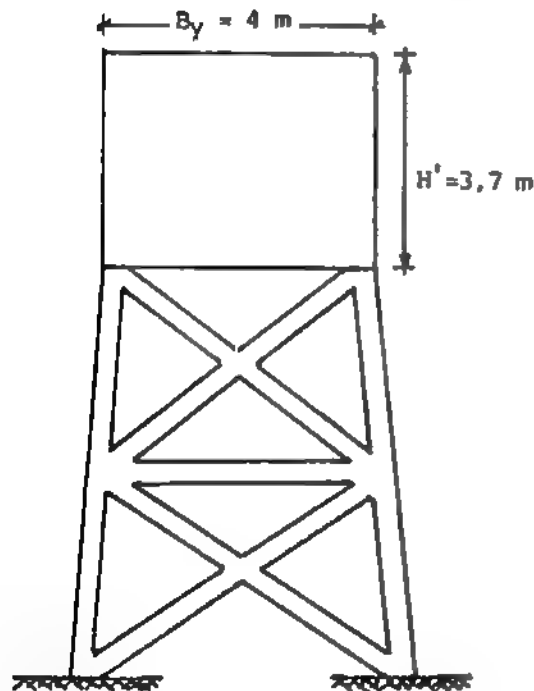
El espesor de las paredes se fija para la placa de mayor dimensión :

$$\frac{h}{B} = \frac{1}{16}$$

∴

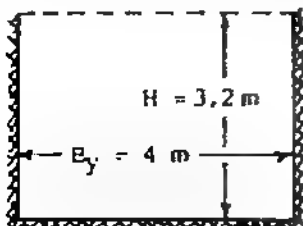
$$h = 400/16 = 25 \text{ cm} \quad d = 20 \text{ cm}$$

$$\text{recubrimiento } r = 5 \text{ cm}$$



Placa de la pared AD (Idem BE y CF)

Está empotrada en la placa de fondo y en la dos laterales. El borde superior es libre. Por lo tanto, de la Tabla 7.1 se obtiene :



$$H/B = 3,2/4 = 0,8 \quad \beta' = -0,0278 \quad q_u = 1,4 q = 4.480 \text{ Kg/m}$$

$$\therefore M_{uy} = -0,0278 \times 4.480 \times 4^2 = -1.993 \text{ Kgm/m}$$

Se verifica si la altura útil  $d$  adoptada es correcta :

$$d \geq \sqrt{\frac{M_u}{\mu f'_c b}} = \sqrt{\frac{199.300}{0,1448 \times 210 \times 100}} = 8 \text{ cm} < 20 \text{ cm} \quad \text{Cumple}$$

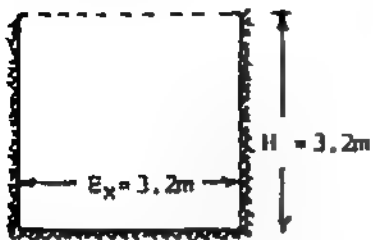
$$\text{Se acepta : } j_u = 0,95$$

Se verifica corte :  $V_u = 4.480 \times 3,2/2 = 7.168 \text{ Kg}$

$$v_u = \frac{V_u}{0,85 b d} = \frac{7.168}{0,85 \times 100 \times 20} = 4,21 \text{ Kg/cm}^2 < 0,53 \sqrt{f'_c} = 7,68 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Cumple}$$

Placa de la pared AB (Idem BC, DE y EF)

Las condiciones de apoyo son similares a las de la placa AD. En este caso :



$$H/B = 1 \quad g' = -0.0299$$

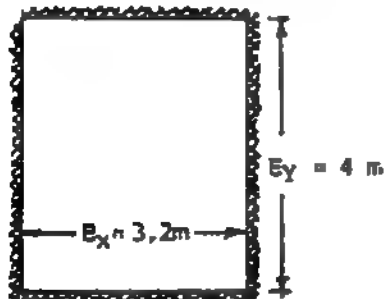
$$M_{uy} = -0.0299 \times 4.480 \times 3.2^2 = 1.372$$

Se verifica la altura útil y el corte en forma análoga al caso anterior, y la placa cumple.

Placa de fondo (ABDE idem ECEF)

Esta placa está empotrada en todo su contorno, por lo cual para resolverla se aplicará el Método de Marcus de la Sección 3.3. (Caso 6). Se asume que el espesor de esta placa es de  $h = 30$  cm con  $d = 25$  cm y un recubrimiento  $r = 5$  cm.

Cargas sobre la placa :



$$\text{Agua} = 3.2 \times 1.000 \text{ Kg/m}^3 = 3.200 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Peso propio de la placa} : 0.3 \times 2.500 = 750 \text{ Kg/m}^2$$

$$q_u = 1.4 \times (3.200 + 750) = 5.530 \text{ Kg/m}^2$$

De la Tabla 3.3 :

$$\lambda = B_y/B_x = 1.25 \quad \alpha = 0.0258 \quad \beta = 0.0106$$

$$\gamma = 0.709$$

$$q_x = 5.530 \times 0.709 = 3.921 \text{ Kg/m}$$

$$q_y = 5.530 \times 0.291 = 1.609$$

$$R_x = 3.921 \times 3.2/2 = 6.274 \text{ Kg/m}$$

$$R_y = 1.609 \times 2 = 3.218 \text{ Kg/m}$$

$$M_{ux}^- = q_x \times 3.2^2/12 = 3.346 \text{ Kgm/m}$$

$$M_{uy}^- = q_y \times 4^2/12 = 2.145 \text{ Kgm/m}$$

$$M_{ux}^+ = 0.0258 \times 5.530 \times 3.2^2 = 1.461 \text{ Kgm/m}$$

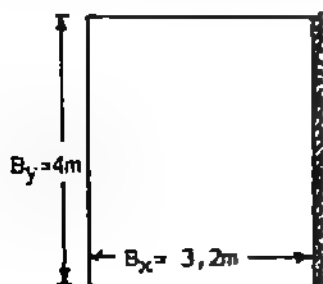
$$M_{uy}^+ = 0.0106 \times 5.530 \times 4^2 = 938 \text{ Kgm/m}$$

$$d_{nec} = \sqrt{\frac{334.600}{0.1448 \times 210 \times 100}} = 10.5 \text{ cm} < 25 \text{ cm}$$

Cumple

Placa de la tapa (AEDE idem BCEF)

La placa de la tapa está simplemente apoyada en todo el perímetro exterior del tanque y resulta continua sobre el apoyo intermedio de la pared BE. Se analiza según el caso 2 del Método de Marcus. Se le da un espesor  $h = 20$  cm, con  $d = 15$  cm y un recubrimiento  $r = 5$  cm.



Las cargas que actúan sobre la tapa del tanque son :

$$\text{Peso propio} = 0.2 \times 2.500 \times 1.4 : q_u = 700 \text{ Kg/m}^2$$

Sobrecarga móvil de operarios y herramientas :

$$p_u = 100 \times 1.7 = 170 \text{ Kg/m}^2$$

$$q_u = 870 \text{ Kg/m}^2$$

De la Tabla 3.3. se lee :  $\lambda = B_y/B_x = 1.25$

$$\alpha_1 = 0.0551$$

$$\alpha_2 = 0.0448$$

$$\beta_1 = 0.0226$$

$$\beta_2 = 0.0144$$

$$\gamma = 0.859$$

$$q' = q_u + p_u/2 = 785 \text{ Kg/m}$$

$$q'' = p_u/2 = 85 \text{ Kg/m}$$

$$q_x = q_u \times 0.859 = 747 \text{ Kg/m}$$

$$q_y = q_u \times 0.141 = 123 \text{ Kg/m}$$

$$R_x = 747 \times 3.2/2 = 1.195 \text{ Kg/m}$$

$$R_y = 123 \times 2 = 246 \text{ Kg/m}$$

$$M_{ux}^+ = (0.0448 \times 785 + 0.0551 \times 85) 3.2^2 = 408 \text{ Kgm/m}$$

$$M_{uy}^+ = (0.0144 \times 785 + 0.0226 \times 85) 4^2 = 211 \text{ Kgm/m}$$

Sobre el apoyo continuo :

$$M_{ux}^- = 747 \times 3.2^2/8 = 956 \text{ Kgm/m}$$

Se verifica el d necesario :

$$d_{nec} = \sqrt{\frac{95.600}{0.1448 \times 210 \times 100}} = 5.6 \text{ cm} < 15 \text{ cm}$$

Cumple

#### DISEÑO DE ACERO

En cada caso :  $A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d}$  para  $\phi = 0.9$  y  $j_u = 0.95$

Placa de la pared AD (Idem BE y CF) :

$$A_s = \frac{199.300}{0.9 \times 2.400 \times 0.95 \times 20} = 4.85 \text{ cm}^2/\text{m}$$

En ambas caras :  $A_{min} = 0.0065 b d = 0.065 \times 100 \times 20 = 13 \text{ cm}^2$  Controla  
 $\phi 5/8" \text{ c}/15 \text{ cm (vertical)}$

Placas de las paredes AB,BC,DE y EF colocar acero mínimo:  $\phi 5/8" \text{ c}/15 \text{ cm (vertical)}$

Placa de fondo ABDE (Idem BDEF) :

$$A_s = \frac{334.600}{0.9 \times 2.400 \times 0.95 \times 25} = 6.52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

En ambas caras :  $A_{s \text{ min}} = 0.065 \times 100 \times 25 = 16.25 \text{ cm}^2/\text{m}$  Controla  
 $\phi 5/8" \text{ c}/12$  según direcciones ortogonales

Placa de la tapa ABDE (Idem BDEF) :

$$A_s = \frac{95.600}{0.9 \times 2.400 \times 0.95 \times 15} = 3.1 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$A_{s \text{ min}} = 0.0065 \times 100 \times 15 = 9.75 \text{ cm}^2/\text{m}$  Controla  
 $\phi 1/2" \text{ c}/13 \text{ cm}$  según direcciones ortogonales

En todas las paredes, colocar acero horizontal en ambas caras :

$$A_{sh} = 13/3 = 4.33 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 3/8" \text{ c}/15 \text{ cm}$$

#### DISEÑO COMO VIGA-PARED

Adicionalmente al diseño de las paredes como placas, bajo la presión interna del agua, se las debe diseñar como vigas altas, apoyadas en las 6 columnas indicadas. De las paredes AD, BE y CF la viga más cargada resulta la BE, por lo cual se le diseña el acero y se coloca igual cuantía en las paredes AD y CF. A continuación se diseña el acero de la viga alta continua de la pared ABC (idem la DEF), con los criterios de la Sección 4.2 y 4.3.

Cargas actuantes sobre la viga-pared BE :

Peso propio de la viga :  $0,25 \times 2.500 \times 3,2 \times 1,4 = 2.800 \text{ Kg/m}$

Reacciones de las placas de fondo :  $6.274 \times 2 = 12.548 \text{ "}$

Reacciones de las placas de tapa :  $1.195 \times 2 = 2.390 \text{ "}$

---


$$q_u = 17.738 \text{ Kg/m}$$

La viga se supone empotrada en su contorno en las vigas ortogonales AC y DF.

$$M_u^- = q_u L^2/12 = 17738 \times 4^2 / 12 = 23.650 \text{ Kgm}$$

$$M_u^+ = q_u L^2/24 = 11.825 \text{ Kgm}$$

$$b_w = 25 \text{ cm}$$

Según ec. 4.2 :

$$j_u d = 0,6 H = 0,6 \times 3,2 = 1,92 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{2.365.000}{0,9 \times 2.400 \times 192} = 5,68 \text{ cm}^2$$

Colocar como mínimo 4  $\phi 1"$  junto a los bordes superior e inferior de la viga.

Cargas actuantes sobre la viga-pared continua AC (idem DF)

Peso propio de la viga :  $2.800 \text{ Kg/m}$

Reacción de la placa de fondo :  $2.145 \text{ "}$

Reacción de la placa de tapa :  $246 \text{ "}$

---


$$q_u = 5.191 \text{ Kg/m}$$

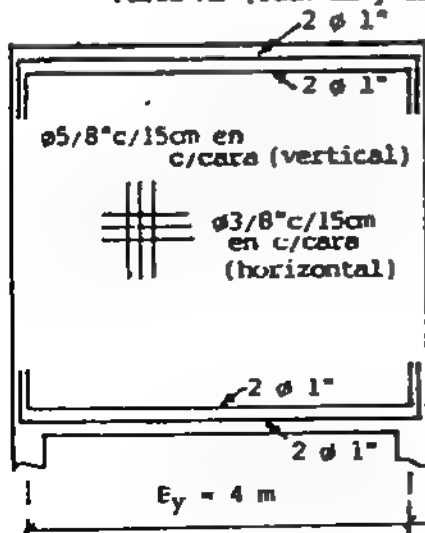
$$M_u^- = q_u L^2/12 = 5.191 \times 3,2^2/12 = 4.430 \text{ Kgm}$$

$$M_u^+ = q_u L^2/24 = 2.215 \text{ Kgm}$$

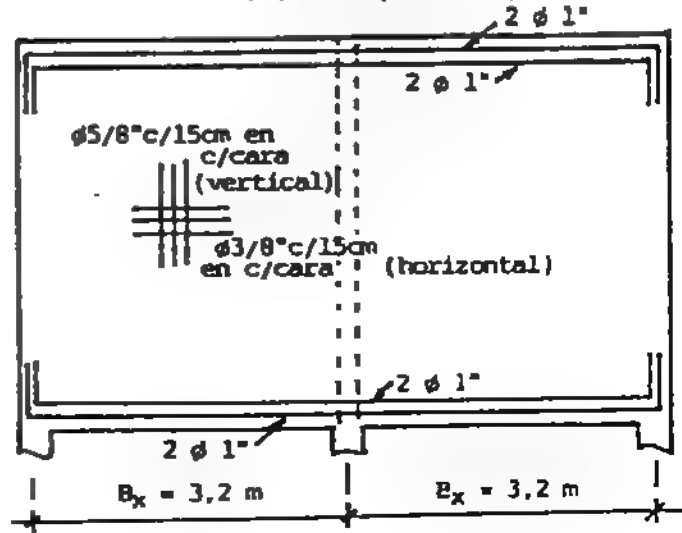
$$A_s = \frac{443.000}{0,9 \times 2.400 \times 192} = 1,07 \text{ cm}^2$$

Colocar acero mínimo junto a los bordes superior e inferior de la viga.

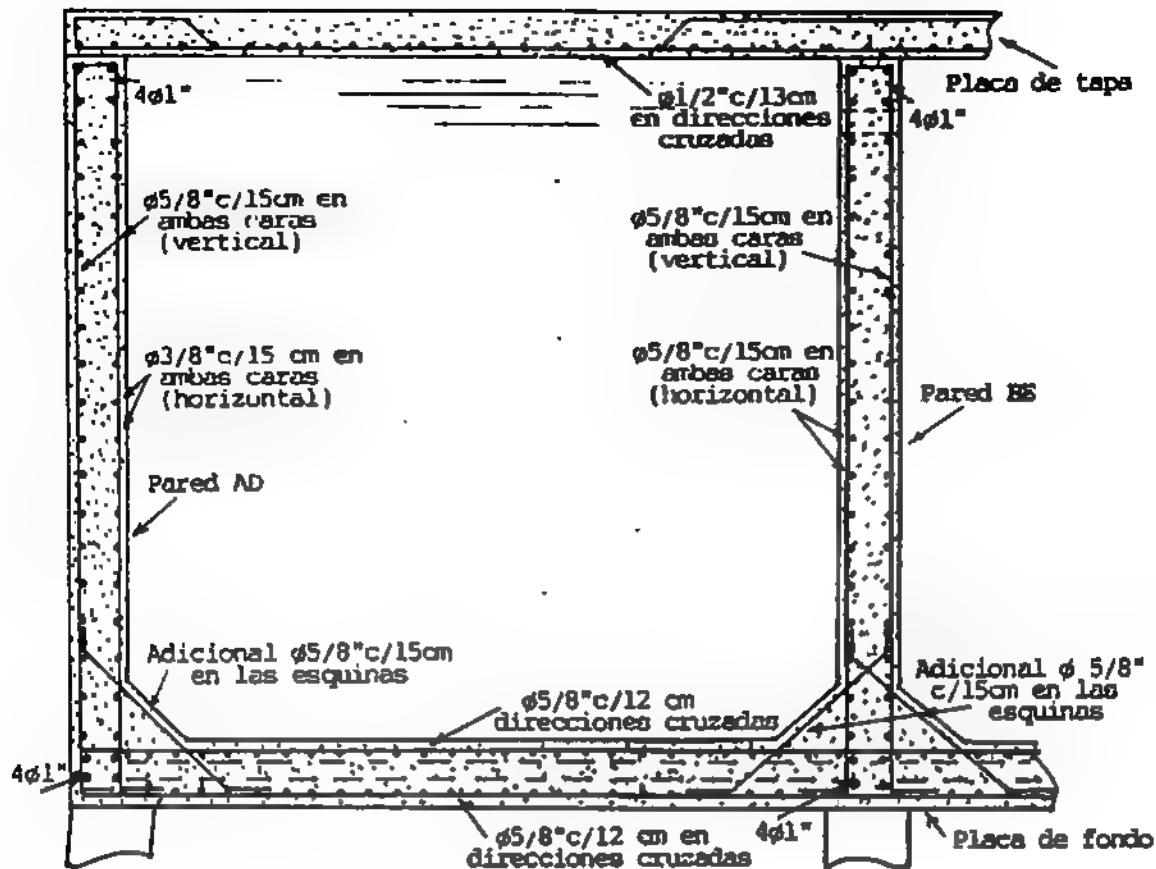
Pared AD (Idem BE y CF)



Pared ABC (Idem DEF)



Detalle de la armadura de las paredes del tanque



#### 7.4.- DISEÑO DE DEPOSITOS CILINDRICOS

En general los depósitos cilíndricos son más económicos que los rectangulares y se los ubica usualmente en torres de agua sobreelevadas. Cuando su capacidad es limitada, se los puede asimilar al comportamiento membranar, con la pared perimetral traccionada, pero si el volumen aumenta, se originan importantes solicitaciones de flexión, especialmente por causa de las perturbaciones de borde en la arista de unión de la pared del tanque con la placa de fondo.

Tomando en cuenta el comportamiento membranar, los esfuerzos de tracción en un anillo de ancho unitario en el nivel  $z$  del depósito cilíndrico, se obtienen de la ecuación:

$$N = \gamma z r \quad (\text{en Kg/m}) \quad (7.5)$$

donde  $\gamma$  es el peso específico del agua,  $z$  la altura donde está ubicado el anillo que se analiza, y  $r$  el radio medio de la sección anular.

La armadura resistente en el ancho unitario resulta:

$$A_s = \frac{2 N}{0,9 f_y} \quad (\text{en cm}^2/\text{m}) \quad \text{para } f_y \leq 2.800 \text{ Kg/cm}^2 \quad (7.6)$$

El espesor de la pared se determina en función de la posibilidad de fisuración debida a la tracción. Ver la figura 7.8.

Tomando en cuenta los esfuerzos debidos a la tracción y la retracción del acero y el concreto, se puede escribir:

$$f_c = \frac{C E_s A_s + N}{A_c + n A_s} \leq \begin{cases} 25 \text{ Kg/cm}^2 \\ 0,06 f'_c \end{cases} \quad (7.7)$$

$f_c$  es el esfuerzo combinado en el concreto, debido a la tracción y retracción simultáneas.  $C$  es el factor de retracción del concreto en masa:

$$C \approx 0,035 \text{ cm/m} \quad (7.8)$$



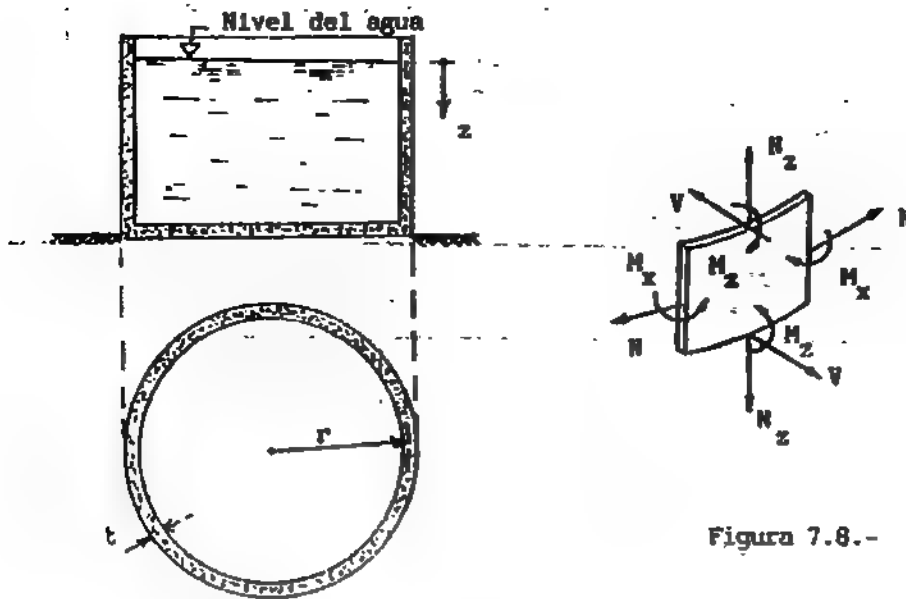


Figura 7.8.-

Por lo tanto, se obtiene el espesor  $t$  necesario del depósito cilíndrico :

$$t = \frac{C E_s + f_s - n f_c}{100 f_c f_s} N \quad (\text{en cm}) \quad (7.9)$$

para :  $f_s = f_y/2 \approx 1.400 \text{ Kg/cm}^2$  ...  $N$  es la fuerza anular de tracción, en Kg. (7.10)

En el sentido transversal, se evidencian también esfuerzos axiales  $N_z$  y momentos flectores como muestra la figura 7.8, producidos por el empuje lateral del agua.

La distribución de los esfuerzos axiales y de los momentos flectores  $M_z$  se indica en figura 7.9.

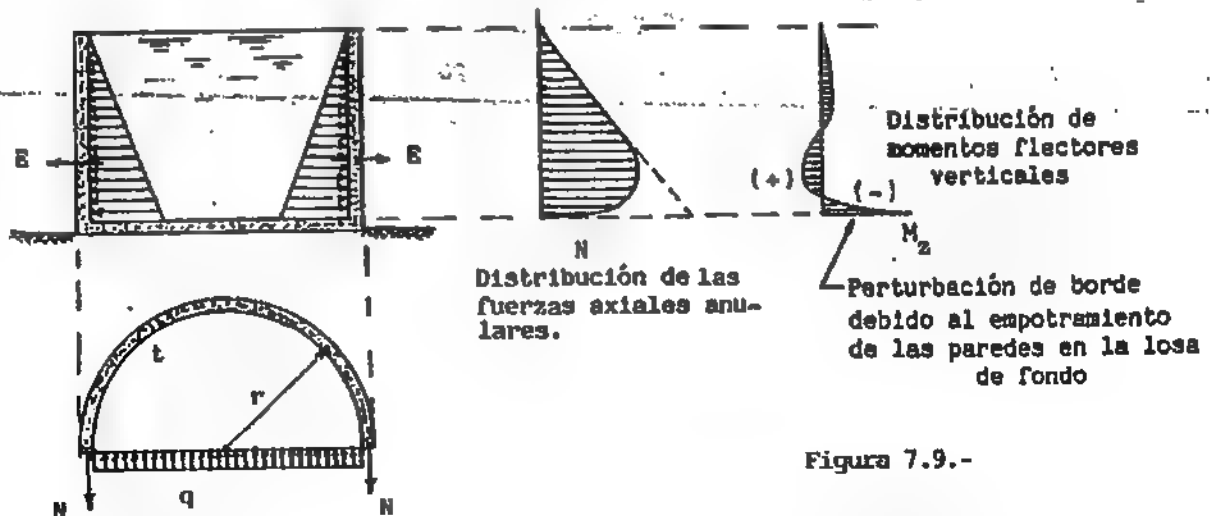


Figura 7.9.-

Las fuerzas axiales anulares máximas se producen en general en el tercio inferior del depósito, y su valor puede hallarse en la Tabla 7.2, en función del coeficiente  $K$  :

$$K = \frac{1,3 h}{\sqrt{r t}} \quad (7.11)$$

El espesor del tanque cilíndrico se obtiene de ec. 7.9, dependiendo del valor de  $N$  máximo en cada nivel, según se explica en el ejemplo a continuación. El acero anular resulta :

$$A_s = \frac{2 N}{0,9 f_y} \quad (7.12)$$

Los momentos flectores  $M_x$  junto a los bordes interior y exterior del depósito se dan así mismo en la Tabla 7.3, y con estos valores se diseña el acero vertical en ambas caras del tanque. La losa de fondo se supone empotrada en todo su contorno en las paredes y se la debe diseñar para que sea capaz de soportar la reacción del suelo con el depósito vacío, y sirva de anclaje para la base empotrada de las paredes. El diseño de la losa de tapa es similar al aplicado para los estanques de forma rectangular analizados previamente.

T A B L A 7.2.-

z/h	Valores de v											
	1	2	3	5	8	10	20	25	30	35	40	50
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,2	0,10	0,20	0,20	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
0,3	0,14	0,28	0,29	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
0,4	0,15	0,32	0,38	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,5	0,14	0,33	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
0,6	0,12	0,30	0,55	0,58	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60
0,7	0,09	0,23	0,50	0,62	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70
0,8	0,05	0,14	0,36	0,54	0,76	0,80	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82
0,9	0,02	0,05	0,15	0,28	0,40	0,87	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,92
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$M = v \gamma h r$$

(7.13)

T A B L A 7.3.-

z/h	Valores de f											
	1	2	3	5	8	10	20	25	30	35	40	50
0	0,04	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,05	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0,06	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,3	0,07	0,04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,4	0,07	0,05	0,02	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,06	0,06	0,03	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0
0,6	0,05	0,06	0,03	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0
0,7	0,02	0,04	0,06	0,05	0,02	0	0	0	0	0	0	0
0,8	-0,02	0	0,05	0,02	0,06	0	0	0	0	0	0	0
0,9	-0,07	-0,07	-0,04	0,04	0,04	0,06	0,05	0,02	0,01	0,01	0,01	0
0,95	-0,10	-0,10	-0,10	-0,05	0	0,03	0,03	0,06	0,04	0,04	0,04	0,03
1	-0,15	-0,20	-0,26	-0,26	-0,26	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28

$$M = f \gamma h r t$$

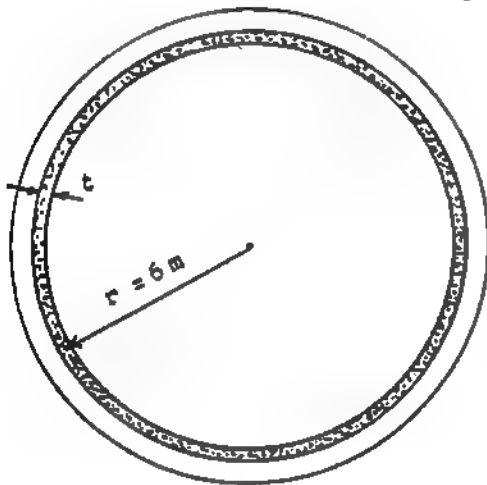
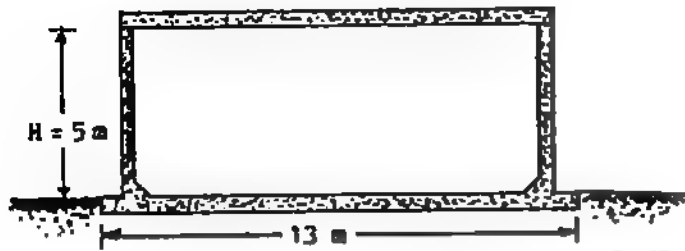
(7.14)

Los valores negativos de momentos corresponden a la cara interna del depósito cilíndrico, y los positivos al paramento exterior. El acero vertical junto a ambas caras, se obtiene:

$$A_s = \frac{1,4 M}{0,9^2 f_y d}$$

**EJEMPLO 7.2.- DISEÑO DE DEPOSITO CILINDRICO**

Diseñe el depósito cilíndrico indicado, con capacidad de 550 m<sup>3</sup> de agua, apoyado directamente sobre el suelo de fundación, con  $\sigma_{adm} = 2 \text{ Kg/cm}^2$ .  $f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$  y  $f_y = 2.800 \text{ Kg/cm}^2$ .



$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2,1 \times 10^6}{15.100 \sqrt{f'_c}} = 9 \quad f'_c = 0,06 f'_c = 15 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{De ec. 7.11 : } K = \frac{1,3 \times 5}{6 \times 0,2} = 6$$

De la Tabla 7.2 se deduce que la fuerza anular máxima de tracción es, a profundidad  $z/h = 0,6$  :

$$N = 0,56 \times 1.000 \times 5 \times 6 = 16.800 \text{ Kg}$$

$$A_s \geq 2N / 0,9 f_y = 13,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Espeor  $t$  de la pared

$$\phi 5/8" \text{ c}/12,5 \text{ cm}$$

De la ec. 7.9 para  $C = 0,00035 \text{ m/m}$  :

$$t \geq \frac{0,00035 \times 2,1 \times 10^6 + 1.400 - 9 \times 15}{100 \times 15 \times 1.400} \times 16.800 = 16 \text{ cm}$$

Se adopta  $t = 25 \text{ cm}$   $d = 18 \text{ cm}$

El acero anular debe cumplir :

$$A_s > A_{s \text{ min}} = 0,0065 b d = 0,65 \times 18 = 11,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Cumple

Verificación de los esfuerzos

De ec. 7.7 :

$$f_c = \frac{0,0035 \times 2,1 \times 10^6 \times 13,33 + 16.800}{2500 + 9 \times 13,33} = 10,15 \text{ cm} < 15 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{Cumple}$$

El espesor de la pared se disminuye en los 2 m superiores.

$$\frac{z}{h} = \frac{2}{5} = 0,4 \quad v = 0,39$$

$$N = 0,39 \times 1.000 \times 5 \times 6 = 11.700 \text{ Kg}$$

$$A_s = 9,28 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{s \text{ min}} = 8,45 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 5/8" \text{ c}/15 \text{ cm}$$

De la ec. 7.9 se obtiene  $t \geq 11,14 \text{ cm}$

Se adopta  $t = 20 \text{ cm}$   $d = 13 \text{ cm}$

Los momentos flectores se calculan para los coeficientes :

$$\xi^+ = 0,06 \text{ en el nivel } z = 3,5 \text{ m}$$

$$M^+ = 0,06 \times 1.000 \times 5 \times 6 \times 0,25 = 450 \text{ Kgm}$$

$$\xi^- = -0,26 \text{ en la unión con la losa de fondo}$$

$$M^- = -0,26 \times 1.000 \times 5 \times 6 \times 0,25 = -1.950 \text{ Kgm}$$

$$\text{Junto al paramento interior : } A_s^- = \frac{1,4 \times 1.950 \times 100}{0,81 \times 2.800 \times 18} = 6,68 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{Diseño de acero vertical}$$

Se adopta :

$$\text{y en la cara exterior del depósito : } A_s = \frac{1,4 \times 450 \times 100}{0,81 \times 2.800 \times 18} = 1,54 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = 11,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\phi 3/4" \text{ c}/20 \text{ cm}$$

Diseño de la losa de tapa

Se supone la tapa simplemente apoyada en todo su contorno, trabajando como cruzada en franjas de 1 m de ancho. Para resolverla se aplica el método de Marcus (18) (Ver Sección 3.3) Para ello se consideran dos franjas cruzadas centrales ortogonales, articuladas en sus extremos. De Tabla 3.3 para el caso 1 se lee : Para  $\lambda = 1$   $\alpha = \beta = 0,0365$   $\kappa = 0,5$

Peso de la losa, asumiendo un espesor de 25 cm :  $0,25 \times 2,500 \times 1,4 = 875 \text{ Kg/m}^2$

Sobrecarga :  $100 \text{ Kg/m}^2 \times 1,7 = \dots\dots\dots = 170 \text{ "}$

$$q_u = 1.045 \text{ Kg/m}^2$$

$$M_u = \alpha q_u L^2 = 0,0365 \times 1.045 \times 12^2 = 5.492 \text{ Kgm}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{5.492}{0,1448 \times 250}} = 12,5 \text{ cm} \quad d = 18 \text{ cm} \quad h = 25 \text{ cm}$$

#### Diseño de la losa de fondo

Peso de las paredes ..... 108,4 t  
Peso de la tapa ..... 70,68 t

$$P_u = 179,08 \times 1,4 + 11,31 \times 1,7 = 270 \text{ t}$$

$$P = 179,08 \text{ t}$$

$$\sigma_u = \frac{270}{6,5^2 \pi} = 2,03 \text{ t/m}^2$$

Sobrecarga :  
 $100 \times 6^2 \times \pi = 11,31 \text{ t}$

De la Tabla 3.3 :  $\alpha = \beta = 0,0179 \quad \kappa = 1/2$

$$M_u^+ = 0,0179 \times 2.030 \times 12^2 = 5.232 \text{ Kgm}$$

$$M_u^- = \frac{2.030 \times 12^2}{2 \times 12} = 12.180 \text{ Kgm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

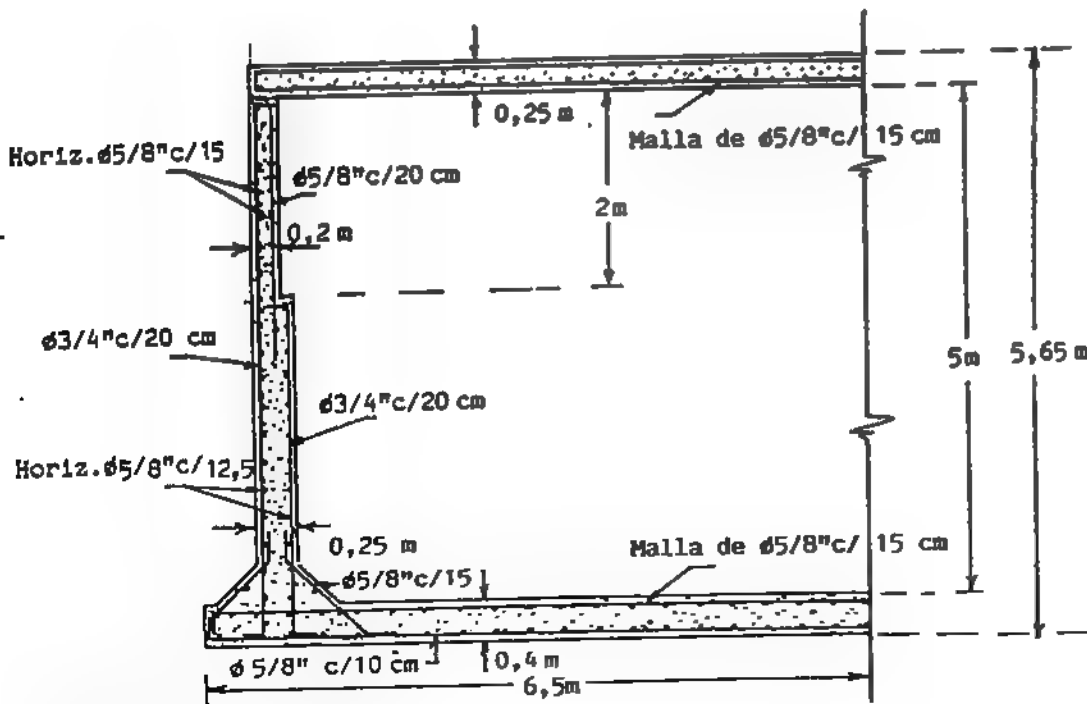
#### Verificación de los esfuerzos en el suelo

Peso de las paredes, la losa de fondo y la de tapa :  $P = 311,81 \text{ t}$   
Sobrecarga :  $= 11,31 \text{ t}$   
Peso del agua :  $= 550,00 \text{ t}$

$$\Sigma P = 873,12 \text{ t}$$

$$\sigma = \frac{873.120}{650^2 \pi} = 0,65 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{adm} = 2 \text{ Kg/cm}^2$$

Correcto



El acero en las losas de tapa y fondo se diseña en la forma usual. En las paredes, es conveniente que el espaciamiento no supere los 12,5 cm en el tercio inferior, y los 15 cm en el resto de la altura, para el acero anular, ya que la mayor dispersión de las barras previene la fisuración.

En el caso que el depósito cilíndrico esté enterrado, se deben considerar asimismo los empujes debidos al suelo que lo rodea y el agua subterránea.

## Fundaciones Directas Aisladas y Continuas

### 8.1.- GENERALIDADES

Se designan fundaciones directas las que se apoyan en toda el área de la base sobre el terreno, en un estrato no mayor a 5 m de profundidad, medido desde la cota superior del predio a construir, y donde el suelo ofrezca la suficiente capacidad portante para soportar las cargas impuestas por la superestructura, con moderados asentamientos.

Existe una amplia variedad de fundaciones directas, entre las cuales se pueden mencionar :

- Fundaciones aisladas
- Fundaciones continuas
- Fundaciones combinadas
- Fundaciones conectadas
- Placas de fundación

En la gran mayoría de los casos, las fundaciones directas se materializan en concreto armado, y por excepción, en concreto sin armar o ciclópeo. Las fundaciones aisladas resultan del ensanchamiento del extremo inferior de las columnas o pedestales en el plano de apoyo sobre el suelo, de modo de disminuir la magnitud de las presiones de contacto con éste y asegurar la estabilidad de la superestructura. Ver fig. 8.1 a).

Las fundaciones continuas (esquemas b y c) se conocen también como corridas y son las que transmiten al suelo de fundación las cargas de los muros de concreto, las paredes de mampostería o una fila de columnas alineadas próximas entre sí. Las fundaciones combinadas son las que sirven de apoyo a dos columnas muy cercanas, evitando así la superposición de sus bases aisladas. La forma y dimensiones en planta debe adaptarse para que la resultante de las cargas y momentos de las columnas coincida con el baricentro de la base, de modo de poder obtener una distribución uniforme de presiones en toda el área de contacto con el suelo (ver esquema d).

Las fundaciones conectadas (fig. 8.1 e y f) soportan cargas excéntricamente aplicadas en las columnas, y al unir las mediante tensores o vigas rígidas, se anula el efecto de volcamiento y se otorga estabilidad al conjunto. Por último, las placas de fundación son las que reciben las cargas de un grupo de columnas y muros (esquemas g y h). Se las utiliza cuando el área en planta de las bases aisladas resulta prácticamente la misma que la superficie del terreno bajo la construcción. Las placas de fundación presentan por lo general un espesor considerable y en algunos casos tienen nervios o vigas de entramado conectando las columnas y los muros, que cumplen la función de disminuir el espesor de las placas y aumentar la rigidez de la fundación.

No es conveniente que las bases se hallen directamente en contacto con el suelo de fundación, por lo cual es práctica usual extender una capa de 10 a 15 cm de concreto pobre, o de piedra y arena apisonadas, antes de vaciar el concreto de la base, y respetar además los espesores del refuerzo previstos en el diseño, colocando separadores y soportes en las barras de la armadura resistente, de modo de mantenerlas en su lugar durante el hormigonado. El concreto pobre que se utiliza es de piedra o ladrillos partidos, con una dosificación de 150 a 200 Kg de cemento por m<sup>3</sup>, y la excavación de los últimos 20 cm de espesor en el terreno se debe realizar inmediatamente antes de vaciar el concreto pobre o colocar la capa de piedra y arena apisonada, donde apoyará la base.

En las bases directas, en forma similar a los restantes elementos estructurales de un edificio, se deben satisfacer las exigencias de resistencia y estabilidad para cualquier combinación de las cargas exteriores actuantes previstas en el cálculo. Se deben distinguir dos etapas :

- 1).- El análisis de la base , que corresponde a la determinación de su forma y dimensiones en planta.
- 2).- El diseño de la base , mediante el cual se define su altura útil, y la cantidad y forma de distribución del acero de la armadura resistente.

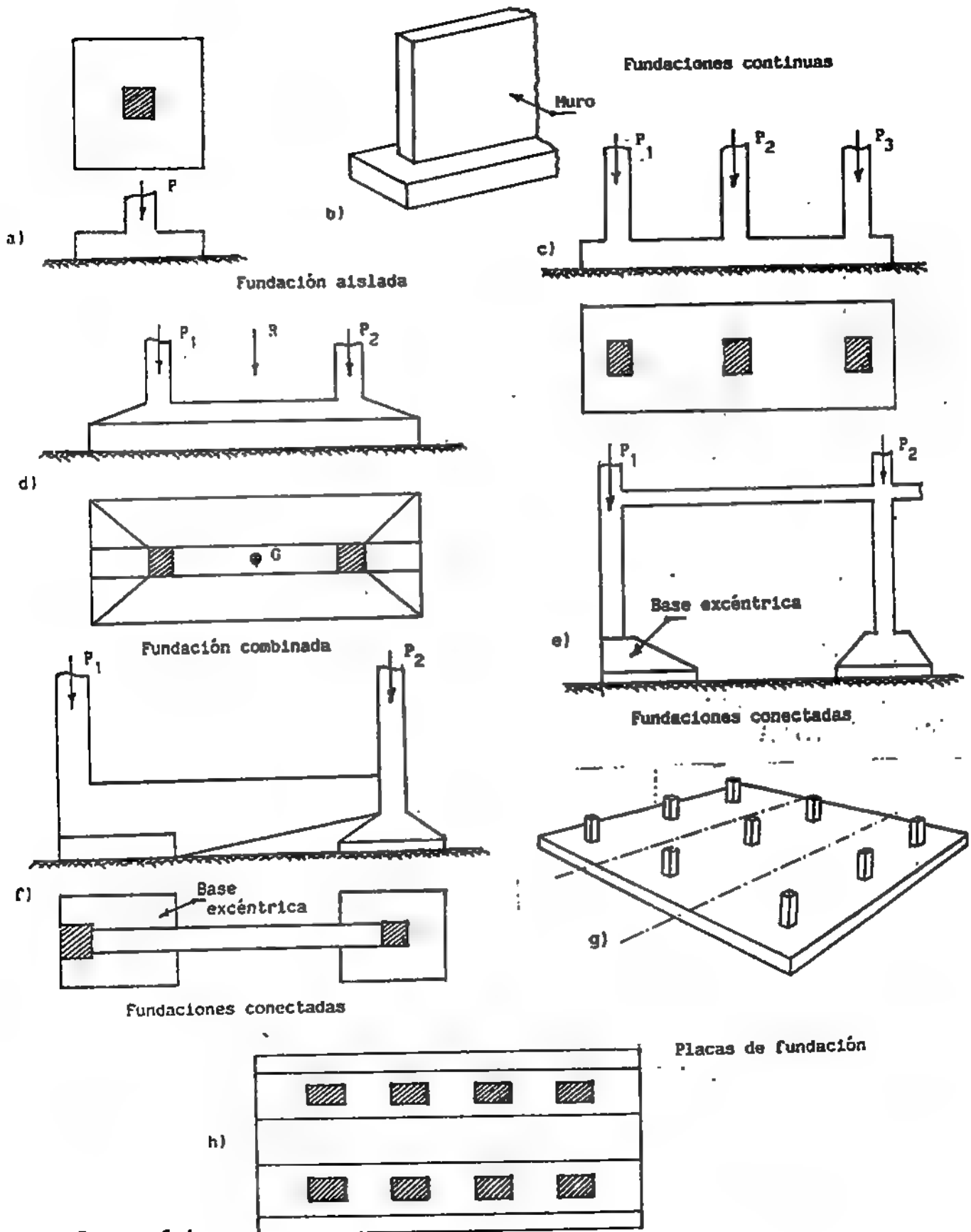


Figura 8.1

La determinación de la forma y dimensiones en planta depende de varios factores :

- a) La magnitud de las cargas de servicio que debe resistir la base
- b) La calidad del suelo de fundación y sus esfuerzos admisibles
- c) La profundidad del estrato en el cual apoya la base
- d) El espacio disponible en planta para ubicarla

La determinación de las dimensiones en planta de las bases se realiza con cargas de servicio y esfuerzos admisibles del suelo, mientras que el diseño exige cargas mayoradas y resistencias minoradas, según se especifica en la Sección 1.3 para todo tipo de secciones en concreto armado.

Las cargas de servicio que deben soportar las bases son las impuestas por la superestructura y comprenden las gravitacionales que actúan en la columna, (cargas muertas y sobrecargas móviles), el peso propio de la columna y la base, las cargas transmitidas por las vigas de riostra y las losas de sótano, así como el peso de la tierra que cubre la base.

Si además el análisis comprende la consideración de cargas de viento o sismo, se debe sumar su efecto a las anteriores, (pero no en forma simultánea el viento y el sismo). En zona sísmica se permite adoptar esfuerzos admisibles incrementados en un 33% para el suelo de fundación, al tomar en cuenta estas cargas. En todos los casos, se deben realizar todas las combinaciones posibles de las cargas que actúan directa o indirectamente sobre cada base, y seleccionar el caso más desfavorable. El criterio a aplicar en el análisis es el siguiente :

- 1) Tomar la combinación de cargas más desfavorable, excluyendo el sismo, y verificar que no se supere en el suelo de fundación el valor del esfuerzo admisible.
- 2) Tomar la combinación de cargas más desfavorable, incluyendo las de sismo, y verificar que no se supere en el suelo de fundación el valor del esfuerzo admisible incrementado en un 33%.

Adicionalmente, las bases pueden soportar cargas de impacto o cíclicas, como ocurre - por ejemplo en bases de rampas, puentes grúa, o estribos de puentes, y en cimientos de máquinas. En muros de contención, actúan asimismo cargas laterales debidas a empujes de masas de suelo, materiales granulares o líquidos contenidos, por lo cual sus bases deben verificarse a deslizamiento y volcamiento.

Debe tratarse de que la resultante de las cargas exteriores se halle aplicada en el baricentro de la base en planta. Cuando esto no sea posible, la base es excéntrica y la distribución de los esfuerzos en el plano de contacto con el suelo de fundación se determina según lo indicado en Referencia 6. Para cualquier combinación de las cargas gravitacionales, toda la base debe resultar comprimida, y si la combinación incluye cargas de sismo, el área traccionada de la base no puede superar el 25% de la superficie total de contacto en planta, con el suelo de fundación.

Los momentos flectores en el pie de las columnas o pedestales pueden ser resistidos en las fundaciones según los siguientes criterios :

- \* Colocando vigas de riostra conectando las diferentes fundaciones del edificio
- \* Considerando la carga axial de la columna, trasladada paralelamente por efecto del momento existente, y centrando la base con el punto de aplicación de esa resultante.

En cada caso, el proyectista decide la solución a adoptar. Sin embargo, las vigas de riostra dan una solución más coherente al problema, enlazando los pies de las diferentes columnas de la estructura, y permitiendo que a nivel de fundaciones el sistema trabaje como conjunto arriostrado, más estable y seguro.

Cuando ya se han determinado la forma y dimensiones de una base, se procede a su diseño para cargas mayoradas, según las combinaciones indicadas en la Sección 1.3. A estas carga mayoradas corresponde una reacción ficticia del suelo  $q_u$ , cuyo valor es sólo una herramienta del diseño pues permite calcular la magnitud de los momentos flectores y fuerzas de corte y punzonado mayoradas en las bases, para poder definir en cada caso la altura útil, y el área necesaria de las barras de acero de la armadura resistente.

Por lo tanto, este valor de  $q_u$  empleado, no tiene ningún significado desde el punto de vista de la mecánica de suelos y no debe confundirse con el  $\sigma_u$  a que se hace referencia en los capítulos anteriores, y que representa el esfuerzo de agotamiento  $\sigma_u$  del suelo en compresión axial.

Cuando para el diseño se conocen solamente las cargas de servicio de la columna, sin especificación detallada de la magnitud parcial de las cargas permanentes, accidentales, viento, sismo, etc. se aconseja utilizar un factor de mayoración global de 1,6, para obtener las cargas mayoradas.

## 8.2.- BASES AISLADAS

Las fundaciones de concreto armado para columnas aisladas son generalmente de forma cuadrada o rectangular, y consisten en una placa o losa armada según dos direcciones ortogonales, que se apoya directamente sobre el suelo de fundación. Se conocen también por zapatas. Para diseñar las bases aisladas se seguirá el siguiente procedimiento:

- Se deben conocer las cargas de servicio totales que actúan sobre cada base, y la combinación más desfavorable de las cargas mayoradas.
- Obtener un perfil del suelo, con los esfuerzos admisibles en los diferentes estratos y profundidades, así como la magnitud de los probables asentamientos que se pueden producir bajo las cargas de la superestructura.
- Elegir la profundidad de apoyo de las bases de modo de permitir una armoniosa distribución en planta de las fundaciones.
- Determinar la forma y tamaño de cada una de las bases, en función de los datos enumerados previamente.
- Diseñar las bases, para las cargas mayoradas y según la calidad de los materiales a usar, respetando los espesores mínimos, las cuantías de acero recomendables y las longitudes de desarrollo exigidas.

### Pedestales

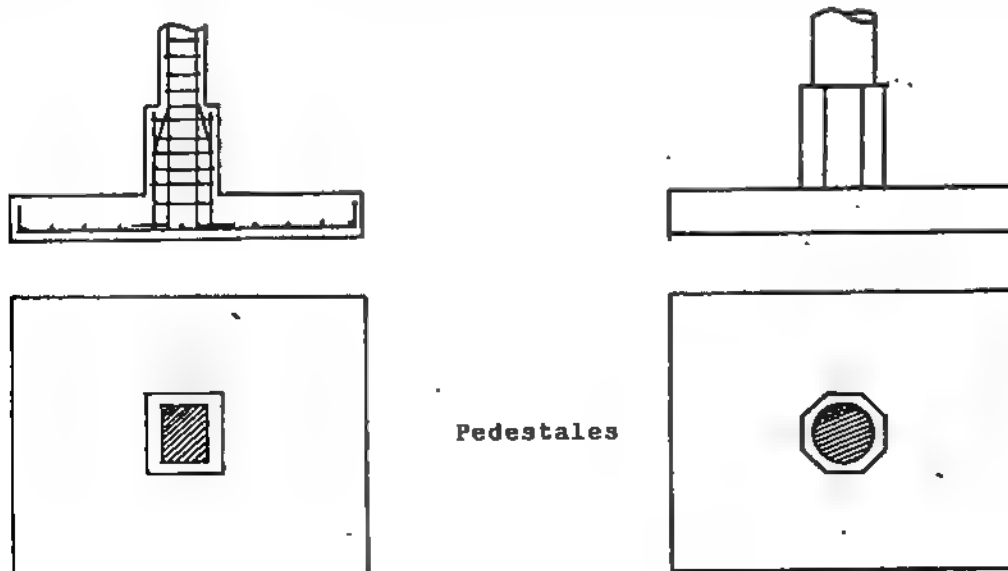
Los pedestales son ensanchamientos de la parte inferior de las columnas, que permiten incrementar el área de contacto de éstas con la base, transmitiendo las cargas axiales y los momentos flectores a la fundación o a las vigas de riostra. Ver figura 8.2.

La sección transversal de los pedestales puede ser diferente a la de las columnas, pero se exige que ambas sean concéntricas. Entre las funciones que cumplen los pedestales se enumeran:

- \* Transmitir más uniformemente las cargas de las columnas a las zapatas
- \* Disminuir las magnitudes de los momentos flectores y fuerzas cortantes en las bases, producidas por la reacción del suelo
- \* Dar mayor estabilidad al conjunto de las fundaciones

Los pedestales se vacían simultáneamente con las bases, y se arman en forma similar a las columnas - de concreto armado. En el caso especial de columnas metálicas, los pedestales ahogan el perfil de la columna y la plancha de base, debiéndose además armar con cuantía mínima de acero.

La altura de los pedestales es variable, según las necesidades de cada proyecto, pero generalmente se halla entre 1m y 1,5 m.



Pedestales

Figura 8.2



### Vigas de riostra

Las bases aisladas deben conectarse entre sí y con el resto de las fundaciones de la estructura, mediante vigas de riostra que cumplen la función de encadenado. En zona sísmica - las vigas de riostra se conectan en direcciones ortogonales con los extremos inferiores de las columnas o con la parte superior de las zapatas, como muestra la figura 8.3. Además, ubicadas perimetralmente, vinculan las bases excéntricas de lindero. Se forma así un retículo en planta que impide todo desplazamiento lateral de las bases y mantiene el conjunto en posición estable, rigidizándolo.

Las vigas de riostra pueden encofrarse o vaciarse directamente en una excavación en el terreno, tipo zanja. Cuando se encofran, su sección transversal mínima será cuadrada, de 25 cm de lado, con recubrimiento libre igual o mayor a 4 cm. Cuando se vacían en el terreno y permanecen siempre en contacto con el mismo, la sección mínima será cuadrada de 40 cm de lado y el recubrimiento libre igual o mayor a 7 cm. En este último caso, sin embargo, se aconseja colocar antes del vaciado de la viga, una capa de concreto pobre de 10 cm de espesor, o de arena y piedra apisonadas, para evitar que la viga asiente y se fisure como muestra el esquema b).

Se estima suficiente que las vigas de riostra sean capaces de resistir cargas axiales de tracción o compresión de magnitud igual al 10 o 15% de la carga axial de la columna más cargada de las dos que conecta. Adicionalmente, las vigas de riostra resistirán los momentos flectores transmitidos por las columnas o pedestales.

En el caso en que resistan sólo cargas axiales de tracción, la riostra se diseñará como un tensor, donde el acero del refuerzo absorbe todos los esfuerzos impuestos, mientras el concreto sólo cumple una función de recubrimiento para proteger las barras de la oxidación y el deterioro. Por lo tanto, se debe cumplir:

$$\phi A_s f_y \geq 0,1 \text{ a } 0,15 P_u \quad (8.1)$$

$P_u$  es la carga mayorada de la columna más cargada, y  $\phi$  es el factor de minoración de resistencia, que en este caso vale:  $\phi = 0,7$ .

Cuando se desee tomar en consideración la colaboración del concreto para resistir los esfuerzos de tracción, se adoptará:  $f'_{ct} = 0,1 f'_c$

Resulta así una sección de concreto:

$$A_c = b h \geq 1,5 P_u \left( \frac{1}{f'_c} + \frac{1}{\phi f_y} \right) \quad (\text{para } \phi = 0,7) \quad (8.2)$$

$f'_{ct}$  es el esfuerzo límite de tracción en el concreto. La ec. 8.2 es válida para  $f'_c \leq 280$  y  $f_y \leq 4.200$  Kg/cm<sup>2</sup>.

Sin embargo, cuando la viga de riostra se encofra fuera de la excavación realizada en el terreno, está libre de pandear. Para evitar la posibilidad de pandeo, se debe respetar la siguiente relación para el lado mínimo de la sección transversal:  $b \geq L/20$  (8.3)

siendo  $L$  la luz libre entre columnas, pedestales o lados de la base, según se ubique la riostra. En ausencia de pandeo, la riostra, considerada como columna debe cumplir:

$$\phi (0,85 A_c f'_c + A_s f_y) \geq 0,1 \text{ a } 0,15 P_u \quad (\text{para } \phi = 0,7) \quad (8.4)$$

Sin embargo, la condición dada en ec. 8.1 engloba a la de ec. 8.4 y resulta determinante para la armadura. Se exige además:

$$A_s \geq 0,01 A_c \quad (8.5)$$

$$A_s \geq 0,15 A_c \frac{f'_c}{f_y} \quad (8.6)$$

Esta última condición permite controlar la fisuración por retracción que se suele presentar al conectar la riostra a dos macizos de considerable rigidez. (Ver figura 8.3 e).

Si la viga de riostra no está aislada, sino que sirve de apoyo a una losa o placa de sótano o de la planta baja de una construcción, está impedida de pandear, por lo cual no se exige en ese caso el cumplimiento de la condición 8.3.

Por otra parte, si además de las cargas mencionadas, la viga de riostra soporta el peso de muros de mampostería, losas, placas, etc. y la flexión transmitida por las columnas, debe diseñarse a flexotracción o flexocompresión.

Las vigas de riostra se armarán con un mínimo de 4 barras longitudinales colocadas en los vértices de su sección transversal. El  $A_s$  requerido deberá cumplir con la mayor de las áreas dadas en las ecs. 8.1 a 8.6, con diámetro mínimo de  $\phi 1/2"$  y estribos según lo especificado en la Sección 2.2. Se aconseja en este caso que la separación de los estribos cumpla:

$$s \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 12 d_b \text{ longitudinal} \end{cases}$$

El diámetro mínimo de los estribos será de  $\phi 3/8"$ . La armadura longitudinal debe anclarse en las bases o pedestales, cumpliendo la longitud de desarrollo exigido en la Sección 2.3. En las vigas de riostra con altura igual o mayor a 75 cm deberá disponerse armadura de paramento según lo indicado en la Sección 2.1.

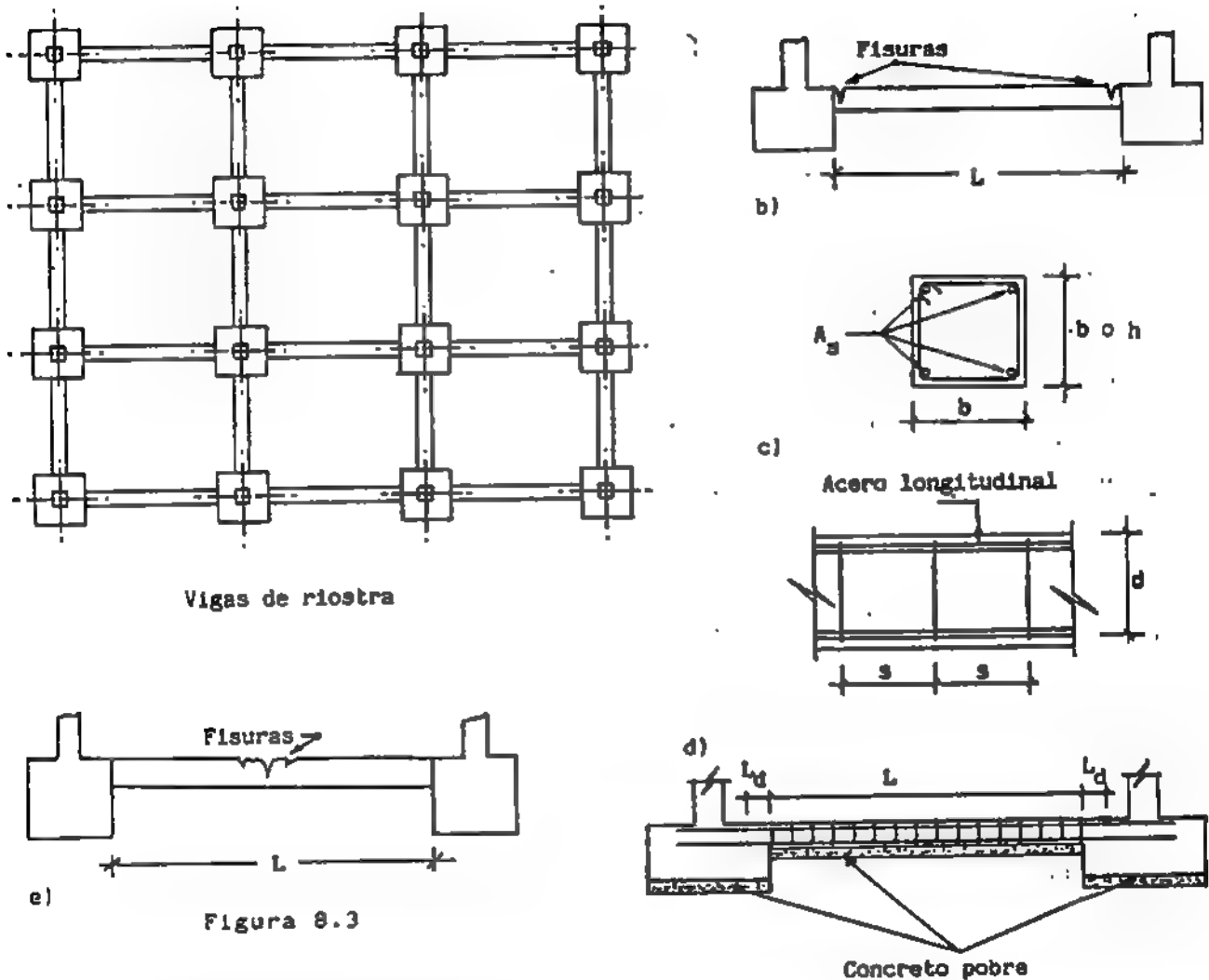


Figura 8.3

#### Bases de concreto sin armar

Las bases de concreto sin armar son fundaciones de considerable volumen que transmiten al suelo las cargas de las columnas o pedestales por compresión pura, o con muy limitada flexión. Ver figura 8.4 a).

Estas bases son dados de concreto simple, de gran altura para los cuales el ángulo  $\beta$  debe cumplir con lo indicado en los esquemas b) y c). Este último caso contempla las bases escalonadas. Debido a la reducida flexión que soportan, los esfuerzos de tracción cumplen con la condición:

$$f_t \leq f'_{ct} = 0,1 f'_c$$

y no es necesario colocar armadura de tracción.

Si bien son bases sencillas, resultan poco comunes por su excesivo volumen de concreto, ya que en general se las diseña con espesores más reducidos y en concreto armado.

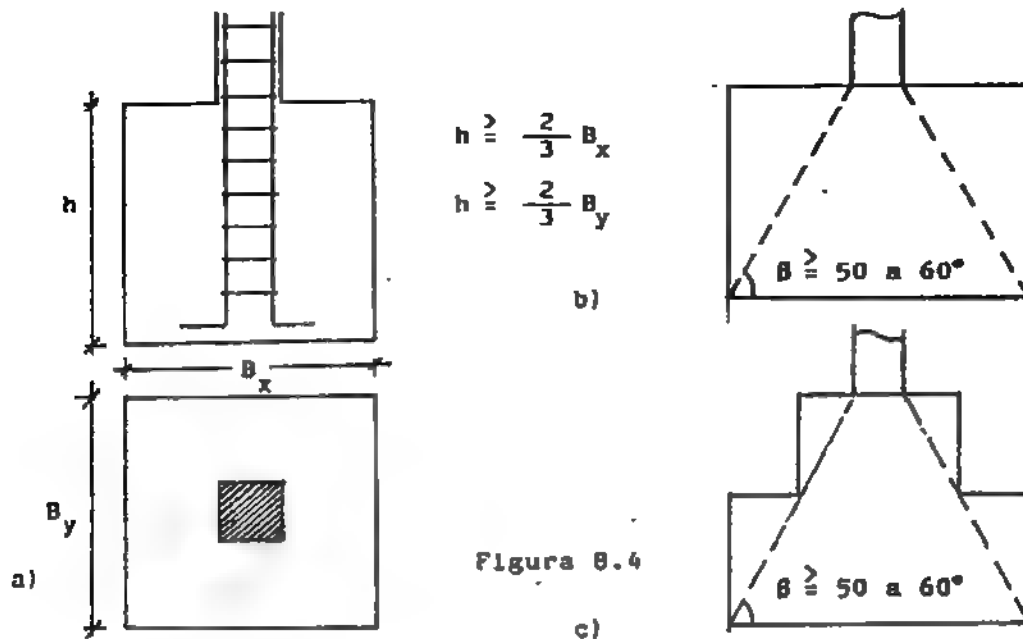


Figura 8.4

También se las puede materializar en concreto ciclópeo, con un peso específico  $\gamma_c = 2.800 \text{ Kg/m}^3$

### 8.3.- BASES AISLADAS CUADRADAS

Quando una columna transmite a la base sólo cargas centradas, coincidentes con el baricentro de la base, y cuando el área en planta lo permite, se deben diseñar bases cuadradas, que son las que ofrecen el mejor comportamiento estructural y la mayor economía.

Las presiones de contacto en el plano de apoyo de la base se distribuyen en la forma indicada en la Referencia 6 para suelos cohesivos y granulares, (ver figuras 6.8 y 6.9) si bien se asumen como uniformemente distribuidas para simplificar el análisis.

Los diferentes perfiles de las bases cuadradas se muestran en la figura 8.5 : planas, troncopiramidales, troncocónicas y escalonadas. En general, las bases se construyen sin encofrado, - siendo las de perfil plano o las troncopiramidales las más comunes. El área en planta de la base se obtiene considerando todas las cargas de servicio actuantes : permanentes, móviles, vibratorias, etc.

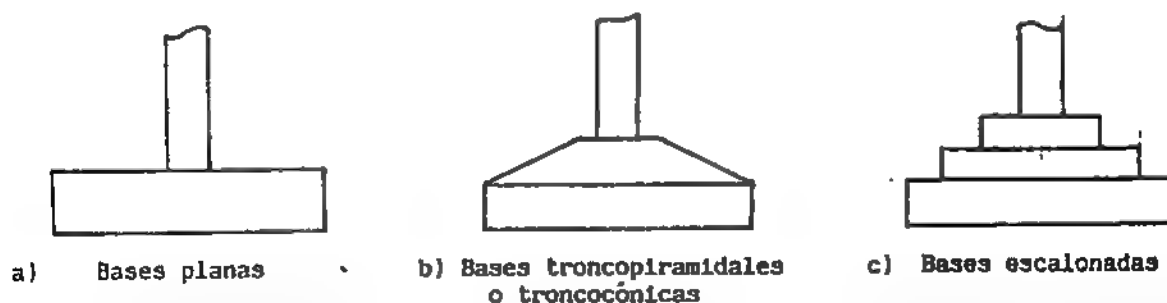


Figura 8.5

La totalidad de las cargas que transmite la columna correspondientes a : cargas gravitacionales de la superestructura, en régimen de servicio, peso propio de la columna, vigas de riostra, etc, se designan por  $P$ . Esta carga será siempre un dato del problema, así como la magnitud del esfuerzo admisible del suelo de fundación y la calidad de los materiales a emplear.

Por el contrario, el peso propio de la base y el peso de la tierra de relleno se desconocen a priori, por lo cual se los debe asumir afectando la carga  $P$  del factor  $V$  de mayoración, en forma aproximada, para luego verificar los resultados obtenidos.

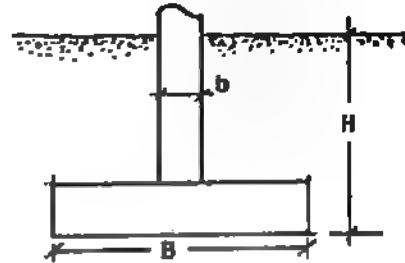
En consecuencia, el proceso de diseño resulta de tanteos, si bien la convergencia al resultado correcto es rápida. El área necesaria en planta se obtiene :

$$A_{\text{req}} = \frac{v P}{\sigma_{\text{adm}}} \quad \text{y el lado de la base, } B = \sqrt{A} \quad (8.7)$$

B es un valor que debe redondearse por exceso, en cm, y ser múltiplo de 5. La Tabla 8.1 da los valores aproximados de  $v$  para comenzar el análisis, en función de la profundidad  $H$  del plano de apoyo de la base, en relación a la cota superior del terreno.

T A B L A 8.1

Profundidad $H$ de apoyo de la fundación	$v$
$H \leq 1,5 \text{ m}$	1,15
$1,5 \text{ m} < H \leq 3 \text{ m}$	1,2
$3 \text{ m} < H \leq 5 \text{ m}$	1,3



Algunos autores consideran que para tomar en cuenta el peso propio de la base y el relleno de tierra basta con suponer todo el volumen ocupado por la base y el hueco de la excavación, como de una masa uniforme con peso intermedio de  $2.100 \text{ Kg/m}^3$ . Este valor se obtiene como promedio entre el peso del concreto de la base ( $\gamma_c = 2.400 \text{ a } 2.500 \text{ Kg/m}^3$ ) y el del suelo (variable entre  $\gamma_s = 1.700 \text{ y } 2.000 \text{ Kg/m}^3$ ), como indica la Tabla D-1 del apéndice D.

Luego de definir el área en planta de la base, se la diseña, para lo cual se mayoran las cargas y se selecciona la combinación más desfavorable según el tipo de cargas actuantes, como se indica en la Sección 1.3 y Tabla 1.5. En virtud de que el diseño no toma en cuenta las cargas debidas al peso propio de la base ni al relleno de tierra, pues no producen corte ni flexión en la base, tampoco se aplica el factor de mayoración  $v$  para determinar la altura o el acero de la armadura.

De las cargas mayoradas  $P_u$  se obtiene el valor de la reacción ficticia del suelo  $\sigma_u$ . En bases cuadradas,

$$\sigma_u = \frac{P_u}{B^2} \quad (8.8)$$

$\sigma_u$  es una presión que actúa de abajo hacia arriba en la base, en el plano de contacto de ésta con el suelo de fundación, dando lugar a la flexión y corte mayorados, los cuales definen el diseño de la zapata. Ver figura 8.6.

De esta manera,  $\sigma_u$  es una magnitud no real de reacciones del suelo, que permiten crear las mismas condiciones de sollicitación en las bases, que las que originan las cargas mayoradas en un miembro estructural de concreto, que se diseña en resistencia límite. En bases que soportan columnas o pedestales de concreto, los planos críticos para flexión son los tangentes a los lados del área cargada, como muestra la figura. Por simetría sólo basta con tomar uno de ellos, por ejemplo el a-a indicado, para el caso de columna cuadrada. El momento  $M_u$  se obtiene :

$$M_u = \sigma_u \frac{n^2}{2} B \quad (8.9)$$

En las bases escalonadas, se debe calcular el  $M_u$  en cada una de las discontinuidades del perfil de la base, para determinar la altura útil  $d$  en los diferentes planos de diseño.

El esfuerzo de corte máximo se halla en la sección 1-1, a distancia  $d$  de la cara de la columna o pedestal. Se obtiene :

$$V_u = \int_A \sigma_u \, dA \quad (8.10)$$

La integral representa al volumen de esfuerzos debidos a la reacción del suelo, que produce corte en la sección 1-1. Por lo tanto :

$$V_u = \sigma_u B d \quad (8.11)$$

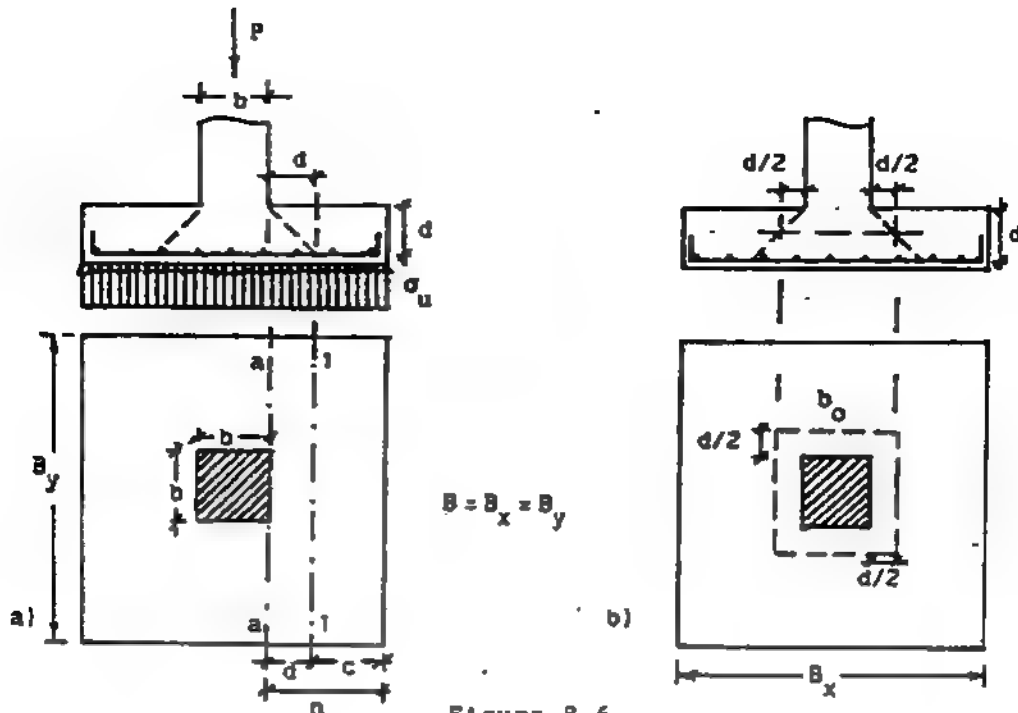


Figura 8.6

Las bases no se arman a corte (salvo casos de excepción cuando se debe limitar su altura). Por lo tanto, el corte mayorado  $V_u$  será resistido sólo por el concreto :

$$v_u = \frac{V_u}{\phi B d} \leq v_c = 0,53 \sqrt{f'_c} \quad \text{para } \phi = 0,85 \quad (8.12)$$

De esta forma, la altura útil debe cumplir la condición :

$$d \geq \frac{V_u}{0,85 v_c B} \quad (8.13)$$

para que la base sea resistente a corte simple. Además, debe verificar a punzonado, que resulta del efecto punzante de la columna o pedestal sobre la zapata, en el área del perímetro crítico  $b_o$ , a distancia  $d/2$  alrededor del área cargada.

La fuerza mayorada de corte por punzonado  $V_u$  vale :

$$V_u = P_u - \int_A \sigma_u dA \quad (8.14)$$

donde la integral representa el volumen de esfuerzos bajo el área de punzonado, encerrada dentro del perímetro  $b_o$ , que para el caso de columnas cuadradas es :

$$b_o = 4(b + d) \quad (8.15)$$

Por lo tanto, la ec. 8.14 se puede escribir :

$$V_u = P_u - \sigma_u(b + d)^2 \quad (8.16)$$

Para que los esfuerzos de punzonado sean resistidos únicamente por el concreto, se debe cumplir :

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_o d} \leq v_c = 1,06 \sqrt{f'_c} \quad \text{para } \phi = 0,85 \quad (8.17)$$

por lo cual la altura mínima de la base será :

$$d \geq \frac{V_u}{0,85 v_c b_o} \quad (8.18)$$

Sin embargo, en ec. 8.18, tanto el valor  $b_o$  como la fuerza de corte por punzonado  $V_u$  dependen de la

altura útil  $d$ , por lo cual el resultado se obtiene por tanteos. Una forma de comenzar el diseño es - definir la altura útil por flexión, con la ecuación :

$$d \geq \sqrt{\frac{M_u}{\phi f'_c B}} \quad (8.19)$$

respetando la condición de ductilidad de la sección, y luego aumentar el valor de  $d$  para que cumpla los requisitos de resistencia a corte simple y por punzonado en la base, según ecs. 8.13 y 8.18. En las bases aisladas, es generalmente el punzonado el que controla el diseño.

Asimismo se deben verificar los esfuerzos de aplastamiento en el plano de contacto entre la columna y la zapata, según lo indicado en la Sección 5.4, para lo cual se deben cumplir las ecs. 8.20 y 8.21. La carga máxima que soporta la columna o pedestal, con sección transversal de área  $A_1$ , se obtiene :

$$P_{\max \text{ col}} = \phi (0.85 f'_c A_1) \geq P_u \quad \text{para } \phi = 0.7 \quad (8.20)$$

y la carga máxima en la base se calcula :

$$P_{\max \text{ base}} = \phi (0.85 f'_c A_1) \sqrt{A_2/A_1} \leq 2 \phi (0.85 f'_c A_1) \quad (8.21)$$

$A_2$  se definió en la Sección 5.4. En bases y columnas cuadradas :  $A_1 = b^2$ ,  $A_2 = 8^2$

El acero por flexión se calcula :

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d} \geq A_{s \text{ min}} \quad (8.22)$$

El acero mínimo es el indicado en la Sección 2.4. Las normas de espaciamiento de las barras exigen que en las bases, la separación del acero principal no sea mayor a 35 cm ni a dos veces el espesor de la placa de base. Sin embargo, en la práctica, no se aconseja separar las barras de la armadura más de 25 cm ni menos de 10 cm, para facilidad de ejecución. Usualmente se usa :

4 barras por metro	:	separación 25 cm
5 " " "	:	" 20 cm
6 " " "	:	" 12,5 cm
10 " " "	:	" 10 cm

para una inspección más fácil en obra. Las bases cuadradas se arman en dos direcciones ortogonales, paralelas a los lados y las barras se distribuyen uniformemente en todo el ancho de la base.

La longitud de desarrollo y los empalmes en las zapatas deben regirse por las exigencias de la Sección 2.3. En los extremos, las puntas dobladas de las barras deben respetar un recubrimiento lateral libre de 7 cm para protegerlas de la corrosión y para asegurarse que puedan ubicarse sin inconvenientes dentro de la excavación. A continuación se resuelve un ejemplo de base cuadrada centrada. Para los casos usuales en la práctica, las Tablas 8.2 a 8.6 dan directamente las dimensiones de las bases cuadradas, en prediseño, su altura útil y acero necesario, en función de la calidad de los materiales a emplear y de los esfuerzos admisibles del suelo de fundación. En todos los casos,  $V$  se obtiene de la Tabla 8.1.  $P$  es la máxima carga de servicio que transmite la columna o pedestal.

#### EJEMPLO 8.1- DISEÑO DE BASE CUADRADA

Diseñe la base cuadrada, para soportar una carga de servicio :  $CP = 156 \text{ t}$   
 La columna es cuadrada, de 60 cm de lado.  $CV = 84 \text{ t}$   
 La calidad de los materiales a usar son :  $f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$   
 $f_y = 3.500 \text{ "}$

y la capacidad portante del suelo de fundación es :

$$\sigma_{\text{adm}} = 2,5 \text{ Kg/cm}^2$$

La base apoya a una profundidad :  $H = 2,1 \text{ m}$ . El peso específico del suelo es :  $\gamma_s = 1.800 \text{ Kg/m}^3$

y del concreto :  $\gamma_c = 2.500 \text{ "}$

Dimensiones en planta de la base

Según la Tabla 8.1 se adopta :  $v = 1,2$

$$P = 156 + 84 = 240 \text{ t}$$

$$A_{\text{req}} = \frac{VP}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{1,2 \times 240.000}{2,5} = 115.200 \text{ cm}^2$$

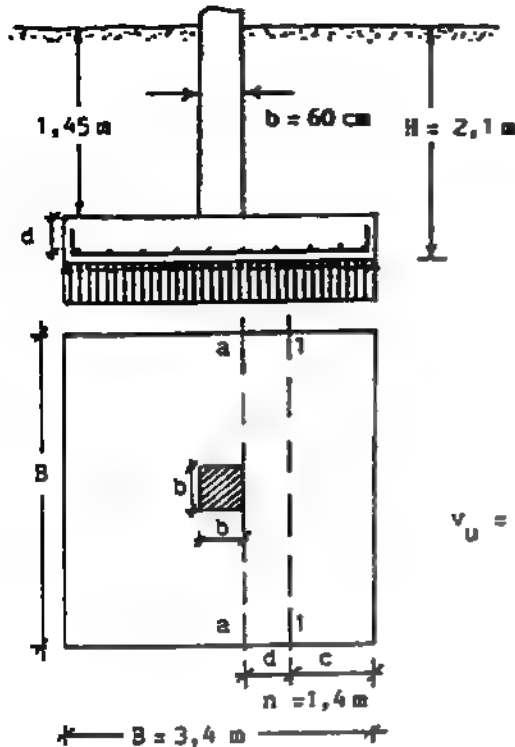
$$B = \sqrt{A} \approx 340 \text{ cm}$$

$$A = 115.600 \text{ cm}^2$$

## Diseño de la base

Cargas mayoradas :  $P_u = 1,4 \text{ CP} + 1,7 \text{ CV} = 1,4 \times 156 + 1,7 \times 84 = 361,2 \text{ t}$

$$\sigma_u = P_u / A = 361.200 / 115.600 = 3,12 \text{ Kg/cm}^2$$



$$M_u = \sigma_u B n^2 / 2 = 3,12 \times 340 \times \frac{140^2}{2} = 104 \text{ tm}$$

$$d = \sqrt{\frac{M_u}{\mu f'_c B}} = \sqrt{\frac{104 \times 10^5}{0,1448 \times 250 \times 340}} \approx 30 \text{ cm}$$

Se adoptó  $\mu = 0,1448$  para asegurar la ductilidad de la sección. Ver Tabla 2.1.

Para  $d = 30 \text{ cm}$ , resulta  $c = 110 \text{ cm}$ . Se verifica a corta, a continuación.

$$V_u = \sigma_u B c = 3,12 \times 340 \times 110 = 116.688 \text{ Kg}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi B d} = \frac{116.688}{0,85 \times 340 \times 30} = 13,46 \leq v_c = 0,53 \sqrt{f'_c} = 8,38 \text{ Kg/cm}^2$$

No cumple

Se aumenta la altura útil  $d$  :

$$d = 55 \text{ cm} \quad h = 65 \text{ cm}$$

$$c = 85 \text{ cm}$$

$$V_u = \sigma_u B c = 3,12 \times 340 \times 85 = 90.168 \text{ Kg}$$

$$v_u = \frac{90.168}{0,85 \times 340 \times 55} = 5,67 \text{ Kg/cm}^2 < v_c = 8,38 \text{ Kg/cm}^2$$

Correcto

A continuación se verifica a punzonado :

$$V_u = P_u - \sigma_u (b + d)^2 = 361.200 - 3,12 (115)^2 = 319.938 \text{ Kg}$$

Y el perímetro de punzonado resulta :  $b_o = 4 (b + d) = 4 \times 115 = 460 \text{ cm}$ . Los esfuerzos de corte por punzonado son :

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_o d} = \frac{319.938}{0,85 \times 460 \times 55} = 14,88 \text{ Kg/cm}^2 < v_c = 1,06 \sqrt{f'_c} = 16,76$$

Correcto

Verificación al aplastamiento : (en la columna, según la ec. 8.20)

$$P_{u \text{ max col}} = \phi (0,85 f'_c A_1) = 0,7 \times 0,85 \times 250 \times 60^2 = 535,5 \text{ t} > P_u = 361,2 \text{ t}$$

Cumple

Según ec. 8.21 :

$$P_{u \text{ max base}} = 535,5 \sqrt{A_2/A_1} \leq 2 \times 535,5 = 1.071 \text{ t} > P_u$$

Cumple

ya que  $\sqrt{A_2/A_1} = 340/60 = 5,67 > 2$  y se adopta 2.

A continuación se verificará el valor de  $v$  adoptado en el diseño, según la Tabla 8.1. El peso de la base de concreto resulta :

$$Q_1 = 3,4^2 \times 0,65 \times 2.500 = 18.785 \text{ Kg}$$

Peso del relleno de tierra :  $Q_2 = (3,4^2 - 0,6^2) \times 1,45 \times 1.800 = 29.232 \text{ Kg}$

$$Q = Q_1 + Q_2 \approx 48.000 \text{ Kg} \quad \text{Por lo tanto, } v = \frac{240 + 48}{240} = 1,2 \quad \text{Correcto}$$

Diseño de acero :

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y J_u d} = \frac{104 \times 10^5}{0,9^2 \times 3.500 \times 55} = 66,7 \text{ cm}^2$$

adoptando  $J_u = 0,9$  para simplificar el diseño. El acero por metro resulta :

$$A_s = \frac{66,7}{3,4} = 19,6 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{De Tabla 1.4 se obtiene : } \phi 5/8'' \text{ c/ } 10 \text{ cm}$$

con  $A_s = 19,8 \text{ cm}^2/\text{m}$

$$\therefore A_s = 19,8 > A_{s \text{ min}} = 0,002 b h = 0,002 \times 100 \times 65 = 13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Cumple

Verificación de adherencia y longitud de desarrollo :

De Tabla 1.2 :  $A_b = 1,98 \text{ cm}^2$   $d_b = 1,59 \text{ cm}$   $\frac{8 - b}{2} - r = \frac{340 - 60}{2} - 7 = 133 \text{ cm}$

$$L_d = \frac{1,4 \times 0,06 A_b f_y}{\sqrt{f'_c}} = \frac{1,4 \times 0,06 \times 1,98 \times 3.500}{\sqrt{250}} = 36,8 \text{ cm}$$

$$L_d = 1,4 \times 0,006 d_b f_y = 0,0084 \times 1,59 \times 3.500 = 46,75 \text{ cm}$$

Cumple

Diseño de las vigas de riostra :

La distancia libre entre las bases es de 4 m. La calidad de los materiales a usar en las riostras es la misma que para la base. Las riostras se vacian directamente sobre el suelo, por lo cual se dimensionan en sección cuadrada de 40 cm de lado.

De ec. 8.3 :  $b \geq L/20 = 400/20 = 20 \text{ cm}$  Se adopta  $b = 40 \text{ cm}$

De ec. 8.1 :  $\phi A_s f_y \geq 0,15 P_u = 0,15 \times 361,2 \text{ t} = 54,18 \text{ t}$  para  $\phi = 0,7$

$$\therefore A_s = 54.180 / 0,7 \times 3.500 = 22,11 \text{ cm}^2$$

De Tabla 1.2 :  $\phi 3/4''$   $A_s = 22,72 \text{ cm}^2$

Se usarán estribos de  $\phi 3/8''$  con separación :

$$s \leq 12 d_b = 12 \times 1,9 = 22 \text{ cm}$$

$$A_c = 40^2 = 1.600 \text{ cm}^2$$

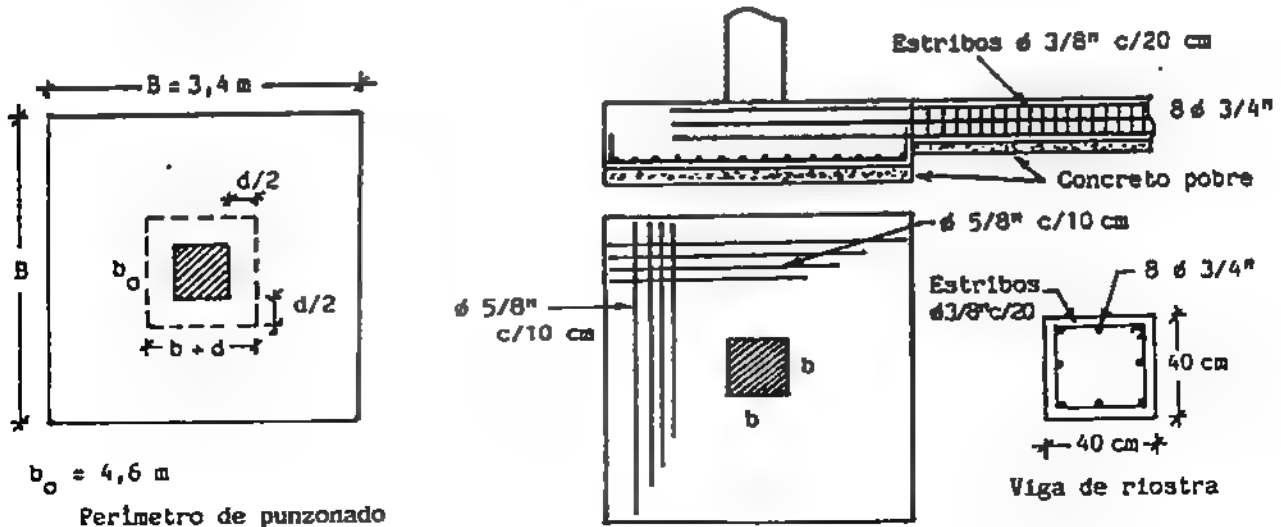
$$A_s \geq 0,01 A_c = 16 \text{ cm}^2 \quad \text{Cumple}$$

$$A_s \geq 0,15 A_c f'_c / f_y = 0,15 \times 1.600 \frac{250}{3.500} = 17,14 \text{ cm}^2$$

Cumple

La separación de los estribos se adopta  $s = 20 \text{ cm}$

Se colocan estribos cerrados como muestra la figura, con la distribución de las barras longitudinales de la riostra. Las vigas de riostra se distribuyen en dos sentidos ortogonales, conectando la base a las otras fundaciones del edificio.



Distribución del acero de refuerzo



T A B L A 8.2

 $f_c \geq 210 \text{ Kg/cm}^2$  $\sigma_{adm} = 1 \text{ Kg/cm}^2$ 

## DIMENSIONES DE LAS BASES Y DISTRIBUCION DE ACERO

VP (L)	b (cm)	D (cm)	■ (cm)	b <sub>o</sub> (cm)	P <sub>u</sub> (t)	$\sigma_u$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	M <sub>u</sub> (tm)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )			
								r <sub>y</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> )			
								2.800	3.000	3.500	4.200
20	30	140	20	200	26	1,32	2,8	6,17 Ø1/2" c/25	5,76 Ø1/2" c/25	4,94 Ø1/2" c/25	4,11 Ø1/2" c/25
25	30	160	20	200	32,5	1,27	4,29	9,46 Ø1/2" c/20	8,82 Ø1/2" c/25	7,57 Ø1/2" c/25	6,30 Ø1/2" c/25
30	30	175	20	200	39	1,27	5,84	12,87 Ø1/2" c/17	12 Ø1/2" c/18	10,30 Ø1/2" c/20	8,58 Ø1/2" c/25
35	30	190	20	200	45,5	1,26	7,66	16,88 Ø5/8" c/20	15,76 Ø5/8" c/20	13,51 Ø1/2" c/18	11,26 Ø1/2" c/20
40	35	200	20	220	52	1,30	8,85	19,5 Ø5/8" c/20	18,20 Ø5/8" c/20	15,60 Ø5/8" c/25	13 Ø1/2" c/19
45	35	215	20	220	58,5	1,26	10,97	24,18 Ø5/8" c/17	22,57 Ø5/8" c/18	19,35 Ø5/8" c/20	16,12 Ø5/8" c/25
50	35	225	25	240	65	1,28	13,20	23,27 Ø5/8" c/19	21,72 Ø5/8" c/20	18,63 Ø1/2" c/15	15,52 Ø1/2" c/18
60	35	245	25	240	70	1,30	17,55	30,96 Ø1/2" c/10	28,88 Ø1/2" c/10	24,77 Ø1/2" c/12	20,64 Ø1/2" c/15
70	40	265	30	280	91	1,30	21,80	32,04 Ø5/8" c/16	29,90 Ø5/8" c/17	25,63 Ø5/8" c/20	21,36 Ø1/2" c/15
80	40	285	30	280	104	1,28	27,37	40,22 Ø5/8" c/14	37,54 Ø5/8" c/15	32,13 Ø5/8" c/17	26,81 Ø1/2" c/13
90	40	300	30	280	117	1,30	32,96	48,43 Ø5/8" c/12	45,21 Ø5/8" c/13	38,74 Ø5/8" c/15	32,28 Ø5/8" c/17
100	40	315	35	300	130	1,30	38,71	48,76 Ø3/4" c/18	45,51 Ø3/4" c/19	39,01 Ø5/8" c/16	32,51 Ø5/8" c/19
110	45	330	35	320	143	1,30	43,55	54,87 Ø3/4" c/17	51,20 Ø3/4" c/18	43,90 Ø3/4" c/20	36,58 Ø3/4" c/25
120	45	350	40	340	156	1,27	51,68	56,97 Ø3/4" c/17	53,17 Ø3/4" c/18	45,58 Ø3/4" c/20	38 Ø3/4" c/25
130	45	360	40	340	169	1,30	58,04	63,98 Ø3/4" c/16	59,71 Ø3/4" c/17	51,18 Ø3/4" c/19	42,66 Ø5/8" c/16
140	45	375	40	340	182	1,30	66,36	73,15 Ø3/4" c/14	68,27 Ø3/4" c/15	58,52 Ø3/4" c/18	48,77 Ø3/4" c/20
150	50	390	40	360	195	1,28	72,13	79,51 Ø3/4" c/14	74,20 Ø3/4" c/14	63,61 Ø3/4" c/17	53 Ø3/4" c/20
175	50	420	45	380	227	1,28	92,10	90,13 Ø3/4" c/13	84,13 Ø3/4" c/14	72,11 Ø3/4" c/16	60 Ø3/4" c/19
200	50	450	50	400	260	1,28	115,20	101,50 Ø3/4" c/12	94,80 Ø3/4" c/13	81,26 Ø3/4" c/15	67,72 Ø3/4" c/18
225	55	475	55	440	292	1,30	136,15	109,15 Ø3/4" c/12	101,87 Ø3/4" c/13	87,32 Ø3/4" c/15	72,77 Ø3/4" c/18
250	55	500	55	440	325	1,30	160,90	129 Ø7/8" c/15	120,38 Ø7/8" c/16	103,18 Ø7/8" c/18	86 Ø3/4" c/16
275	60	525	60	480	357	1,30	184,50	147,88 Ø7/8" c/13	126,54 Ø7/8" c/14	118,30 Ø7/8" c/17	98,58 Ø7/8" c/20
300	60	550	60	480	390	1,28	211,28	155,26 Ø1" c/18	144,91 Ø1" c/19	124,21 Ø7/8" c/17	103,5 Ø7/8" c/20

T A B L A 8.3

$$\sigma_{adm} = 1,5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$r_c \geq 210 \text{ Kg/cm}$$

## DIMENSIONES DE LAS BASES Y DISTRIBUCION DE ACERO

UP	b	D	d	b <sub>o</sub>	P <sub>u</sub>	$\sigma_u$	M <sub>u</sub>	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )			
								r <sub>y</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> )			
(t)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(t)	(Kg/cm <sup>2</sup> )	(tm)	2.800	3.000	3.500	4.200
20	30	115	20	200	26	1,96	2,03	4,48 ø 1/2" c/25	4,19 ø 1/2" c/25	3,60 ø 1/2" c/25	3 ø 1/2" c/25
25	30	130	20	200	32,5	1,92	3,12	6,87 ø 1/2" c/20	6,42 ø 1/2" c/25	5,50 ø 1/2" c/25	4,58 ø 1/2" c/25
30	30	145	20	200	39	1,85	4,43	9,77 ø 1/2" c/18	9,12 ø 1/2" c/19	7,82 ø 1/2" c/20	6,51 ø 1/2" c/25
35	30	155	20	200	45,5	1,90	5,75	12,68 ø 1/2" c/15	11,83 ø 1/2" c/16	10,14 ø 1/2" c/19	8,45 ø 1/2" c/20
40	35	165	20	220	52	1,90	6,62	14,60 ø 1/2" c/14	13,62 ø 1/2" c/15	11,68 ø 1/2" c/18	9,73 ø 1/2" c/20
45	35	175	20	220	58,5	1,90	8,14	17,96 ø 1/2" c/12	16,76 ø 1/2" c/13	14,36 ø 1/2" c/15	11,97 ø 1/2" c/18
50	35	185	25	240	65	1,90	9,88	17,43 ø 1/2" c/13	16,27 ø 1/2" c/14	13,94 ø 1/2" c/17	11,62 ø 1/2" c/19
60	35	200	25	240	78	1,95	13,27	23,40 ø 5/8" c/16	21,85 ø 5/8" c/18	18,72 ø 5/8" c/20	15,60 ø 5/8" c/25
70	40	220	30	280	91	1,88	16,75	24,62 ø 5/8" c/17	23 ø 5/8" c/19	19,70 ø 1/2" c/14	16,41 ø 1/2" c/17
80	40	235	30	280	104	1,88	81	30,86 ø 5/8" c/14	28,80 ø 5/8" c/16	24,70 ø 5/8" c/18	20,57 ø 1/2" c/14
90	40	245	30	280	117	1,95	25,10	36,88 ø 5/8" c/13	34,42 ø 5/8" c/14	29,50 ø 5/8" c/16	24,60 ø 5/8" c/19
100	40	260	35	300	130	1,92	30,20	38 ø 5/8" c/13	35,50 ø 5/8" c/14	30,43 ø 5/8" c/17	25,36 ø 5/8" c/20
110	45	270	35	320	143	1,96	33,48	42,18 ø 3/4" c/18	39,37 ø 3/4" c/19	33,75 ø 5/8" c/15	28,12 ø 5/8" c/19
120	45	285	40	340	156	1,92	39,40	43,42 ø 3/4" c/18	40,53 ø 3/4" c/19	34,74 ø 3/4" c/20	28,95 ø 3/4" c/25
130	45	295	40	340	169	1,94	44,70	49,28 ø 3/4" c/17	46 ø 3/4" c/18	39,42 ø 3/4" c/20	32,85 ø 3/4" c/25
140	45	305	45	360	182	1,96	50,51	49,50 ø 3/4" c/17	46,19 ø 3/4" c/18	39,60 ø 3/4" c/20	33 ø 3/4" c/25
150	50	320	45	380	195	1,90	55,40	54,28 ø 3/4" c/16	50,66 ø 3/4" c/18	43,42 ø 3/4" c/20	36,20 ø 3/4" c/25
175	50	345	45	380	227	1,90	71,3	69,86 ø 7/8" c/14	65,20 ø 7/8" c/15	55,90 ø 7/8" c/17	46,57 ø 7/8" c/20
200	50	365	50	400	260	1,95	88,28	77,84 ø 7/8" c/18	72,65 ø 7/8" c/19	62,27 ø 3/4" c/16	51,90 ø 3/4" c/20
250	55	410	55	440	325	1,93	124,65	100 ø 7/8" c/15	93,27 ø 7/8" c/17	80 ø 7/8" c/20	66,60 ø 3/4" c/17
300	60	450	60	480	390	1,92	164,36	120,70 ø 7/8" c/14	112,66 ø 7/8" c/15	96,57 ø 7/8" c/18	80,47 ø 3/4" c/16
350	60	485	70	520	455	1,93	211,34	133,12 ø 1" c/18	124,24 ø 7/8" c/15	106,50 ø 7/8" c/17	88,74 ø 7/8" c/20
400	65	520	75	560	520	1,92	258,36	151,90 ø 1" c/17	141,76 ø 1" c/18	121,50 ø 1" c/20	101,60 ø 1" c/25

T A B L A 8.4

 $f_c \geq 210 \text{ Kg/cm}^2$  $\sigma_{adm} = 2 \text{ Kg/cm}^2$ 

DIMENSIONES DE LAS BASES Y DISTRIBUCION DE ACERO

VP (t)	b (cm)	B (cm)	d (cm)	b <sub>o</sub> (cm)	P <sub>u</sub> (t)	$\sigma_u$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	M <sub>u</sub> (tm)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )				
								r <sub>y</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> )				
								2.800	3.000	3.500	4.200	
25	30	120	20	200	32,5	2,25	2,73	6,02 ø1/2" c/25	5,62 ø1/2" c/25	4,82 ø1/2" c/25	4 ø1/2" c/25	
30	30	125	20	200	39	2,50	3,52	7,70 ø1/2" c/20	7,25 ø1/2" c/20	6,21 ø1/2" c/25	5,18 ø1/2" c/25	
35	30	135	20	200	45,5	2,50	3,80	8,40 ø1/2" c/20	7,84 ø1/2" c/20	6,72 ø1/2" c/25	5,60 ø1/2" c/25	
40	35	145	20	220	52	2,47	5,40	11,94 ø1/2" c/15	11,14 ø1/2" c/16	9,55 ø1/2" c/19	7,96 ø1/2" c/20	
50	35	160	25	240	65	2,54	7,94	14 ø1/2" c/14	13,06 ø1/2" c/15	11,20 ø1/2" c/18	9,33 ø1/2" c/20	
60	35	175	25	240	78	2,54	10,90	19,20 ø5/8" c/18	17,92 ø5/8" c/19	15,36 ø1/2" c/14	12,80 ø1/2" c/17	
70	40	190	30	280	91	2,50	13,36	19,63 ø5/8" c/19	18,32 ø5/8" c/20	15,70 ø5/8" c/20	13,09 ø1/2" c/18	
80	40	200	30	280	104	2,60	16,64	24,45 ø5/8" c/16	22,82 ø5/8" c/17	19,56 ø5/8" c/20	16,30 ø1/2" c/15	
90	40	215	30	280	117	2,53	20,82	30,60 ø5/8" c/13	28,56 ø5/8" c/15	24,48 ø5/8" c/17	20,40 ø5/8" c/20	
100	40	225	35	300	130	2,56	24,64	31,04 ø5/8" c/14	28,97 ø5/8" c/15	24,83 ø5/8" c/17	20,70 ø5/8" c/20	
110	45	235	35	320	143	2,59	28,93	36,44 ø5/8" c/12	34 ø5/8" c/13	29,15 ø5/8" c/16	24,30 ø5/8" c/19	
120	45	250	40	340	156	2,50	34,45	37,98 ø5/8" c/13	35,44 ø5/8" c/14	30,38 ø5/8" c/15	25,32 ø5/8" c/19	
130	45	255	40	340	169	2,60	36,54	40,28 ø3/4" c/18	37,60 ø3/4" c/19	32,23 ø3/4" c/20	26,85 ø3/4" c/25	
140	45	265	40	340	182	2,60	41,68	45,94 ø3/4" c/16	42,88 ø3/4" c/17	36,75 ø3/4" c/29	30,63 ø3/4" c/20	
150	50	275	45	340	195	2,57	44,72	43,82 ø3/4" c/17	40,90 ø3/4" c/19	35,05 ø3/4" c/20	29,20 ø3/4" c/25	
175	50	300	45	380	227	2,52	59,06	57,87 ø7/8" c/20	54 ø3/4" c/15	46,30 ø3/4" c/18	38,58 ø3/4" c/20	
200	50	320	50	380	260	2,54	74,02	65,31 ø7/8" c/19	60,96 ø7/8" c/20	52,25 ø3/4" c/17	43,54 ø3/4" c/20	
225	55	335	50	420	292	2,60	88,43	77,98 ø7/8" c/16	72,78 ø7/8" c/17	62,30 ø7/8" c/20	52 ø7/8" c/20	
250	55	355	55	440	325	2,57	102,64	82,28 ø7/8" c/16	76,79 ø7/8" c/17	65,82 ø7/8" c/20	54,85 ø7/8" c/25	
300	60	390	60	480	390	2,56	135,90	99,87 ø7/8" c/15	93,21 ø7/8" c/16	79,90 ø7/8" c/19	66,58 ø7/8" c/20	
350	60	420	65	500	455	2,58	175,80	119,07 ø1" c/17	111 ø1" c/19	95,26 ø7/8" c/17	79,38 ø7/8" c/20	
400	65	450	75	560	520	2,57	214,20	126 ø1" c/18	117,50 ø1" c/19	100,77 ø7/8" c/17	83,98 ø7/8" c/20	
500	70	500	80	600	650	2,60	300,40	165,60 ø1" c/15	154,55 ø1" c/16	132,47 ø1" c/19	110,40 ø7/8" c/17	

T A B L A 8.5

 $f_c \geq 210 \text{ Kg/cm}^2$  $q_{adm} = 2,5 \text{ Kg/cm}^2$ 

DIMENSIONES DE LAS BASES Y DISTRIBUCION DE ACERO

vp	b	B	d	b <sub>o</sub>	P <sub>u</sub>	$\sigma_u$	N <sub>u</sub>	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )			
								r <sub>y</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> )			
(t)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(t)	(Kg/cm <sup>2</sup> )	(tm)	2.800	3.000	3.500	4.200
25	30	100	20	200	32,5	3,25	2	4,38 ø1/2" c/25	4,10 ø1/2" c/25	3,51 ø1/2" c/25	2,92 ø1/2" c/25
30	30	110	20	200	39	3,22	2,83	6,24 ø1/2" c/20	5,83 ø1/2" c/20	5 ø1/2" c/25	4,16 ø1/2" c/25
40	35	130	20	200	52	3,08	4,51	9,96 ø1/2" c/16	9,29 ø1/2" c/18	7,96 ø1/2" c/20	6,63 ø1/2" c/25
50	35	145	20	220	65	3,10	6,80	15 ø5/8" c/19	14 ø5/8" c/20	12 ø1/2" c/15	10 ø1/2" c/18
60	35	155	25	240	78	3,25	9,06	16 ø5/8" c/19	14,92 ø5/8" c/20	12,80 ø1/2" c/15	10,66 ø1/8" c/18
70	40	170	25	260	91	3,15	11,31	19,95 ø5/8" c/16	18,62 ø5/8" c/18	15,96 ø5/8" c/20	13,30 ø5/8" c/25
80	40	180	30	280	104	3,20	14,11	20,74 ø5/8" c/17	19,35 ø5/8" c/18	16,60 ø5/8" c/20	13,82 ø5/8" c/25
90	40	190	30	280	117	3,24	17,31	25,44 ø5/8" c/14	23,75 ø5/8" c/16	20,35 ø5/8" c/18	16,96 ø5/8" c/20
100	40	200	35	300	130	3,25	20,80	26,60 ø5/8" c/15	24,54 ø5/8" c/16	20,96 ø5/8" c/18	17,46 ø5/8" c/20
110	45	210	35	320	143	3,24	23,15	29,16 ø5/8" c/14	27,22 ø5/8" c/15	23,33 ø5/8" c/17	19,44 ø5/8" c/20
120	45	220	35	320	156	3,22	27,11	34,16 ø3/4" c/18	31,88 ø3/4" c/18	27,33 ø5/8" c/16	22,77 ø5/8" c/19
130	45	230	40	340	169	3,20	31,48	34,70 ø3/4" c/18	32,39 ø3/4" c/19	27,76 ø3/4" c/20	23,13 ø3/4" c/25
140	45	240	40	340	182	3,16	36,05	39,73 ø3/4" c/17	37,09 ø3/4" c/18	31,79 ø3/4" c/20	26,49 ø3/4" c/20
150	50	245	45	380	195	3,25	37,85	37,08 ø3/4" c/18	34,61 ø3/4" c/20	29,66 ø3/4" c/20	24,72 ø3/4" c/25
175	50	265	45	380	227	3,23	49,45	48,45 ø3/4" c/15	45,22 ø3/4" c/16	38,76 ø3/4" c/19	32,30 ø3/4" c/20
200	50	285	50	400	260	3,20	64,92	57,25 ø7/8" c/19	53,43 ø7/8" c/20	45,80 ø3/4" c/17	38,16 ø3/4" c/20
225	55	300	50	420	292	3,25	73,15	64,50 ø7/8" c/18	60,21 ø7/8" c/19	51,60 ø3/4" c/16	43 ø3/4" c/19
250	55	320	55	440	325	3,17	89,00	71,38 ø7/8" c/17	66,62 ø7/8" c/18	57,10 ø3/4" c/15	47,60 ø3/4" c/19
300	60	350	60	480	390	3,18	117,10	86 ø7/8" c/15	80,25 ø7/8" c/16	68,78 ø3/4" c/14	57,30 ø3/4" c/17
350	60	375	65	500	455	3,23	150,20	102 ø1" c/18	95,11 ø1" c/20	81,52 ø7/8" c/17	67,94 ø7/8" c/20
400	65	400	70	540	520	3,25	182,36	114,86 ø1" c/17	107,20 ø1" c/18	91,90 ø7/8" c/16	76,58 ø7/8" c/20
500	70	450	80	600	650	3,20	260,00	143,20 ø1" c/15	133,70 ø1" c/17	114,60 ø1" c/20	95,50 ø7/8" c/18
600	75	490	90	660	780	3,25	342,80	168 ø1" c/14	156,76 ø1" c/15	134,36 ø1" c/18	112 ø7/8" c/17

T A B L A 8.6

$$r'_c \geq 210 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = 3 \text{ Kg/cm}^2$$

DIMENSIONES DE LAS BASES Y DISTRIBUCION DE ACERO

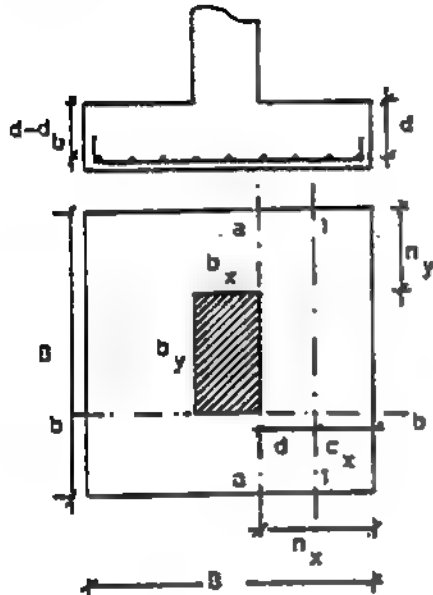
vP	b	B	d	b <sub>o</sub>	P <sub>u</sub>	$\sigma_u$	M <sub>u</sub>	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )			
								$r_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )			
(t)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(t)	(Kg/cm <sup>2</sup> )	(tm)	2.800	3.000	3.500	4.200
25	30	95	20	200	32,5	3,60	1,80	3,96 ø1/2" C/25	3,70 ø1/2" C/25	3,17 ø1/2" C/25	2,64 ø1/2" C/25
30	30	100	20	200	39	3,90	2,39	5,26 ø1/2" C/20	4,91 ø1/2" C/25	4,21 ø1/2" C/25	3,57 ø1/2" C/25
40	35	115	20	220	52	3,93	3,61	7,97 ø1/2" C/18	7,44 ø1/2" C/20	6,37 ø1/2" C/20	5,31 ø1/2" C/25
50	35	130	20	220	65	3,85	5,64	12,44 ø5/8" C/20	11,61 ø5/8" C/20	9,96 ø1/2" C/16	8,30 ø1/2" C/20
60	35	145	25	240	78	3,70	8,11	14,31 ø5/8" C/20	13,35 ø5/8" C/20	11,45 ø5/8" C/25	9,54 ø1/2" C/19
70	40	155	25	260	91	3,78	9,65	16,27 ø5/8" C/18	15,20 ø5/8" C/20	13 ø5/8" C/19	10,85 ø1/2" C/18
80	40	165	30	280	104	3,82	12,31	18,09 ø5/8" C/18	16,88 ø5/8" C/19	14,47 ø5/8" C/20	12,06 ø5/8" C/25
90	40	175	30	280	117	3,82	15,23	22,38 ø5/8" C/15	20,90 ø5/8" C/16	17,90 ø5/8" C/19	14,92 ø5/8" C/20
100	40	185	35	300	130	3,80	18,47	23,27 ø5/8" C/15	21,72 ø5/8" C/16	18,62 ø5/8" C/19	15,51 ø5/8" C/20
110	45	195	35	320	143	3,76	20,62	25,98 ø3/4" C/20	24,24 ø5/8" C/16	20,78 ø5/8" C/18	17,31 ø5/8" C/20
120	45	200	35	320	156	3,90	23,42	29,50 ø3/4" C/19	27,54 ø3/4" C/20	23,60 ø5/8" C/16	19,67 ø5/8" C/20
130	45	210	40	340	169	3,83	27,37	30,57 ø3/4" C/19	28,50 ø3/4" C/20	24,13 ø5/8" C/16	20,11 ø5/8" C/20
140	45	220	40	340	182	3,76	31,66	34,90 ø3/4" C/16	32,57 ø3/4" C/19	27,92 ø3/4" C/20	23,27 ø3/4" C/25
150	50	225	45	380	195	3,85	41,17	40,34 ø3/4" C/15	37,65 ø3/4" C/17	32,27 ø3/4" C/19	26,90 ø3/4" C/20
175	50	245	45	380	227	3,78	44,00	43,13 ø3/4" C/16	40,25 ø3/4" C/17	34,50 ø3/4" C/20	28,75 ø3/4" C/20
200	50	260	50	400	260	3,85	55,18	48,65 ø7/8" C/20	45,41 ø3/4" C/16	38,92 ø3/4" C/19	32,43 ø3/4" C/20
225	55	275	50	420	292,5	3,87	64,38	56,77 ø7/8" C/18	53 ø7/8" C/19	45,42 ø3/4" C/17	37,85 ø3/4" C/20
250	55	290	55	440	325	3,86	77,27	61,94 ø7/8" C/18	57,81 ø7/8" C/19	49,55 ø7/8" C/16	41,30 ø7/8" C/20
300	60	320	60	480	390	3,80	102,75	75,50 ø7/8" C/16	70,47 ø7/8" C/17	60,40 ø7/8" C/20	50,33 ø7/8" C/20
350	60	345	65	500	455	3,82	133,80	90,76 ø1" C/19	84,71 ø1" C/20	72,61 ø7/8" C/18	60,51 ø7/8" C/20
400	65	365	70	540	520	3,90	160,14	100,87 ø1" C/18	94,14 ø1" C/19	80,70 ø7/8" C/17	62,24 ø7/8" C/20
500	70	410	80	600	650	3,87	229,28	126,36 ø1" C/16	117,94 ø1" C/17	101,10 ø1" C/20	84,24 ø1" C/25
600	75	450	85	640	780	3,85	304,54	158 ø1" C/14	147,44 ø1" C/15	126,37 ø1" C/18	105,31 ø1" C/20

En el caso que la base cuadrada centrada soporte una columna rectangular, el momento máximo corresponde al plano que contiene al lado mayor de la columna, como se indica en la figura 8.7 y la fuerza de corte máxima se halla en el plano 1-1, paralelo al anterior, ubicado a distancia  $d$  de aquel.

$$M_{u \max} = M_{u \text{ a-a}} = \sigma_u B n_c^2 / 2 \quad (8.23)$$

$$M_{u \text{ b-b}} = \sigma_u B n_y^2 / 2 \quad (8.24)$$

$$d \geq \sqrt{\frac{M_{u \max}}{\sigma_u f'_c B}} \quad (8.25)$$



Para asegurar la ductilidad de la sección es conveniente adoptar  $u = 0,1448$ , correspondiente a  $w = 0,18,3$  según se lee en la Tabla 7.7.

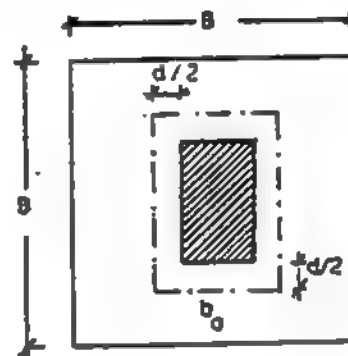


Figura 8.7

Para el plano 1-1 se debe cumplir :

$$v_{u \max} = \sigma_u B c_x \leq 0,53 \sqrt{f'_c} B d \quad (8.25)$$

El perímetro de punzonado se obtiene :

$$b_o = 2 (b_x + b_y + 2d) \quad (8.26)$$

La fuerza de punzonado  $V_u$  resulta :

$$V_u = P_u - \sigma_u (b_x + d)(b_y + d) \quad (8.27)$$

$$v_u = \frac{V_u}{B b_o d} \leq v_c = (0,53 + \frac{1,06}{B_c}) \sqrt{f'_c} \quad \text{para } d = 0,85 \quad (8.28)$$

Se debe cumplir además :

$$v_u \leq v_c = 1,06 \sqrt{f'_c} \quad (8.29)$$

$B_c$  es la relación de aspecto entre los lados de la columna o pedestal :

$$B_c = \frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}} \text{ de la columna o pedestal } \geq 1 \quad (8.30)$$

Para el diseño del acero de refuerzo, resulta :

$$A_{sx} = \frac{M_{u \max}}{\phi f_y j_u d} \quad (8.31)$$

$A_{sx}$  es el acero principal, que se coloca en la parte inferior de la base, paralelo al lado menor de la columna, es decir perpendicular al eje de mayor momento flector a-a. Sobre él se apoyan las barras del acero  $A_{sy}$  ortogonales.

$$A_{sy} = \frac{M_{u \text{ b-b}}}{\phi f_y j_u (d - d_b)} \quad (8.32)$$

Las barras de la armadura correspondientes a  $A_{sx}$  y  $A_{sy}$  se distribuyen uniformemente en ambas direcciones, en todo el ancho de la base.

$(d - d_b)$  es la altura correspondiente al acero  $A_{sy}$  que se ubica por encima del  $A_{sx}$  y en contacto con él.

#### 8.4.- BASES AISLADAS RECTANGULARES

Las bases aisladas rectangulares con cargas centradas, se diseñan en forma similar a las bases cuadradas analizadas precedentemente, siempre que se cumpla la relación entre sus lados :

$$0,5 \leq \frac{B_x}{B_y} \leq 2 \quad (8.33)$$

La elección de bases rectangulares obedece a la imposibilidad de diseñarlas - cuadradas, por razones de espacio. Cuando se excede la relación 8.33, las bases deben combinarse con otras fundaciones vecinas de modo de eliminar la excesiva flexión que se produce en la dirección larga, trabajando como volado.

En forma similar a las bases cuadradas, el área requerida en planta resulta :

$$A_{req} = \frac{V \cdot P}{\sigma_{adm}} \leq A = B_x \cdot B_y \quad (v \text{ se obtiene de la Tabla 8.1}) \quad (8.34)$$

Los momentos flectores en los ejes a-a y b-b respectivamente son :

$$M_{u \text{ a-a}} = \sigma_u \cdot B_y \cdot n_x^2 / 2 \quad M_{u \text{ b-b}} = \sigma_u \cdot B_x \cdot n_y^2 / 2 \quad (8.35)$$

(8.36)

Por lo tanto, se obtiene una altura útil para cada eje crítico de momentos :

$$d_1 = \sqrt{\frac{M_{u \text{ a-a}}}{\mu \cdot \Gamma'_c \cdot B_y}} \quad d_2 = \sqrt{\frac{M_{u \text{ b-b}}}{\mu \cdot \Gamma'_c \cdot B_x}} \quad (8.37)$$

(8.38)

A la mayor de estas alturas útiles requeridas se la designa por  $d$ , y corresponde al valor de la mínima altura de diseño de la base. Por lo general, esta altura así obtenida por flexión, debe ser aumentada para verificar los esfuerzos admisibles por corte y punzonado en la zapata.

En los planos 1-1 y 2-2, las fuerzas mayoradas de corte se obtienen :

$$V_{u \text{ 1-1}} = \sigma_u \cdot B_y \cdot c_x \quad V_{u \text{ 2-2}} = \sigma_u \cdot B_x \cdot c_y \quad (8.39)$$

(8.40)

En cada caso se debe cumplir :

$$v_{u \text{ 1-1}} = \frac{V_{u \text{ 1-1}}}{\phi \cdot B_y \cdot d} \leq v_c \quad (8.41)$$

$$v_{u \text{ 2-2}} = \frac{V_{u \text{ 2-2}}}{\phi \cdot B_x \cdot d} \leq v_c \quad \left. \vphantom{\frac{V_{u \text{ 2-2}}}{\phi \cdot B_x \cdot d}} \right\} v_c = 0,53 \sqrt{\Gamma'_c} \quad (8.42)$$

El perímetro de punzonado vale :

$$b_o = 2 (b_x + b_y + 2 d) \quad (8.43)$$

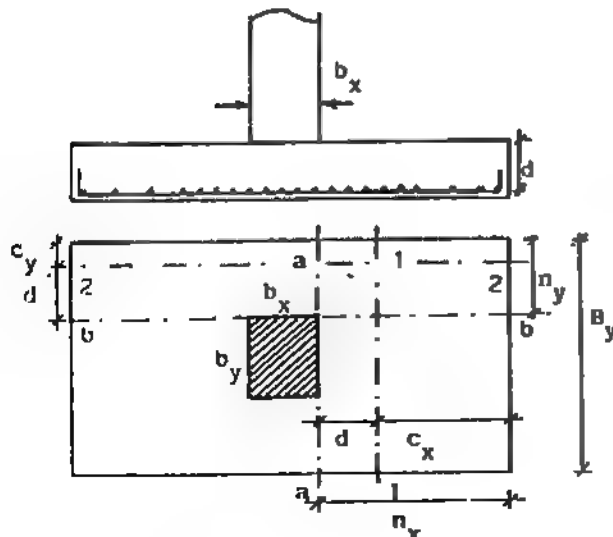
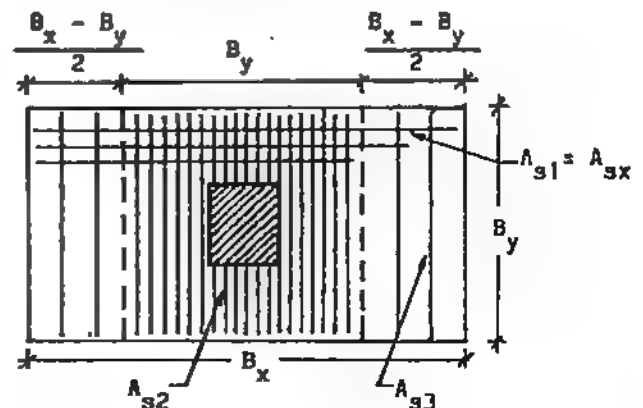


Figura 8.8



La verificación a punzonado se realiza en la forma analizada en el caso de bases cuadradas con columnas rectangulares, debiéndose cumplir las ecs. 8.27 a 8.30.

Con relación a la distribución del acero, se deben respetar las disposiciones de la Sección 8.4. El acero que resiste el mayor momento, para la base rectangular de la figura 8.8, es el que se coloca horizontalmente, paralelo al lado mayor de la base. Se lo conoce por  $A_{s1} = A_{sx}$ , y se lo distribuye uniformemente en todo el ancho  $B_y$  de la base, extendiéndolo en la longitud total  $B_x$ .

Pero el acero paralelo a la dirección corta debe cumplir las condiciones dadas en las ecuaciones 8.44 y 8.45, concentrando en la franja centrada con respecto a la columna, de ancho igual al lado menor de la base, un área de acero  $A_{s2}$ :

$$A_{s2} = \frac{2}{B+1} A_{sy} \quad \text{para} \quad B = \frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}} \text{ de la zapata} \quad (8.44)$$

donde  $A_{sy}$  es el área total de acero en la dirección corta de la base, que resiste el momento flector con respecto al eje b-b a ambos lados de la columna. El área de acero de la diferencia:

$$A_{s3} = (A_{sy} - A_{s2}) \quad (8.45)$$

se distribuye simétricamente a ambos lados de la franja centrada, también de manera uniforme. Cuando por razones constructivas se deba limitar la altura de la zapata, sin colocar armadura adicional a corte, se pueden buscar soluciones alternas, como por ejemplo colocar nervios longitudinales o diagonales conectando el pie de las columnas, o ensanchar el perímetro de las mismas con pedestales.

Algunas de estas soluciones se muestran en la figura 8.9. Por ejemplo, el esquema a) corresponde a una base con nervio longitudinal, que resulta una viga T solicitada por las reacciones del suelo de fundación. En este caso se deben cumplir las especificaciones indicadas en la Sección 7.4 para vigas T aisladas.

El esquema b) muestra un pedestal troncopiramidal que ensancha las dimensiones de la columna, para disminuir los momentos flectores y las fuerzas de corte en la base. Otras posibilidades se dan en los esquemas c) a e), las cuales permiten reducir el volumen de la base y su peso, cuando los esfuerzos admisibles del suelo de fundación son limitados.

Estas soluciones, sin embargo, exigen un incremento en el acero de refuerzo, y en la calidad del concreto a usar. Además, las bases con nervios necesitan encofrado, lo cual obviamente encarece su costo. Se las utiliza solamente cuando se desea disminuir el volumen total del concreto de la base, en el caso en que un alto porcentaje de la capacidad portante del suelo debe emplearse para resistir el peso de la fundación. Cuando esto no es posible, se debe recurrir a fundaciones indirectas o pilotes.

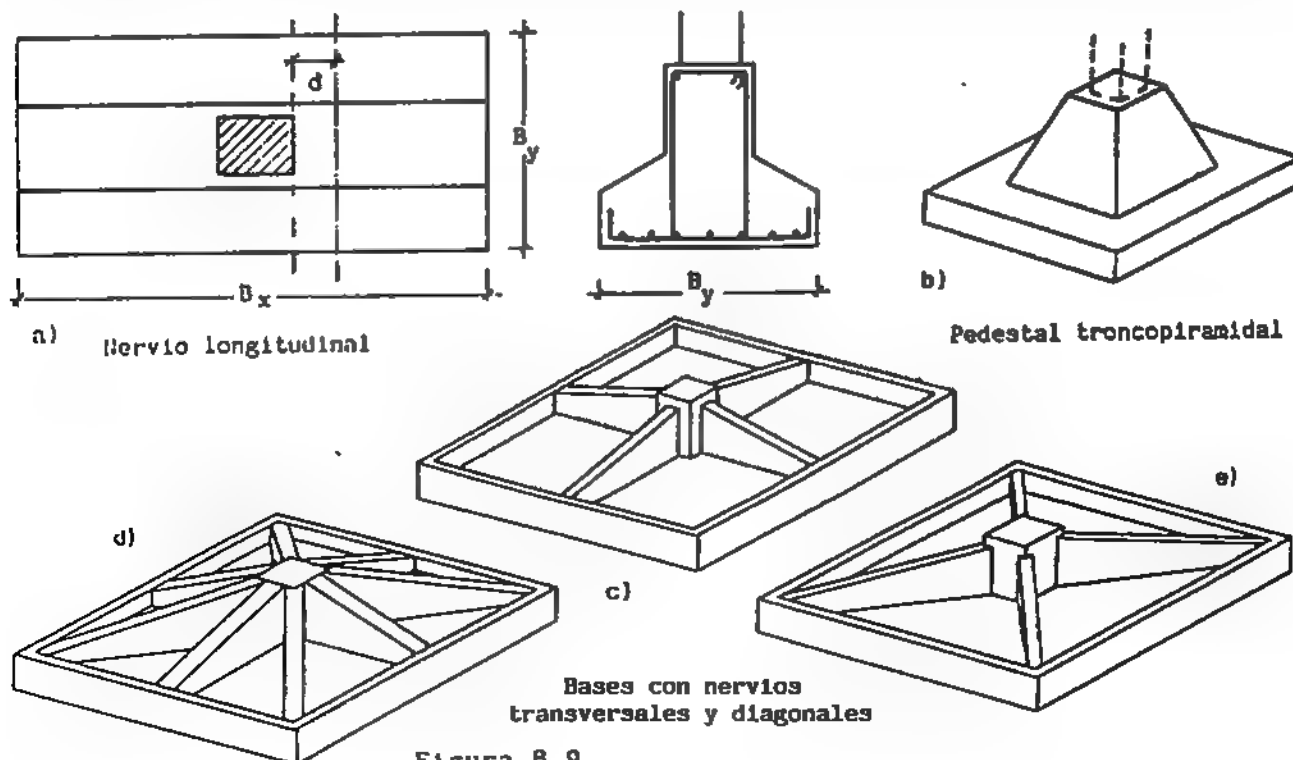


Figura 8.9



**EJEMPLO 8.2.- DISEÑO DE BASE RECTANGULAR**

Diseño la base aislada centrada que debe soportar las cargas de servicio :

$$CP = 125 \text{ t}$$

$$CV = 85 \text{ t}$$

La columna tiene las dimensiones :  $b_x = 65 \text{ cm}$

$$b_y = 50 \text{ cm}$$

Por razones constructivas se fija :  $B_y = 2,8 \text{ m}$

La profundidad de la fundación es :  $H = 3,2 \text{ m}$

El esfuerzo admisible del suelo :  $\sigma_{adm} = 2 \text{ Kg/cm}^2$

$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4.200 \text{ "}$$

Análisis de la base :

De tabla 8.1 se obtiene  $v = 1,3$

$$A_{req} = \frac{1,3 (125 + 85) 10^3}{2} = 13,65 \text{ m}^2$$

$$B_x = \frac{13,65}{2,8} \approx 4,9 \text{ m} \quad A = 13,72 \text{ m}^2$$

$$\beta = \frac{B_x}{B_y} = \frac{4,9}{2,8} = 1,75 < 2 \quad \text{Correcto}$$

Cargas mayoradas :

$$P_u = 1,4 CP + 1,7 CV = 319,5 \text{ t}$$

$$\sigma_u = \frac{319,5 \text{ t}}{13,72 \text{ m}^2} = 2,33 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M_{u \text{ a-a}} = \sigma_u B_y n_x^2 / 2 = 2,33 \times 280 \times 212,5^2 / 2 = 147,3 \text{ tm}$$

$$M_{u \text{ b-b}} = \sigma_u B_x n_y^2 / 2 = 2,33 \times 490 \times 115^2 / 2 = 75,5 \text{ tm}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{M_{u \text{ a-a}}}{\mu f'_c B_y}} = \sqrt{\frac{147,3 \times 10^5}{0,1448 \times 280 \times 280}} = 36 \text{ cm}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{M_{u \text{ b-b}}}{\mu f'_c B_x}} = \sqrt{\frac{75,5 \times 10^5}{0,1448 \times 280 \times 490}} = 20 \text{ cm}$$

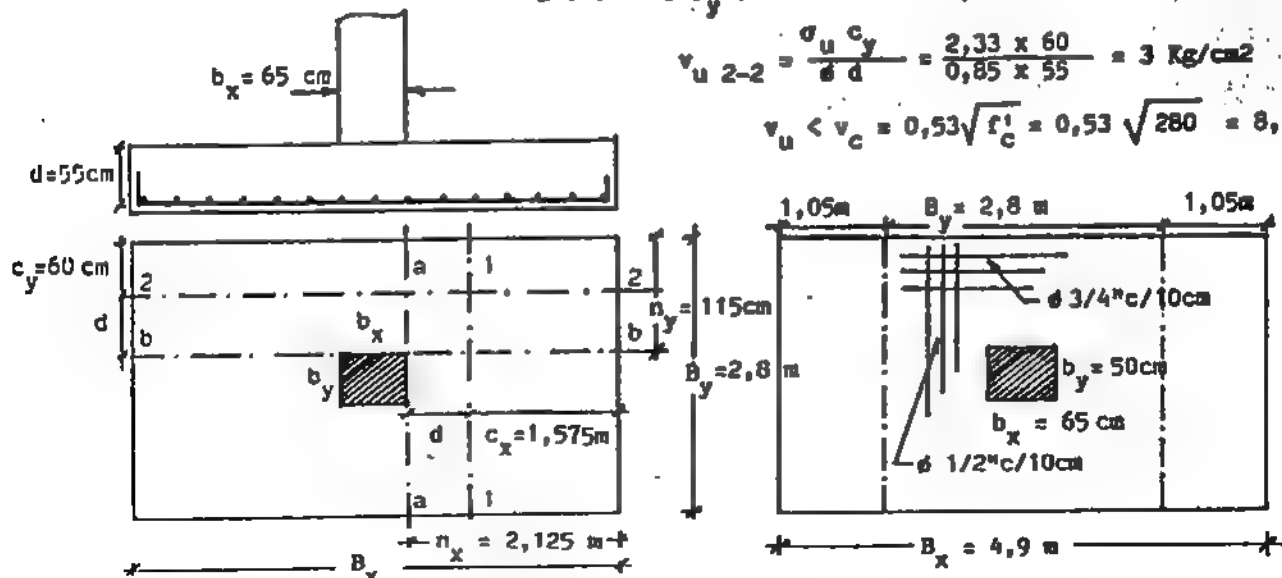
Se adopta  $d = 55 \text{ cm}$

$$v_{u \text{ 1-1}} = \frac{V_u \text{ 1-1}}{B_y d} = \frac{\sigma_u c_x}{B_y d} = \frac{2,33 \times 157,5}{0,85 \times 55} = 7,85 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{u \text{ 2-2}} = \frac{\sigma_u c_y}{B_x d} = \frac{2,33 \times 60}{0,85 \times 55} = 3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u < v_c = 0,53 \sqrt{f'_c} = 0,53 \sqrt{280} = 8,67 \text{ Kg/cm}^2$$

Cumple



El perímetro de punzonado es :  $b_o = 2(65 + 50 + 2 \times 55) = 4,5 \text{ m}$

$$\beta_c = \frac{65}{50} = 1,3$$

$$V_u = P_u - \sigma_u (b_x + d)(b_y + d) = 319.500 - 2,33 \times 120 \times 105 = 290.142 \text{ Kg}$$

$$v_u = \frac{290.142}{0,85 \times 450 \times 55} = 13,79 \text{ Kg/cm}^2 < v_c = (0,53 + \frac{1,06}{\beta_c}) \sqrt{f'_c} = (0,53 + \frac{1,06}{1,3}) \sqrt{280} = 22,5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Además : } v_u < v_c = 1,06 \sqrt{f'_c} = 17,73 \text{ Kg/cm}^2$$

Cumple

Verificación al aplastamiento :

$$P_{\max \text{ col}} = \phi (0,85 f'_c A_1) = 0,7 \times 0,85 \times 280 \times 65 \times 50 = 541,45 \text{ t} > P_u = 319,5 \text{ t}$$

$$P_{\max \text{ col}} > P_{\max \text{ base}} > P_u \quad \text{Correcto}$$

Diseño de acero :

(se acepta  $J_u = 0,9$ )

$$A_{sx} = \frac{M_u \text{ a-a}}{\phi f_y J_u d} = \frac{147,3 \times 10^5}{0,9^2 \times 4.200 \times 55} = 78,72 \text{ cm}^2$$

Por metro, en la dirección x :

$$A_{sx} = \frac{78,72}{2,8} = 28,11 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{De Tabla 7.4 : } \phi 3/4'' \text{ c/ } 10 \text{ cm}$$

$$(A_b = 2,84 \text{ cm}^2 \quad d_b = 1,9 \text{ cm}) \quad A_{s1} = A_{sx} = 28,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sy} = \frac{M_u \text{ b-b}}{\phi f_y J_u (d - 1,9)} = \frac{75,5 \times 10^5}{0,9^2 \times 4.200 \times 53,1} = 41,8 \text{ cm}^2$$

El área de acero  $A_{s2}$  en la banda centrada con la columna, de ancho  $B_y = 2,8 \text{ m}$  resulta :

$$(de \text{ ec. 8.44}) \quad A_{s2} = \frac{2 A_{sy}}{B + 1} = \frac{2 \times 41,8}{2,75} = 30,4 \text{ cm}^2$$

$$\frac{30,4}{2,8} = 10,86 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 1/2'' \text{ c/ } 10 \text{ cm} \quad A_{s2} = 12,7 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \therefore A_{s2} = 35,56 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_{s3} = A_{sy} - A_{s2} = 41,8 - 35,56 = 6,24 \text{ cm}^2$$

$$\frac{6,24}{2 \times 1,05} = 2,97 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s \min} = 0,0018 b h = 0,0018 \times 100 \times 65 = 11,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$(A_b = 1,27 \text{ cm}^2 \quad d_b = 1,27 \text{ cm}) \quad \phi 1/2'' \text{ c/ } 10 \text{ cm}$$

Verificación de la adherencia y longitud de desarrollo :

$$\text{En la dirección x :} \quad \frac{B_x - b_x}{2} - r = \frac{490 - 65}{2} - 7 = 205 \text{ cm} > L_{dx \max}$$

$$\text{En la dirección y :} \quad \frac{D_y - b_y}{2} - r = \frac{280 - 50}{2} = 108 \text{ cm} > L_{dy \max} \quad \text{Correcto}$$

$$L_{dx} \geq 1,4 (0,06 A_{bx} f_y) / \sqrt{f'_c} = 1,4 \times 0,06 \times 2,84 \times 4.200 / \sqrt{280} = 60 \text{ cm}$$

$$L_{dx} \geq 1,4 \times 0,006 d_b f_y = 1,4 \times 0,06 \times 1,9 \times 4.200 = 67 \text{ cm}$$

$$L_{dy} \geq 1,4 \times 0,06 \times 1,27 \times 4.200 / \sqrt{280} = 27 \text{ cm}$$

$$L_{dy} \geq 1,4 \times 0,006 \times 1,27 \times 4.200 = 45 \text{ cm}$$

### 8.5.- BASES CONTINUAS PARA MUROS

Las bases continuas de muros pueden ser de concreto sin armar o armado. (Ver Sección 8.2). En el primer caso, sólo soportan cargas reducidas, como por ejemplo de paredes de mampostería sin sobrecargas importantes. Las dimensiones en este caso se indican en la figura 8.10 a), y los esfuerzos de tracción en el concreto son limitados.

Más usuales son las bases de concreto armado, (Fig. 8.10 b) para las cuales es conveniente respetar una altura útil :

$$d \geq \frac{B - b}{4} \quad (8.44)$$

Las secciones críticas para el momento flector en bases con muros de concreto, de mampostería y columnas metálicas con planchas de base, se indican en la Sección 8.6, figura 8.11, y el plano crítico de corte, en la figura 8.12.

La distribución de los esfuerzos en el suelo de fundación bajo las bases continuas o corridas que soportan muros, se considera uniforme. Las barras de la armadura principal se colocan normales a la dirección del muro, mientras que en la dirección paralela al muro, se distribuye únicamente el acero de retracción y temperatura.

Se designa por  $p$  la carga de servicio del muro por unidad de longitud, y por  $p_u$  la carga mayorada. El ancho requerido  $B_x$  y la reacción del suelo se obtienen :

$$B_{\text{req}} = \frac{v p}{\sigma_{\text{adm}}} \quad \sigma_u = \frac{p_u}{B} \quad (8.46)$$

En las bases continuas para muros de concreto y de mampostería, los momentos de diseño se calculan : (en ancho de 1 m)

Para muros de concreto :  $M_u = \sigma_u n^2 / 2$  Para muros de mampostería:  $M_u = \sigma_u (n + \frac{b}{4})^2 / 2$  (8.47)

y la altura útil se obtiene :

$$d \geq \sqrt{\frac{M_u}{\mu f'_c 100}} \quad (8.48)$$

En este tipo de bases, sólo se verifica a corte simple, a distancia  $d$  del plano crítico de momentos.

$$v_u = \sigma_u c 100 \quad v_u = \frac{\sigma_u c}{\phi d} \leq v_c = 0,53 \sqrt{f'_c} \quad (8.49)$$

$$(8.50)$$

$$\text{para } \phi = 0,85$$

Para confinar el concreto de la base de los muros, es conveniente armar una viga de encadenado como muestra la figura 8.10 c) con un mínimo de 4 barras longitudinales de  $\phi$  5/8" o mayor, y estribos cerrados de  $\phi$  3/8" con espaciamiento  $s \leq 25$  cm. Esta viga de encadenado debe conectar todas las bases de los muros y las columnas de la estructura en direcciones ortogonales, para dar mayor rigidez al conjunto.

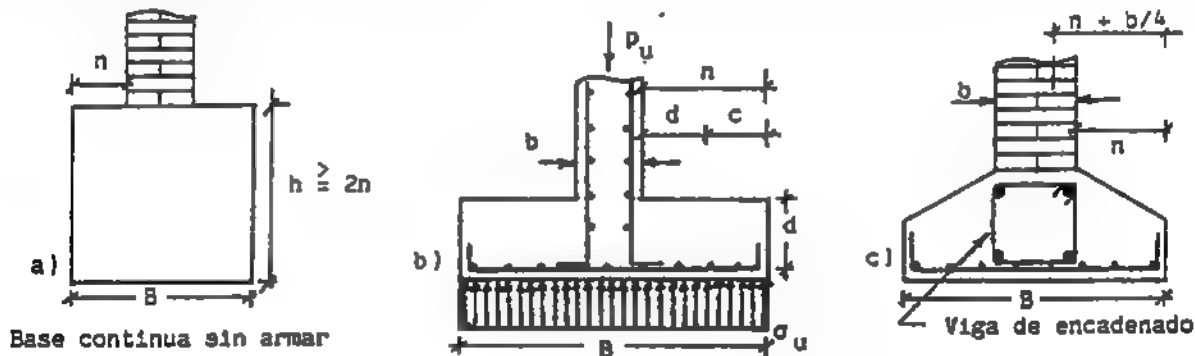


Figura 8.10

### EJEMPLO 8.3.- DISEÑO DE BASE CONTINUA DE MURO

Diseño al base continua en concreto armado, del muro de mampostería indicado, con 30 cm de espesor y las siguientes cargas de servicio :  $CP = 6$  t/m  $CV = 4.4$  t/m

El suelo es arcilla firme, con capacidad portante :  $\sigma_{\text{adm}} = 1$  Kg/cm<sup>2</sup> y  $\gamma_s = 1.700$  Kg/m<sup>3</sup>

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2 \quad f_y = 2.800 \text{ Kg/cm}^2$$

La profundidad de apoyo de la base es 0,75 m

$$p = CP + CV = 10,4 \text{ t/m} = 104 \text{ Kg/cm}$$

$$B_{\text{req}} = \frac{v p}{\sigma_{\text{adm}}} = 1,15 \times 104 = 120 \text{ cm}$$

$$p_u = 1,4 CP + 1,7 CV = 15,88 \text{ t/m}$$

$$\sigma_u = \frac{p_u}{B} = \frac{15,88 \times 10}{120} = 1,32 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u = \frac{\sigma_u}{\phi d} = \frac{1,32 \times 32,5}{0,85 \times 25} = 2 \text{ Kg/cm}^2$$

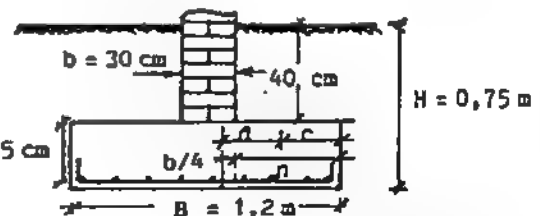
$$v = 1,15$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$d \geq \begin{cases} 15 \text{ cm} \\ B - b \\ \frac{B - b}{4} = 22,5 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{Se adopta } d = 25 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$v_u < v_c = 0,53 \sqrt{f'_c} = 7,68 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{Cumple}$$



Acero principal :  $A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d} = \frac{1,32 \times (45 + 30/4)^2 / 2 \times 100}{0,9^2 \times 2.800 \times 25} = 3,2 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s \text{ min}}$

$A_{s \text{ min}} = 0,002 \times 100 \times 35 = 7 \text{ cm}^2/\text{m}$        $\phi 5/8" \text{ c}/25 \text{ cm}$  (en ambas direcciones)  
(  $A_b = 1,98 \text{ cm}^2$      $d_b = 1,59 \text{ cm}$  )

Se verifica la longitud de desarrollo :

$\frac{B - b}{2} = 45 \text{ cm} > L_d$       Cumple

$L_d \geq 0,06 A_b f_y / \sqrt{f'_c} = 0,06 \times 1,98 \times 2.800 / \sqrt{210} = 20 \text{ cm}$   
 $L_d \geq 0,006 d_b f_y = 0,006 \times 1,59 \times 2.800 = 26,7 \text{ cm}$

$A_2/A_1 = 120/30 = 4 > 2$

Se verifica aplastamiento en la base :

$P_{\text{max base}} = 2 \phi (0,85 f'_c A_1) = 2 \times 0,7 \times 0,85 \times 210 \times 30 \times 100 = 750 \text{ t/m} \gg P_u$   
No resulta significativo

### 8.6.- SECCIONES CRITICAS A FLEXION Y CORTE

El momento mayorado máximo para una zapata o cabezal aislado se calculará en las secciones críticas ubicadas como se indica :

- Para las zapatas o cabezales que soportan columnas, pedestales o muros de concreto, estará la cara de la columna, pedestal o muro (Figura 8.11 a)
- Para las zapatas o cabezales que soportan un muro de mampostería, estará en la mitad de la distancia entre el eje y el borde del muro. (esquema b)
- Para las zapatas o cabezales que soportan columnas con planchas de acero en su base, estará la mitad de la distancia entre la cara de la columna o pedestal y el borde de la plancha. (Figura 8.11 c).

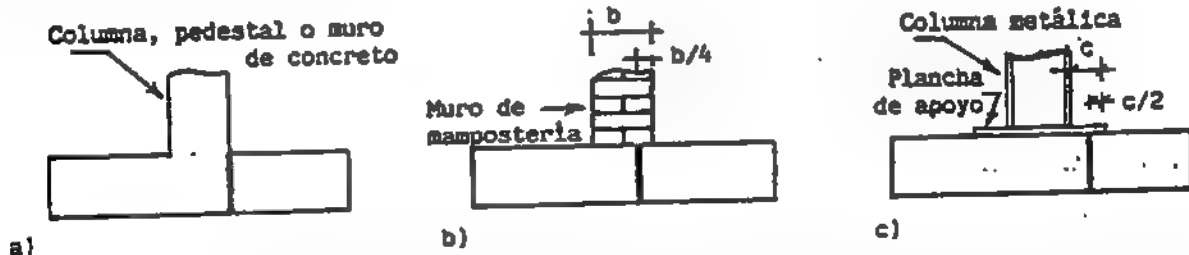


Figura 8.11.- Secciones críticas a flexión

Las secciones críticas para corte en zapatas y cabezales se ubicará una distancia  $d$  de la cara de la columna, pedestal o muro. En el caso que soporten columnas metálicas con planchas de acero,  $d$  se medirá desde el plano que define la sección crítica por momento flector descrita precedentemente. Ver figura 8.12 c).

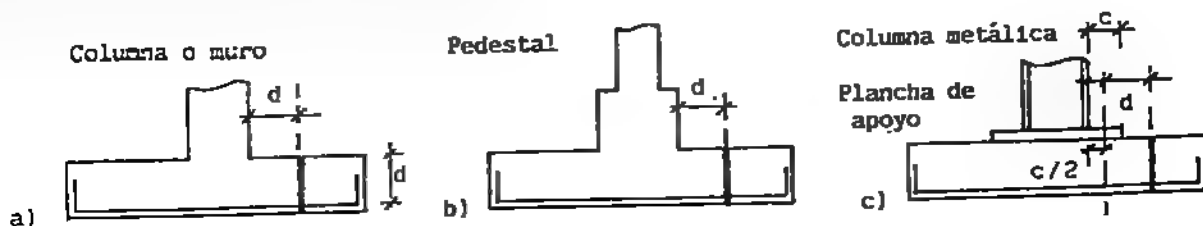


Figura 8.12.- Secciones críticas a corte

## APENDICE A

### PESOS UNITARIOS DE MATERIALES DE CONSTRUCCION

<u>a) Cuerpos a granel</u>		<u>Kg/m<sup>3</sup></u>	<u>g) Metales</u>		<u>Kg/m<sup>3</sup></u>
Tierra seca		1.330	Acero laminado		7.850
Arena seca		1.600	Plomo		11.400
Arena húmeda		1.860	Aluminio		2.700
Grava seca		1.700	Cobre		8.900
Grava húmeda		2.000	Bronce laminado		8.600
<u>b) Piedras naturales</u>			Latón		8.500
Granito		2.800	Estaño laminado		7.400
Caliza compacta		2.500	Zinc		7.200
Caliza porosa		2.000	<u>h) Otros materiales</u>		
Mármol		2.800	Vidrio		2.800
<u>c) Mamposterías</u>			Corcho		240
Ladrillo comunes			Porcelana		2.400
mortero de cal	1.600		Pizarra		2.700
Ladrillos huecos			Basura		660
mortero de cal	1.300		Cenizas		300
Bloques huecos			Cal viva		1.150
de concreto	1.400		Escombros		1.400
<u>d) Morteros</u>			Yeso		970
De cal		1.700	Papel apilado		1.100
De cal y cemento		1.900	Pieles y cueros		900
De cemento		2.150	<u>i) Concretos</u>		
De yeso		1.200	De agregado ordinaria-		
De cal, arena y			rio		2.400
polvo de ladrillo	1.600		Concreto armado		2.500
<u>e) Maderas</u>			Concreto liviano		Variable
Pino de Flandes		700	<u>j) Combustibles sólidos</u>		
Abeto blanco o rojo		600	Leña en trozos		400
Caoba		590	Aserrín suelto		150
Roble blanco		750	Aserrín compacto		250
Roble rojo o negro		700	<u>k) Pavimentos</u>		<u>Kg/m<sup>2</sup></u>
Alamo		500	Baldosas y mosaicos		
Cedro		460	por c/cm de espesor		22
Nogal blanco		450	Asfalto fundido id.		14
Nogal negro		650	<u>l) Cubiertas</u>		
Jabillo		460	Tejas de cemento		60
Laurel		480	Láminas onduladas		Ver Tabla 11.1 Ref.5.
Mapurite (blanca)		660	Tejas españolas		105
Incienso		980	Tejado de pizarra		45
Mora		960	Tejas flamencas		85
Mapurite (rojo)		790	Tejas de vidrio armado		30
Samán		570	<u>m) Cielorrasos</u>		
<u>f) Combustibles líquidos</u>			De yeso, con enlist.		20
Alcohol		800	De yeso, sin enlist.		5
Gas-oil		845	De mortero de cemento		
Gasolina		740	cal y arena con metal		
Querosene		800	desplegado		57
Petróleo		880			

## APENDICE B

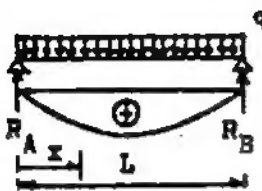
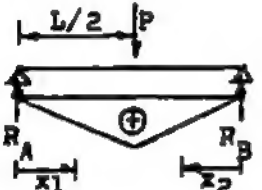

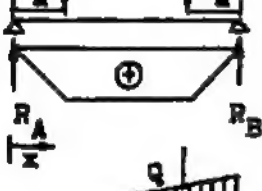
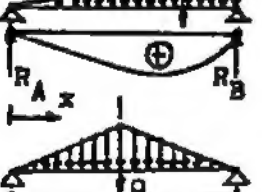
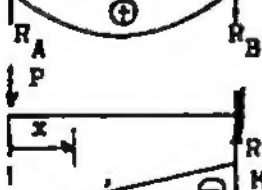
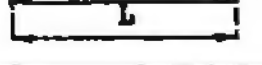
### CARGAS VARIABLES SOBRE ENTREPISOS

<u>USO DEL EDIFICIO O ESTRUCTURA</u>		<u>CARGA DISTRIBUIDA</u> (Kg/m <sup>2</sup> )
Apartamentos		175
Azoteas	Sin acceso	100
	Con acceso	Según el uso
Balcones		Igual a la del local que les da acceso (1)
Bibliotecas	Salas de lectura	300
	Estanterías de libros	250 por cada m de altura y no menor a 700
	Depósitos de libros	1.100 por cada m de altura
Comedores públicos, restaurantes		300
Depósitos en general		Variable según uso, pero a 250 Kg/m <sup>2</sup> por m de altura
Escaleras	Viviendas uni o multifamiliares	300
	Otros edificios	500
Escuelas	Aulas	300
	Pasillos	400
Garajes	Vehículos de pasajeros	250 (3)
	Autobuses y camiones	1.000 (4)
Gimnasios	Zona de espectadores	500
	Vestuarios	175
Hospitales	Sala de operaciones	300
	Habitaciones	175
Oficinas	Pasillos y vestíbulos	300
	Áreas de trabajo	250
Salones de fiesta	Áreas públicas y pasillos	300
		500
Teatros, cines, etc.	Áreas públicas y pasillos	500
	Zonas de espectadores	400
	Escenarios	750
	Camerines	175

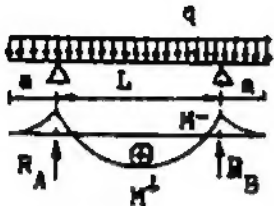
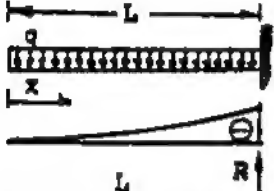
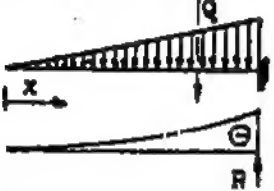
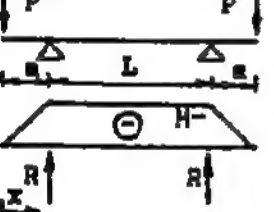
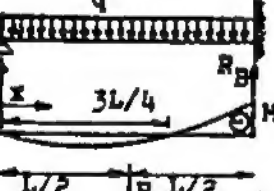
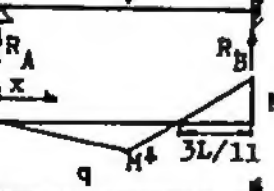
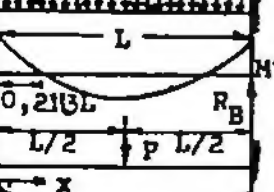

- (1) Además se considerará una carga lineal de 150 Kg/m aplicada en el extremo del voladizo.
- (2) Los antepechos y barandas de terrazas, balcones y escaleras se diseñarán para resistir una carga horizontal lineal en el borde superior de los mismos de 50 Kg/m en viviendas de uso privado, y de 100 Kg/m en locales de uso público.
- (3) Se considerará la acción de una carga concentrada de 900 Kg distribuida en un cuadrado de 15 cm de lado, colocada en el sitio más desfavorable.
- (4) Se considerará la acción de una carga concentrada igual a la carga máxima por rueda, según Normas MTC o AASHTO distribuida en un cuadrado de 15 cm de lado.

# APENDICE C

## VIGAS FLEXADAS. MOMENTOS MAXIMOS Y FLECHAS.

VIGAS	REACCIONES	MOMENTOS	DEFLEXION MAXIMA
	$R_A = R_B = \frac{qL}{2}$	$M_x = R_A x - \frac{q x^2}{2}$ $M_{max} = qL^2/8$	$\Delta = \frac{5 q L^4}{384 EI}$
	$R_A = R_B = P/2$	$M_{x1} = R_A x_1$ $M_{x2} = R_B x_2$ $M_{max} = PL/4$	$\Delta = \frac{P L^3}{48 EI}$
	$R_A = Pb/L$ $R_B = Pa/L$	$M_{x1} = R_A x_1$ $M_{x2} = R_B x_2$ $M_{max} = Pab/L$	$\Delta = \frac{Pab(2a+b)\sqrt{3b(2a+b)}}{27 EI L}$ (para $x_1 = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$ ) a ≤ b
	$R_A = R_B = P$	$M_x = Px \quad (x \leq a)$ $M_{max} = Pa$ :	$\Delta = \frac{Pa}{6EI} \left( \frac{3}{4} L^2 - a^2 \right)$
	$R_A = q/3$ $R_B = 2q/3$	$M_x = \frac{qx}{3} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$ $M_{max} = \frac{2 q L^2}{9 \sqrt{3}}$ (para $x=0,5774L$ )	$\Delta = \frac{0,013044 q L^3}{EI}$ (para $x=0,5193L$ )
	$R_A = R_B = \frac{q}{2}$	$M_x = qx \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \frac{x^2}{L^2} \right)$ $M_{max} = qL/6$	$\Delta = \frac{q L^3}{60EI}$
	$R = P$	$M_x = Px$ $M_{max} = PL$ En empotramiento	$\Delta = \frac{P L^3}{3 EI}$ En extremo libre

Q es la resultante de las cargas distribuidas, en la luz L  
 EI es la rigidez flexional de la viga

VIGAS	REACCIONES	MOMENTOS	DEFLEXION MAXIMA
	$R_A = R_B = \frac{q(L+2a)}{2}$	$M^+ = qa^2/2$ $M^+ = \frac{q(L^2-4a^2)}{8}$	$\Delta = \frac{5qL^4}{384EI} \left(1 - \frac{24}{5} \frac{a^2}{L^2}\right)$ en el tramo $\Delta = \frac{qL^4}{24EI} \left(3\frac{a^4}{L^4} - 16\frac{a^3}{L^3} - \frac{a}{L}\right)$ en el extremo del volado
	$R = qL$	$M_x^- = qx^2/2$ $M_{max}^- = qL^2/2$	$\Delta = \frac{qL^4}{8EI}$ en el extremo del volado
	$R = q$	$M_x^- = qx^3/3L^2$ $M_{max}^- = qL/3$	$\Delta = \frac{qL^3}{15EI}$ en el extremo del volado
	$R = P$	$M_x^- = Px$ $(x \leq a)$ $M_{max}^- = Pa$	$\Delta = \frac{Pa^2(2a+3L)}{6EI}$ en volado $\Delta = -\frac{PaL^2}{8EI}$ en el tramo
	$R_A = \frac{3}{8}qL$ $R_B = \frac{5}{8}qL$	$M^+ = \frac{9}{128}qL^2$ ( $x=3L/8$ ) $M_x = \frac{qL^2}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{L}\right)$ $M^- = qL^2/8$	$\Delta = \frac{qL^4}{185EI}$ (en $x=0,4215L$ )
	$R_A = \frac{5P}{16}$ $R_B = \frac{11P}{16}$	$M^+ = 5PL/32$ $M_x = 5Px/16$ ( $x \leq L/2$ ) $M^- = 3PL/16$	$\Delta = \frac{PL^3}{48\sqrt{5}EI}$ (en $x=0,447L$ )
	$R_A = R_B = \frac{qL}{2}$	$M^+ = \frac{qL^2}{24}$ $M_x = \frac{qL^2}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right)$	$\Delta = \frac{qL^4}{384EI}$
	$R_A = R_B = \frac{P}{2}$	$M^+ = M^- = PL/8$ $M_x = \frac{PL}{2} \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{4}\right)$	$\Delta = \frac{PL^3}{192EI}$



## APENDICE D

### PROPIEDADES MECANICAS Y CARACTERISTICAS DE LOS SUELOS

#### T A B L A   D-1

Peso específico  $\gamma$  y capacidad portante  $\sigma_{adm}$

CLASE DE SUELO	PESO ESPECIFICO $\gamma$ (Kg/m <sup>3</sup> )	CAPACIDAD PORTANTE $\sigma_{adm}$ (Kg/cm <sup>2</sup> )		OBS.
		Suelo seco	Suelo inundado	
Roca dura, estratificada, sana y compacta	2.800 a 3.000	60 a 100	-	(1)
Roca no estratificada, con algunas fisuras	2.700	40 a 50	-	(1)
Roca estratificada	2.600	25 a 30	-	(1)
Piedra caliza compacta	2.500	10 a 20	-	
Piedra caliza porosa	2.000	8 a 10	-	
Esquistos o roca blanda	1.800 a 2.000	8	-	
Grava con arena compacta (al menos 1/3 de grava de 70 mm)	2.000	5 a 8	2 a 4	
Arena gruesa firme y con algo de humedad (1 a 3 mm)	1.900 a 2.000	4 a 6	2	(2)
Arena gruesa seca	1.800	3 a 5	-	(2)
Arena fina húmeda	1.750	2 a 5	1 a 2	(2)
Arena fina seca	1.700	1 a 2	-	(2)
Arena arcillosa mediana y densa	1.900	2 a 3	0.5 a 1	
Arena arcillosa seca y suelta	1.700	1 a 2	-	
Arcilla dura compacta	1.800	4	-	
Arcilla muy firme	1.800	2 a 3	-	
Arcilla semidura	1.750	1 a 2	-	
Arcilla mediana	1.700	0.5 a 1	-	
Arcilla blanda	1.700	<0.5	-	
Limos	1.700	<0.4	-	
Fango, lodo o turba inorgánica	900	-	-	(3)
Suelos orgánicos	1.600	-	-	(3)
Tierra vegetal seca	1.700	-	-	(3)
Reellenos sin consolidar	1.700	-	-	(3)

